

УДК 621.372.544

Полоневич А. П., аспірант

(Державний університет телекомунікацій. +380 (97) 7516093. polonevuch@mail.ru)

### ВИЗНАЧНИКИ ПОКАЗНИКІВ ЯКОСТІ СИСТЕМИ ФАПЧ З ДИФЕРЕНЦІЙНИМ ЗВ'ЯЗКОМ

**Полоневич А. П. Визначники показників якості системи ФАПЧ з диференційним зв'язком.** У роботі визначено динамічні, середньоквадратичні помилки, показники якості перехідних процесів, що викликаються змінами задаючого і збурюючих впливів, системи фазового автопідстроювання частоти (ФАПЧ), диференціальний зв'язок якої синтезовано відповідно до умов підвищення динамічної точності і швидкодії при комплексних корнях характеристичного рівняння. Дана порівняльна оцінка динамічних характеристик системи ФАПЧ з диференціальним зв'язком, комбінованої системи і традиційної системи з принципом управління за відхиленням.

**Ключові слова:** система ФАПЧ, середньоквадратична помилка, комплексний корінь, характеристичне рівняння, показники якості, динамічна характеристика

**Полоневич А. П. Определители показателей качества системы ФАПЧ с дифференциальной связью.** В работе определены динамические, среднеквадратические ошибки, показатели качества переходных процессов, вызываемых изменениями задающего и возмущающих воздействий, системы фазовой автоподстройки частоты (ФАПЧ), дифференциальный связью которой синтезирована в соответствии с условиями повышения динамической точности и быстродействия при комплексных корнях характеристического уравнения. Дана сравнительная оценка динамических характеристик системы ФАПЧ с дифференциальной связью, комбинированной системы и традиционной системы с принципом управления по отклонению.

**Ключевые слова:** система ФАПЧ, среднеквадратическая ошибка, комплексный корень, характеристическое уравнение, показатели качества, динамическая характеристика

**Polonevych A. P. Determinants of the phase-locked loop (PLL) system quality indicators with a differential coupling.** The article includes the definition of the dynamic, meansquared errors and quality of transients of the phase-locked loop (PLL) caused by the changes of the master and disturbing impacts, its differential coupling was synthesized under conditions of increasing the dynamic accuracy and fast response in the complex roots of the characteristic equation. The paper provides a comparative evaluation of the PLL dynamic characteristics with a differential coupling, of the combined system and of the traditional system with the control policy by variation.

**Keywords:** PLL system, meansquared error, complex roots, characteristic equation, quality indicators, dynamic characteristics

**Вступ. Постановка задачі.** Для побудови загальнонаціональної мережі синхронізації з метою забезпечення синхронного режиму великого числа технічних пристроїв зв'язку, розташованих на великій території, широко використовуються системи фазового автопідстроювання частоти (ФАПЧ). Від показників якості цих систем залежить ефективність роботи мережі синхронізації, достовірність передачі інформації.

Аналізу динамічних характеристик систем ФАПЧ і методам підвищення їх показників якості присвячено досить велике число наукових робіт таких вітчизняних і зарубіжних вчених, як Ліндсей В. Л. [1], Карякін В. Л. [2, 3], Клеппер Дж. і Френк Дж. [4] та інші.

Проте вимоги до показників якості мережі синхронізації апаратури зв'язку безперервно зростають. Тому необхідно покращувати динамічні характеристики систем ФАПЧ, підвищувати основні показники якості цих систем - їх динамічну точність та швидкодію.

В роботі [5] були визначені динамічні помилки системи ФАПЧ з диференціальною зв'язком. Основним завданням статті є визначення показників якості перехідних процесів системи ФАПЧ, диференціальна зв'язок якої синтезовано відповідно до умов підвищення динамічної точності і швидкодії системи.

**Показники якості перехідних процесів системи ФАПЧ, що викликаються зміною задаючого впливу  $\alpha_{\Delta\omega}(t)$ .** Передавальна функція  $K_{\theta\alpha_d}(p)$  за помилкою системи ФАПЧ визначена [5] та [6] наступним чином:

$$K_{\theta\alpha_d}(p) = \frac{\theta_{\alpha_d}(p)}{\alpha_{\Delta\omega}(p)} = \frac{a_0 p^4 + a_1 p^3 + a_2 p^2}{b_0 p^4 + b_1 p^3 + b_2 p^2 + b_3 p + b_4} = \frac{D_{\theta\alpha_d}(p)}{F_{\theta\alpha_d}(p)}, \quad (1)$$

де  $a_0 = 2,1734 \times 10^{-11}$ ;  $a_1 = 1,67097 \times 10^{-8}$ ;  $a_2 = 4,70489 \times 10^{-6}$ ;

$b_0 = 2,1734 \times 10^{-11}$ ;  $b_1 = 1,67097 \times 10^{-8}$ ;  $b_2 = 4,70489 \times 10^{-6}$ ;  $b_3 = 5,7439 \times 10^{-4}$ ;  $b_4 = 0,02559$ .

Відповідно до (1) характеристичне рівняння системи  $F_{\theta_{\alpha\Delta}}(z) = 0$  має дійсні корені [6]:

$$p_3 = -204,543728, \quad p_{1C} = -123,39865; \quad p_{2C} = -176,28236; \quad p_{3C} = -264,423542. \quad (2)$$

Помилка системи ФАПЧ з диференціальної зв'язком при задаючому впливі

$\alpha_{\Delta\omega}(p) = \frac{D_{\alpha}(p)}{F_{\alpha}(p)}$  згідно (1) дорівнює:

$$\theta_{\alpha\Delta}(p) = K_{\theta_{\alpha\Delta}}(p) \alpha_{\Delta\omega}(p) = \frac{D_{\theta_{\alpha\Delta}}(p) D_{\alpha}(p)}{F_{\theta_{\alpha\Delta}}(p) F_{\alpha}(p)}, \quad (3)$$

де  $D_{\theta_{\alpha\Delta}}(p) = a_0 p^4 + a_1 p^3 + a_2 p^2$ ,  $F_{\theta_{\alpha\Delta}}(p) = b_0 p^4 + b_1 p^3 + b_2 p^2 + b_3 p + b_4$ .

Перехідна складова помилки

$$\theta_{\theta_{\alpha\Delta}}(t) = A_3 e^{p_3 t} + A_{1C} e^{p_{1C} t} + A_{2C} e^{p_{2C} t} + A_{3C} e^{p_{3C} t}, \quad (4)$$

де 
$$A_i = \frac{D_{\theta_{\alpha\Delta}}(p_i) D_{\alpha}(p)}{F'_{\theta_{\alpha\Delta}}(p_i) F_{\alpha}(p)}, \quad i = 3, 1C, 2C, 3C. \quad (5)$$

При зміні задавального впливу за законом одиничної ступінчастої функції

$$\alpha_{\Delta\omega}(t) = 1(t), \quad (\alpha_{\Delta\omega}(p) = \frac{D_{\alpha}(p)}{F_{\alpha}(p)} = \frac{1}{p}, \quad D_{\alpha}(p) = 1, \quad F_{\alpha}(p) = p)$$

початкове значення  $i$ -ої перехідної складової помилки визначається як

$$A_i = \frac{D_{\theta_{\alpha\Delta}}(p_i) 1}{F'_{\theta_{\alpha\Delta}}(p_i) p_i} = \frac{a_0 p_i^3 + a_1 p_i^2 + a_2 p_i}{4b_0 p_i^3 + 3b_1 p_i^2 + b_2 p_i + b_3} \quad (6)$$

Підставивши в (6) значення коренів рівняння з (2) і коефіцієнтів з (1), отримаємо:

$$A_3 = -150,523742, \quad A_{1C} = -27,810215, \quad A_{2C} = 149,779562, \quad A_{3C} = 29,554395. \quad (7)$$

Сума початкових значень компонент дорівнює 1, що підтверджує правильність обчислень:

$$A_3 + A_{1C} + A_{2C} + A_{3C} = -150,523742 - 27,810215 + 149,779562 + 29,554395 = 1.$$

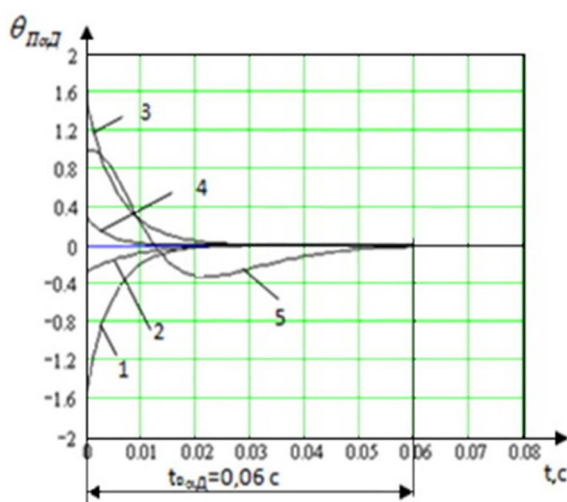


Рис.1. Перехідна складова помилки по фазі системи ФАПЧ

Підставивши в (4) значення з (7) і коренів  $p_i$  характеристичного рівняння з (2), отримаємо вираз для перехідної складової помилки  $\theta_{\theta_{\alpha\Delta}}(t)$  системи ФАПЧ з диференціальної зв'язком, спричиненої ступінчастим зміною задавального впливу  $\alpha_{\Delta\omega}(t)$ :

$$\begin{aligned} \theta_{\theta_{\alpha\Delta}}(t) &= A_3 e^{p_3 t} + A_{1C} e^{p_{1C} t} + A_{2C} e^{p_{2C} t} + A_{3C} e^{p_{3C} t} = \\ &= -150,523742 e^{-204,620t} - 27,810215 e^{-123,386t} + \\ &+ 149,779562 e^{-176,365t} + 29,554395 e^{-264,454t}. \quad (8) \end{aligned}$$

Компоненти перехідної складової помилки зображені на Рис.1 кривими 1, 2, 3 і 4 відповідно (масштаби кривих 1...4 зменшені в 100 разів), перехідна складова помилки з диференціальним зв'язком – крива 5.

Для порівняльної оцінки впливу синтезованого диференційного зв'язку на перехідний процес системи ФАПЧ, спричиненого ступінчастою зміною задавального впливу, на Рис. 2 зображені перехідні складові помилки традиційної системи ФАПЧ з принципом управління за відхиленням (крива 1) [7], комбінованої системи (крива 2) [8] і системи з диференціальним зв'язком (крива 3).

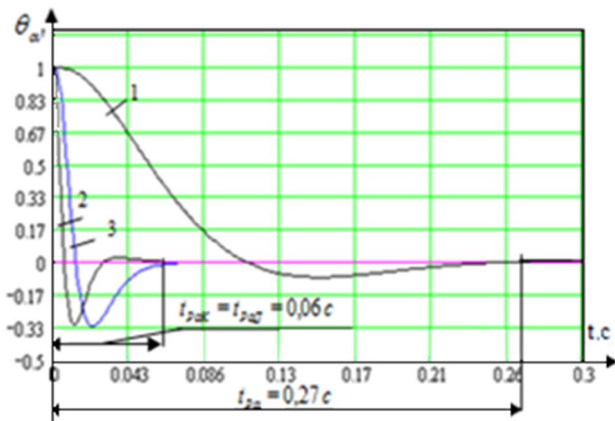


Рис. 2. Перехідні складові помилок по фазі

З рис.2 видно, що час перехідного процесу (час регулювання) завдяки введенню диференційного зв'язку, синтезованого відповідно з умовою компенсації повільно затухаючої компоненти перехідного процесу, відповідної пари комплексно-сполучених і коренів характеристичного рівняння системи і умовою підвищення порядку астатизма з першого до другого, вдалося, як і в комбінованій системі (див. (24) [8]) зменшити час перехідного процесу (підвищити швидкодію системи) в

$$t_{p\alpha}/t_{p\alpha L} = 0,27/0,06 = 4,5 \text{ рази.} \quad (9)$$

**Показники якості перехідних процесів системи ФАПЧ з диференційним зв'язком, що викликаються зміною збурюючого впливу.** Відповідно до передавальної функції помилкової системи ФАПЧ з диференціальною зв'язком щодо збурюючого впливу [5]

$$K_{\theta LD}(p) = \frac{\theta_{LD}(p)}{\Delta L(p)} = \frac{a_0 p^4 + a_1 p^3 + a_2 p^2}{b_0 p^5 + b_1 p^4 + b_2 p^3 + b_3 p^2 + b_4 p + b_5} = \frac{D_{\theta LD}(p)}{F_{\theta LD}(p)} \quad (10)$$

характеристичне рівняння системи  $F_{\theta LD}(p) = 0$  має дійсні корені [3]:

$$p_3 = -204,543728, p_{1C} = -123,39865; p_{2C} = -176,28236; p_{3C} = -264,423542, p_5 = \frac{1}{T_5} = \frac{1}{0,005} = -200. \quad (11)$$

Зображення помилки системи ФАПЧ з диференційним зв'язком при збурюючому впливі

$$\Delta L(p) = \frac{D_L(p)}{F_L(p)} \text{ згідно (10) дорівнює: } \theta_{LD}(p) = K_{\theta LD}(p)\Delta L(p) = \frac{D_{\theta LD}(p)}{F_{\theta LD}(p)} \frac{D_L(p)}{F_L(p)}, \quad (12)$$

Перехідна складова помилки, що викликається зміною збурюючого впливу, дорівнює:

$$\theta_{\theta LD}(t) = A_3 e^{p_3 t} + A_{1C} e^{p_{1C} t} + A_{2C} e^{p_{2C} t} + A_{3C} e^{p_{3C} t} + A_5 e^{p_5 t}, \quad (13)$$

де  $A_i = \frac{D_{\theta LD}(p_i)}{F_{\theta LD}'(p_i)} \frac{D_L(p)}{F_L(p)}, \quad i = 3, 1C, 2C, 3C, 5.$

При зміні збурюючого впливу за законом одиничної ступінчастої функції  $\Delta L(t) = 1(t), \Delta L(p) = \frac{D_L(p)}{F_L(p)}, D_L(p) = 1, F_L(p) = p,$  початкове значення  $i$ -ої компоненти перехідної складової помилки дорівнює

$$A_i = \frac{D_{\theta LD}(p_i)}{F_{\theta LD}'(p_i)} \frac{D_L(p_i)}{F_L(p_i)} = \frac{a_0 p_i^3 + a_1 p_i^2 + a_2 p_i}{5b_0 p_i^4 + 4b_1 p_i^3 + 3b_2 p_i^2 + 2b_3 p_i + b_4} \frac{1}{p_i} = \frac{a_0 p_i^2 + a_1 p_i + a_2}{5b_0 p_i^4 + 4b_1 p_i^3 + 3b_2 p_i^2 + 2b_3 p_i + b_4} \quad (14)$$

Підставивши в (14) значення коренів характеристичного рівняння з (10) і коефіцієнтів з ((9) [4]), отримуємо:

$$A_3 = -36,9752, A_{1C} = 0,706767, A_{2C} = -8,5406, A_{3C} = 0,417578, A_5 = 44,3915. \quad (15)$$

Сума початкових значень компонент дорівнює 0, що підтверджує правильність обчислень:  $A_3 + A_{1C} + A_{2C} + A_{3C} + A_5 = -36,9752 + 0,706767 - 8,5406 + 0,417578 + 44,3915 = 0.$

Підставивши в (13) значення з (15) і значення коренів  $p_i$  характеристичного рівняння, отримуємо вираз для перехідної складової помилки  $\theta_{\theta LD}(t)$  системи ФАПЧ з диференційним зв'язком, спричиненої ступінчастою зміною збурюючого впливу  $\Delta L(t)$ :

$$\begin{aligned} \theta_{\theta LD}(t) &= A_3 e^{p_3 t} + A_{1C} e^{p_{1C} t} + A_{2C} e^{p_{2C} t} + A_{3C} e^{p_{3C} t} + A_5 e^{p_5 t} = \\ &= -36,9752 e^{-204,620t} + 0,706767 e^{-123,386t} - 8,5406 e^{-176,365t} + 0,417578 e^{-264,454t} + 44,3915 e^{-200t}. \end{aligned} \quad (16)$$

Перехідна складова помилки відповідно до (16) зображена на Рис. 3 (крива 1).

Для порівняльної оцінки впливу синтезованого диференціального зв'язку на перехідний процес системи ФАПЧ, спричиненої ступінчастою зміною збурюючого впливу, на Рис.3 зображена також перехідна складова помилки традиційної системи ФАПЧ з принципом управління за відхиленням (крива 2) [9].

З порівняння кривих 1 і 2 (Рис. 3) випливає, що завдяки введенню диференційного зв'язку, синтезованого відповідно до умов перетворення статичної щодо збурюючого впливу в систему з астатизмом першого порядку та компенсації комплексно-сполучених і коренів характеристичного рівняння (яким відповідає повільно загасаюча компонента перехідного процесу вихідної системи), вдалося в порівнянні з традиційною системою і комбінованою системою ФАПЧ зі зв'язком по задаючому впливу усунути помилку що встановилась і скоротити час перехідного процесу (збільшити швидкодію системи) в  $t_{PL}/t_{PLD} = 0,24/0,06 = 4$  рази.

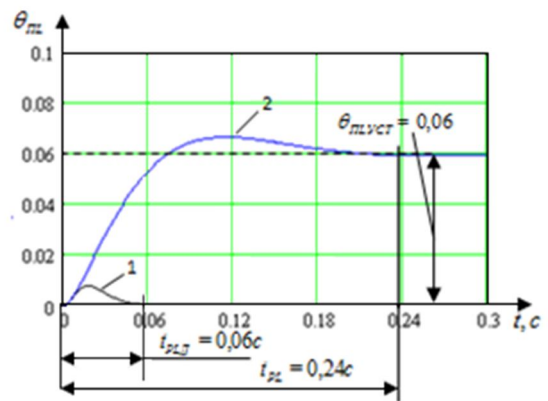


Рис. 3. Перехідні складові помилок по фазі

**Висновок.** Таким чином за допомогою диференціального зв'язку вдалося:

- зменшити час перехідного процесу (підвищити швидкодію) системи, що викликається ступінчастою зміною задаючого впливу, як і в комбінованій системі, в 4,5 рази,
- зменшити час перехідного процесу, що викликається ступінчастою зміною збурюючого впливу в порівнянні з традиційною системою ФАПЧ з принципом управління за відхиленням і комбінованою системою зі зв'язком по задаючому впливу, в 4 рази.

### Література

1. Линдсей В. Л. Системы синхронизации в связи и управлении / В. Л. Линдсей. – Москва : – Советское радио, 1978. – 599 с.
2. Карякин В. Л. Синтез оптимальных по быстродействию систем синхронизации / В. Л. Карякин // Изв. вузов СССР. сер. Радиоэлектроника. – 1985. – Т. 28, № 12. – С. 15-20.
3. Карякин В. Л. Синтез оптимальных по быстродействию импульсных систем синхронизации / В. Л. Карякин // Оптимизация систем передачи информации по каналам связи : сб. науч. тр.; учеб. ин-тов. связи. – Ленинград : ЛЭИС, 1986. – С. 107-112.
4. Клэппер Дж. Системы фазовой и частотной автоподстройки частоты / Дж. Клэппер, Дж. Фрэнк. – Москва : Энергия, 1977. – 440 с.
5. Зайцев Г. Ф. Косвенное измерение управляющего и возмущающего воздействий следящей системы одной дифференциальной связью // Теория инвариантности и теория чувствительности автоматических систем, Ч.І. АН СССР, АН УССР. – Киев, 1971. – С. 16-34.
6. Авторское свидетельство СССР №271612, МПК 05В 17/02. Измерительное устройство / Г. Ф.Зайцев (СССР). Опубл. 25.05.70. Бюл. №18.
7. Комбинированная система фазовой автоподстройки частоты с принципом управления по отклонению, ч. 1. Общий вид математической модели системы и ее анализ / [Г.Ф. Зайцев, В. Л. Булгач, А. П. Полоневич, Н. В. Градобоева] // Зв'язок. – 2012. – №1. – С. 67-70.
8. Комбинированная система фазовой автоподстройки частоты. Часть 3. Показатели качества системы / [Г. Ф. Зайцев, В. Л. Булгач, А. П. Полоневич, Н. В. Градобоева] // Зв'язок. – 2012. – №3. – С. 64-68.
9. Системы фазовой автоподстройки частоты с принципом управления по отклонению. Часть 3(б). Анализ динамических характеристик системы / [Г. Ф. Зайцев, В. Л. Булгач, В. В. Стась, Н. В. Градобоева] // Зв'язок. – 2011. – №2. – С. 54-63.
10. Зайцев Г.Ф. Радиотехнические системы автоматического управления высокой точности / Г. Ф. Зайцев, В. К. Стеклов // – К.: Техніка. – 1988. – 160 с.