

УДК 519.863

Шевченко В. Л., доктор техн. наук, ст. наук. співроб.

(Державний університет телекомунікацій, м. Київ. Тел.: +380 44 248 85 97)

ЯКІСНА СХОЖІСТЬ ЗГОРТОК В МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЯХ ПРОЦЕСІВ РОЗВИТКУ СКЛАДНИХ СИСТЕМ

Шевченко В. Л. Якісна схожість згорток в математичних моделях процесів розвитку складних систем. Добре стратегічне планування вимагає прогнозування розвитку процесів. Прогнозування розвитку складних систем використовує багатовимірні математичні моделі. Для зменшення вимірності моделей часто використовують згортки. Але брак емпіричних даних часто веде до помилок щодо обрання типу згорток. Основні результати: Проаналізовані основні причини помилок щодо обрання виду згорток. Визначені умови, коли неправильне обрання згортки не суттєво впливає на адекватність моделі. Сформульовані пропозиції щодо покращення адекватності моделей. Порівняні адитивні та мультиплікативні згортки. З'ясовано, що динамічні властивості елементів системи суттєво впливають на схожість згорток. Результати роботи багатьох згорток є схожими при нормальної роботі складної системи, але втрачають схожість в стані позаштатного функціонування системи. Якість математичних моделей може бути покращена шляхом нормування згорток.

Ключові слова: багатомірна модель, складна система, стратегічне планування, адитивна згортка, мультиплікативна згортка, нормування згорток

Шевченко В. Л. Качественная схожесть сверток в математических моделях процессов развития сложных систем. Хорошее стратегическое планирование требует прогнозирования развития процессов. Прогнозирование сложных систем использует многомерные математические модели. Для уменьшения размерности моделей часто используют свертки. Но недостаток эмпирических данных часто ведет к ошибкам выбора типа сверток. Основные результаты: Проанализированы основные причины ошибок выбора вида сверток. Определены условия, при которых неправильный выбор свертки несущественно влияет на адекватность модели. Сформулированы предложения относительно улучшения адекватности моделей. Сравнены аддитивные и мультипликативные свертки. Выяснено, что динамические характеристики элементов системы существенно влияют на схожесть сверток. Результаты работы многих сверток схожи при нормальной работе сложной системы, но теряют схожесть в состоянии нештатного функционирования системы. Качество математических моделей может быть улучшено путем нормирования сверток.

Ключевые слова: многомерная модель, сложная система, стратегическое планирование, адитивная свертка, мультипликативная свертка, нормирование сверток

Shevchenko V. L. Qualitative similarity of convolution in mathematic models of complex system development processes. Good strategic planning need prognosis of development process. Complex system development prognosis use multidimensional mathematic models. Convolution often use for dimension reducing. But lack of empirical data often lead to errors of convolution choosing. Main results: Common reasons of convolution type errors are analyzed. Conditions of non-sufficient influence at models adequacy are defined. Proposition for models adequacy improvement are formulated. Additional and multiply convolutions are compared. Dynamic features of elements influence at similarity of convolutions. Many convolutions are similar in state of normal work of complex system, but loss similarity in state of abnormal system work regime. Mathematical model quality may be improved by convolution rationing.

Keywords: multidimensional model, complex system, strategic planning, additional convolution, multiply convolution, convolution rationing

I. Вступ. Довгостроковий успіх бізнесу залежить від якості стратегічного планування, яке спирається на прогнозування результатів (наслідків) управлінських рішень. Найбільше проблем виникає при стратегічному плануванні бізнесу який опікується складними системами (технічними, організаційно-технічними тощо). Поведінка складних систем залежить від багатьох факторів і тому її складно передбачувати. Одним з ефективних інструментів прогнозування їх поведінки є чисельне моделювання.

В моделях такого типу зазвичай вважається [1] що на входи складових елементів поступають вхідні ресурси (матеріальні, фінансові, людські тощо), а на виході отримується певний корисний ефект. Створення таких моделей ускладнює їх багатовимірність. Тому часто загальний ефект складної системи представляють адитивною згортокою ефектів її окремих елементів X_i з ваговими коефіцієнтами β_i [2, 3, 4]. В той же час, фізичний зміст багатьох систем вимагає використання в моделях мультиплікативного згортання. В [5] розглянутий підхід щодо обрання типу згортки виходячи з якісного змісту фізичних об'єктів. На практиці помилка щодо типу згортки часто викликана обмеженістю емпіричних даних. Помилка витікає зі схожості поведінки окремих типів згорток при штатній поведінці складових об'єктів, тобто в нормативно задовільному діапазоні вхідних ресурсів, поза яким поведінка згорток різних типів може суттєво відрізнятись.

II. Постановка задачі. Проблема полягає в тому, що при стратегічному плануванні дуже важливо прогнозувати поведінку системи саме в нештатних ситуаціях для вчасної підготовки заходів запобігання. Але поглинаючи більшість об'єктів стратегічного планування працює в штатних умовах, та не може бути джерелом емпіричної інформації щодо нештатних ситуацій. **Актуальним** є дослідження властивостей згорток, які можуть сприяти підвищенню адекватності моделей в повному діапазоні вхідних ресурсів.

Метою статті є виявлення властивостей згорток в моделях процесів розвитку складних систем, інформація про які може сприяти підвищенню адекватності моделей.

III. Ієрархічна структура моделі складної системи. Розглянемо ієрархічну систему (Рис. 1) [6], на входи елементів якої поступають ресурси. На виході отримується корисний ефект. Для елементів наступного рівню цей вихідний ефект стає вхідним ресурсом. Всі величини змінюються у часі. На вході кожного елемента використовується згортка одного виду.

Чисельне моделювання показало, що динаміка поведінки складних ієрархічних систем не є очевидною.

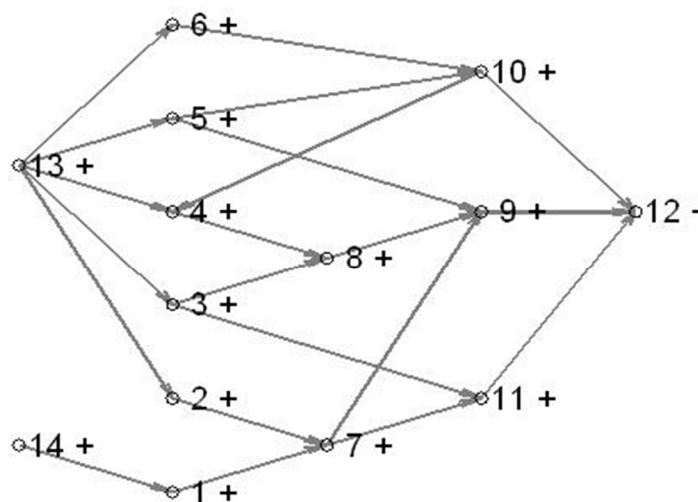


Рис. 1. Приклад ієрархічної структури моделі загального ефекту військових підрозділів

При *жорсткій* (безінерційної) залежності ефектів від ресурсів (характеристика майже релейна-динамічні затримки практично відсутні), різні види згорток ведуть до різної якісної поведінки об'єктів.

При *динамічних затримках* освоєння вхідних ресурсів поведінки адитивної та мультиплікативної згорток з ваговими коефіцієнтами в певних діапазонах вхідних ресурсів практично не відрізняються.

Найбільшу чутливість до малих величин вхідних ефектів (менше 0.1-0.3 при нормі – 1.0) виявила *ненормована* мультиплікативна згортка. Другою за чутливістю є *нормована* мультиплікативна згортка. На ступінь чутливості суттєво впливають вагові коефіцієнти. Поведінка ненормованої мультиплікативної згортки при будь-якій інерційності помітно відрізняються від поведінки нормованих згорток. Зростання інерційності елементів системи “зближує” поведінки нормованих адитивної і мультиплікативної згорток. В діапазоні найбільш вірогідних вхідних ресурсів різниця між кількісними показниками поведінки моделей з різними нормованими згортками стає менше 1%.

Важливість кожного з n окремих вхідних ресурсів X_i в згортці враховують вагові коефіцієнти β_i . Якщо $\sum_{i=1,n} \beta_i = c = const$ (найчастіше $c=1$), то згортку називатиме *адитивно нормованою*. Адитивно нормована згортка усереднює змінні відповідно до вагових коефіцієнтів. Нормуюча константа c може мінятися в залежності від умов та стану об'єкту, який створює ефект:

$c=1$ – об'єкт функціонує стандартним загальновідомим чином;

$c>1$ – функціонування, пов'язане з реалізацією нових непередбачених позитивних ефектів, наприклад, від взаємодії різних вхідних ресурсів;

$c<1$ – суттєві дисфункції об'єкту, які обумовлюють зниження вихідного ефекту у порівнянні з запланованим (дезорганізація або спад).

Завдяки наочності та простоті найчастіше в моделях використовують *нормовану адитивну згортку*

$$\aleph_{\Sigma\beta} = \sum_{i=1,n} \beta_i \cdot x_i, \quad \sum_{i=1,n} \beta_i = 1, \quad \beta_i \geq 0.$$

Мультиплікативну згортку використовують, коли рівність нулю хоча б одного з елементів викликає рівність нулю загального ефекту системи (наприклад, на конвеєрі). При цьому часто вагові коефіцієнти не використовують – *ненормована* мультиплікативна згортка

$$\aleph_{\Pi} = \prod_{i=1,n} x_i \quad [7, 8],$$

або використовують у ненормованому вигляді

$$\aleph_{\Pi\beta} = \prod_{i=1,n} x_i^{\beta_i}, \quad \beta_i \geq 0 \quad [8, 9].$$

Нормована мультиплікативна згортка має вигляд

$$\aleph_{\Pi\beta} = \prod_{i=1,n} x_i^{\beta_i}, \quad \sum_{i=1,n} \beta_i = 1, \quad \beta_i \geq 0.$$

Якщо вхідні ресурси мають використовуватись у складі комплектів, то слід застосовувати *мінімізуючу згортку* $\aleph_{\min\beta} = \min_{i=1,n} \frac{x_i}{\beta_i}$, в якій вагові коефіцієнти визначають скільки одиниць певного ресурсу x_i має входити в один комплект.

IV. Порівняльні характеристики згорток.

4.1. Порівняння згорток фіксованих наборів змінних, характерних для реальних сценаріїв розвитку представлено в Табл. 1. Вагові коефіцієнти прийняті рівними та нормованими:

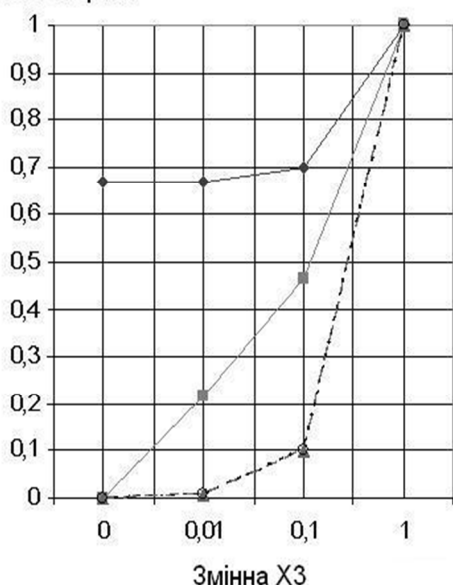
$$\beta_i = 1/3, \quad i = \overline{1,3}, \quad \sum_{i=1,3} \beta_i = 1.$$

Табл. 1

Змінні			Значення згорток			
x1	x2	x3	Адитивна з ваговим коефіцієнтом	Мультиплікативна з ваговим коефіцієнтом	Мультиплікативна	Мінімізуюча
Варіант 1						
1	1	0	0,666667	0	0	0
1	1	0,01	0,67	0,215443	0,01	0,01
1	1	0,1	0,7	0,464159	0,1	0,1
1	1	1	1	1	1	1
Варіант 2						
1	0	0	0,333333	0	0	0
1	0,05	0,05	0,366667	0,135721	0,0025	0,05
1	0,1	0,1	0,4	0,215443	0,01	0,1
1	0,25	0,25	0,5	0,39685	0,0625	0,25
1	1	1	1	1	1	1

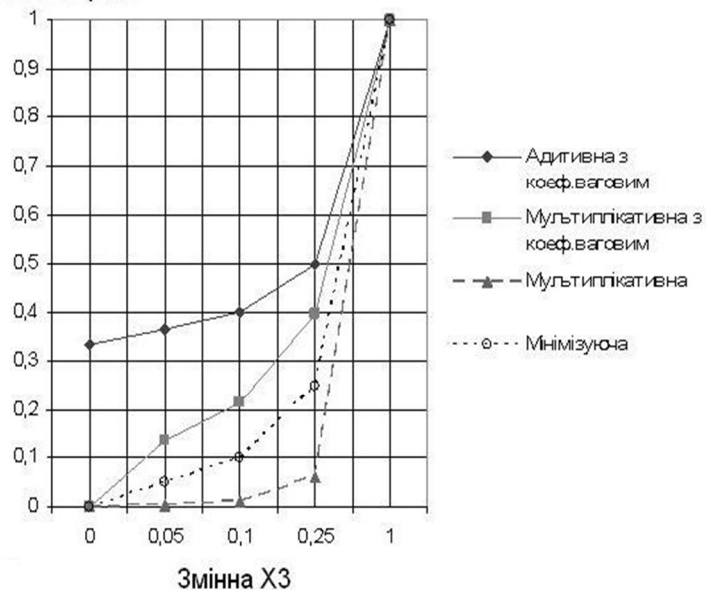
Згортки відрізняються можливостями **компенсації** “провалів відстаючих” елементів (варіанті 1 – змінна X3, варіант 2 – змінні X2, X3). Компенсаційні можливості наочно представляє Рис. 2. Чим вище графік згортки, тим вище її компенсаційні можливості.

Значення згортки



а) варіант 1

Значення згортки



б) варіант 2

Рис. 2. Ілюстрація компенсаційних можливостей різних згорток.

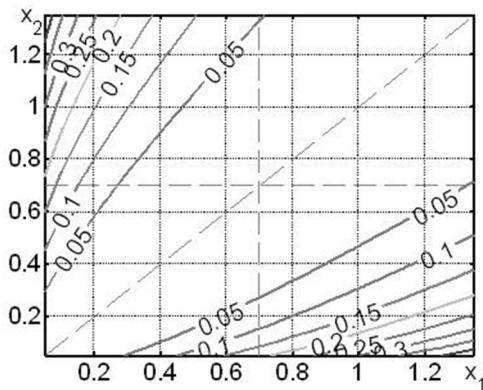
Найменші компенсуючі можливості мають мінімізуючі згортки (варіант 1) та мультиплікативні без вагових коефіцієнтів (варіант 2). Нереальні гіперкомпенсаційні можливості мають адитивні згортки без вагових коефіцієнтів. Тому вони виключені з аналізу, як практично нереальні. Досить адекватні адитивні та мультиплікативні згортки з ваговими коефіцієнтами, серед яких компенсаційні можливості мультиплікативних згорток вище.

4.2. Порівняння адитивної та мультиплікативної згорток в робочому діапазоні вхідних ресурсів. Робочий діапазон ресурсів дорівнює $x_i \in [0,1]$. Максимальне його перевищення на 0,4-0,5. Мінімально припустима величину ефектів 0.7.

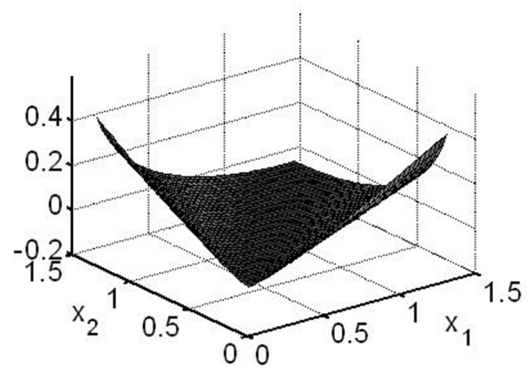
Проаналізуємо різницю ε значень нормованих адитивної та мультиплікативної згорток для *ідеальної безінерційної моделі*

$$\varepsilon = \aleph_{\Sigma\beta} - \aleph_{\Pi\beta} = \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 - x_1^{\beta_1} x_2^{\beta_2}; \quad \beta_1 + \beta_2 = 1.$$

При вагових коефіцієнтах $\beta_1 = \beta_2 = 0.5$ для вхідних ресурсів з нормативно задовільного діапазону $x_i=0.7-1.35$ різниця $\varepsilon(x_1, x_2)$ не перевищує $\varepsilon_{\max}=5\%$ (Рис. 3), а на більшості діапазону – 1-2%. При $x_i=0-0.7$ $\varepsilon_{\max}=5\%$, якщо $|x_1 - x_2| \leq 0.3-0.65$. При несиметричних вагових коефіцієнтах $\beta_1 : \beta_2 = 10$ якісна картина аналогічна (Рис. 4), але $\varepsilon(x_1, x_2)$ набагато менше.



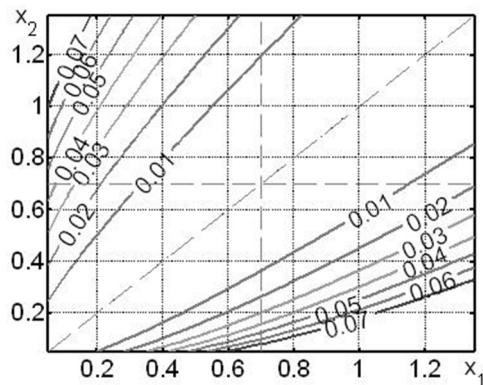
а)



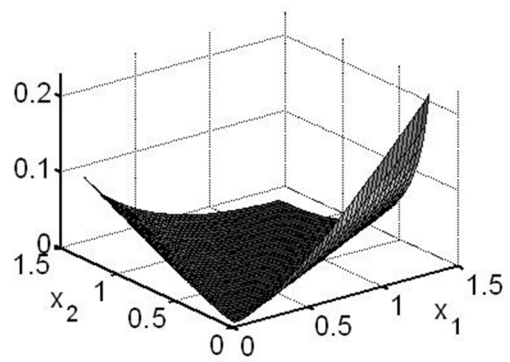
б)

Рис. 3. Різниця двоелементних згорток $\varepsilon(x_1, x_2) = \aleph_{\Sigma\beta} - \aleph_{\Pi\beta}$ при $\beta_1 = \beta_2 = 0.5$:

а) у вигляді ліній рівнів; б) у вигляді поверхні



а)



б)

Рис. 4. Різниця двоелементних згорток $\varepsilon(x_1, x_2) = \aleph_{\Sigma\beta} - \aleph_{\Pi\beta}$ при $\beta_1 : \beta_2 = 10$:

а) у вигляді ліній рівнів; б) у вигляді поверхні

Отже в робочому діапазоні вхідних ресурсів $x_i=0-1.35$ при нормативно задовільному діапазоні $x_i=0.7-1.35$ (Табл. 2) можливе використання адитивної згортки замість мультиплікативної без порушення адекватності моделі з похибкою 1-5%, що, в свою чергу, дозволяє утримувати на припустимому рівні похибку довгострокового прогнозування.

Показники оцінки можливості заміни мультиплікативної згортки адитивною Табл. 2

x_i	Показник оцінки для даного діапазону величин X_i	$\beta_1 : \beta_2 = 1$	$\beta_1 : \beta_2 = 2$	$\beta_1 : \beta_2 = 5$	$\beta_1 : \beta_2 = 10$	$\beta_1 : \beta_2 = 100$
0-0.7	$\Delta x = x_1 - x_2$, при якому досягається $\varepsilon(x_1, x_2) < \varepsilon_{\max}$	0.3-0.65	0.35-0.65	0.35-0.65	0.28-0.7	0.35-0.65
0.7-1.4	ε_{\max} , %	5	4.5-5	2.5-3	1.5-2	0.2-0.24

Якщо виникає необхідність одночасного використання на одному рівні моделі адитивної та мультиплікативної згорток: $\aleph_{\Sigma\Pi\beta} = \aleph_{\Sigma\beta} + \aleph_{\Pi\beta}$ або $\aleph_{\Sigma\Pi\beta} = \aleph_{\Sigma\beta} \cdot \aleph_{\Pi\beta}$, то з урахуванням проаналізованих умов подібності нормованих згорток змішана згортка $\aleph_{\Sigma\Pi\beta}$ може бути перетворена до адитивної або мультиплікативної без втрати адекватності.

При порівнянні ненормованої мультиплікативної та нормованої адитивної згорток з'ясовано, що для нормативно задовільних вхідних ресурсів $x_i=0.7-1.35$ різниця $\varepsilon(x_1, x_2)$ не перевищує 8% (Рис. 5), а для більшості діапазону – 5%. В діапазоні $x_i=0-0.7$ різниця досягає 50-70%. Найкраще наближення згортки \aleph_{Π} до $\aleph_{\Sigma\beta}$ (до 20-27%) спостерігається при $|x_1 - x_2| \leq 0.1-0.3$.

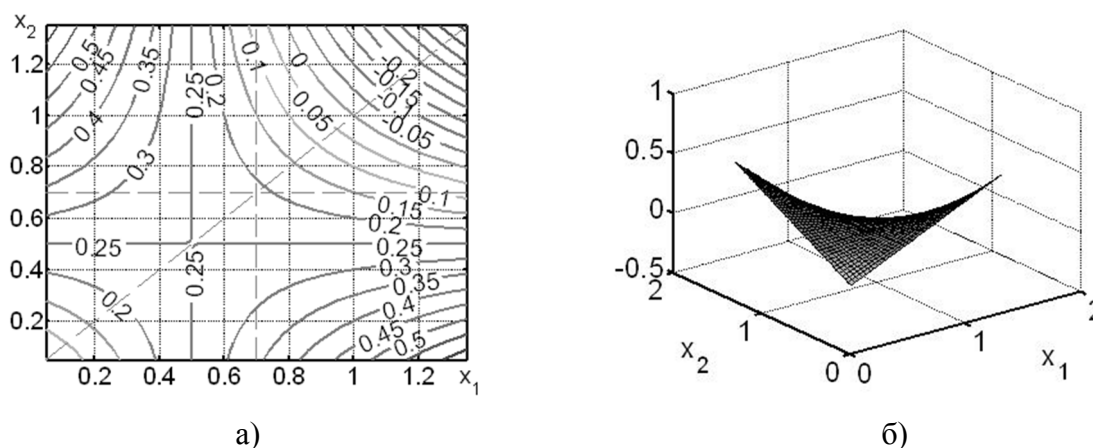


Рис. 5. Різниця $\varepsilon(x_1, x_2)$ двоелементних згорток:

адитивної з коефіцієнтами $\beta_1 : \beta_2 = 1$ та мультиплікативної без вагових коефіцієнтів
 а) у вигляді ліній рівнів; б) у вигляді поверхні)

V. Висновки. Чисельне моделювання показує, що існує певний діапазон аргументів, в якому моделі можуть бути представлені лише у вигляді адитивної або мультиплікативної згортки. В певному діапазоні аргументів адитивна та мультиплікативна згортки з ваговими коефіцієнтами забезпечують дуже наближені вихідні величини ефектів, що дозволяє їх взаємну трансформацію.

В певному діапазоні вхідних даних вихідні ефекти ідеальних безінерційних моделей, які містять різні згортки, є дуже подібними. Зростання інерційності моделей підвищує їх

подібність ще більше. Це пояснює, чому часто дослідники не можуть на підставі емпіричних даних коректно ідентифікувати вид згортки і часто замість мультиплікативної згортки помилково використовують адитивну.

Аналіз результатів чисельного моделювання вихідних ефектів дозволив зробити висновок, що подібність адитивної та мультиплікативної згорток проявляється, коли стає неможливою миттєва зміна вихідного ефекту відповідно до зміни вхідних ресурсів, тобто коли крок інтегрування стає меншим за час, який необхідний для зміни вихідного ефекту відповідно до вхідного ресурсу.

В подальшому **доцільні дослідження** властивостей мультиплікативно нормованих згорток ($\prod_{i=1,n} \beta_i = c$) та розробка методик використання розроблених моделей в процедурах пошуку оптимальних рішень щодо стратегічного планування.

Література

1. Шевченко В. Л. Оптимізаційне моделювання в стратегічному плануванні / В. Л. Шевченко. – Київ : ЦВСД НУОУ, 2011. – 283 с.
2. Regan I. M., Volt W. J. The TASKFORM Methodology: A Technique for Assessing Comparative Force Modernisation (Fourth Edition, Revised). The Analytical Sciences Corporation, July 1991. – 177p.
3. Облік оборонних ресурсів за допомогою формуляра військової частини. 1. Методики опрацювання формуляра : монографія / [В. Л. Шевченко, Є. Ф. Шелест, Р. М. Федоренко та ін.; за ред. Є. Ф. Шелеста, В. Л. Шевченка]. – Київ : ННДЦ ОТ і ВБ України, ГШ ЗС України, 2003. – 160 с.
4. Основы теории и методологии планирования строительства вооруженных сил Российской Федерации / [А. В. Квашнин, В. И. Останков, В. Л. Манько и др.; под ред. А. В. Квашнина]. – Москва : Воентехиздат, 2002. – 232 с.
5. Шевченко В. Л. Самоорганізація SL-згорток лінійних функціоналів якості / В. Л. Шевченко // Збірник наук. пр. ННДЦ ОТ і ВБ України. – 2005. – Вип. 4 (29). – С. 53-61.
6. Шевченко В. Л. Оптимізаційне моделювання ефекту діяльності взаємодіючих структурних підрозділів / В. Л. Шевченко // Проблеми інформатизації та управління : зб. наук. пр. (Київ : НАУ). – 2005. – Вип. 14. – С. 157-162.
7. Елементи дослідження складних систем військового призначення / [О. М. Загорка, С. П. Мосов, А. І. Сбитнев, П. І. Стужук]. – Київ : НАОУ, 2005. – 100 с.
8. Кини Р. Л. Принятие решений при многих критериях: предпочтения и замещения / Р. Л. Кини, Х. Райф ; пер. с англ. под ред. И. Ф. Шахнова. – Москва : Радио и связь, 1981. – 560 с.
9. Денисов А. А. Теория больших систем управления : учеб. пособ. для вузов / А. А. Денисов, Д. Н. Колесников. – Ленинград : Энергоиздат, Ленингр.отд-ние, 1982. – 288 с.

Дата надходження в редакцію: 26.08.2014 р.

Рецензент: д.т.н., проф. Барабаш О. В.