

## ПРОЕКТУВАННЯ РАДІОДОСТУПУ З ОПТИМАЛЬНИМИ ПАРАМЕТРАМИ МЕРЕЖІ

Досліджуються високошвидкісної мережі з радіодоступом на базі OFDM та QAM. Запропоновано нові підходи до проектування сучасних безпроводових мереж. Приведено приклад розробки алгоритму і проектування системи передачі мережі радіодоступу з оптимальними параметрами.

**Ключові слова:** мережа, радіодоступ, канал зв'язку, багатоканальні модеми, оптимальне проектування, пропускна здатність, імовірність помилки.

**Bondarchuk A. P. Designing a radioscope with optimal parameters.** This topic are considered new principles of building wireless networks. Design of optimal radio network parameters. Investigates high-speed radio access network based on OFDM and QAM. Offer new approaches to the design of modern radio. The example of development of the algorithm and planning of the data transmission system of the radioaccess network of with optimum parameters is resulted.

**Keywords:** network, radio access, communication channel, multi-channel modems, optimal design, capacity, probability of error.

**Вступ.** Однією з найбільш актуальних і в той же час складних завдань системного характеру є оптимізація мереж зв'язку. Це завдання включає, зокрема, декомпозицію великої системи на ієрархічно пов'язані підсистеми, вибір технічних засобів і їх параметрів у вузлах мережі, визначення конфігурації системи в цілому і на кожному ієрархічному рівні, вибір параметрів лінійних споруд, ретрансляційних пунктів, комутаційних систем і т. д. Надзвичайно складним завданням є оптимізація мереж зв'язку в цілому по всіх компонентах і з параметрами, які характеризують як структуру мережі, так і склад її устаткування.

Тому, як правило, задачі оптимізації мереж зв'язку вирішують при сильних обмеженнях на значну частину її параметрів [1, 2]. Такий підхід у багатьох випадках цілком виправданий.

Наприклад, в провідних мережах зв'язку оптимізації підлягає лише конфігурація мережі та часто чітко задані кінцеве і більша частина лінійного обладнання.

В дальньому радіозв'язку, навпаки, оптимізації підлягають склад та параметри технічних засобів радіопередаючих, радіоприймальних і ретрансляційних пунктів, часто конфігурація мережі задана фактичним розташуванням кінцевих пунктів і затребуваним навантаженням між ними [3, 4].

**Проектування системи передачі.** Проаналізуємо систему передачі інформації, що включає модем і канал, причому останній повністю заданий. Тобто визначенню в процесі оптимального проектування підлягають тільки його параметри.

В завданні на проектування підлягає розробці модем, призначений для роботи в системі передачі інформації з короткохвильового радіоканалу.

Модель каналу задана: на вхід демодулятора надходить адитивна суміш сигналу, згасаючого по релеевському закону та шуму з рівномірним спектром і нормальним розподілом миттєвих значень; канал багатопроменевий, затримка променів не перевищує 1 мкс. Радіопередавач забезпечує на вході демодулятора середнє відношення потужності сигналу до потужності шуму, яке дорівнює 1000 при повному використанні пікової потужності. Структура модему – багатоканальна з ортогональними канальними сигналами і квадратурно-амплітудною модуляцією (QAM). Некогерентний прийом допускається лише одиночний. Пропускна здатність системи 70 Мбіт/с. Максимально допустиме значення середньої ймовірності помилки при прийомі одного двійкового елемента повідомлення дорівнює  $10^{-2}$ . Потрібно знайти параметри найменш складного модему з вищевказаними характеристиками.

*I етап.* Потрібно скласти завдання на проектування в математичній формі та визначити зовнішні параметри  $y$  і їх обмеження  $\Phi y$ . У завданні зазначено три зовнішніх параметри: ширина смуги частот сигналу  $\Delta F$ ; ймовірність помилки  $p_{\text{пом}}$ , пропускна спроможність  $C$ , обмеження на них, які запишемо у виді двох нерівностей та рівняння:

$$y_1 = \Delta F \leq 1000000 \text{ Гц}, \quad (1)$$

$$y_2 = p_{\text{пом}} \leq 0,01, \quad (2)$$

$$y_3 = C = 70000000 \text{ біт/с}. \quad (3)$$

Крім того, необхідно ввести четвертий зовнішній параметр – складність системи  $S$ , на який в завданні не має обмежень, але зазначено доцільність його зменшення:

$$y_4 = S. \quad (4)$$

У завданні є додаткові кількісні обмеження, не пов'язані безпосередньо з перерахованими зовнішніми параметрами – тривалість відносно запізнювання променів, відношення сигнал/шум, а також рекомендації нематематичного типу – одиничний прийом, квадратурно-амплітудна модуляція, багатоканальна структура модему. Всі ці обмеження будуть використані на другому етапі проектування при визначенні внутрішніх параметрів системи і рівнянь параметрів.

Звернемося тепер до цільової функції оптимального проектування. Перш за все встановимо, чи варто ввести в цільову функцію будь-який з перерахованих вище зовнішніх параметрів. Параметр  $y_3$  – пропускна спроможність системи - очевидно не входить у цільову функцію, так як на нього накладено обмеження (3). Можна було б ввести в цільову функцію параметри  $y_1, y_2$ , оскільки вони можуть бути поліпшені до допустимих граничних значень. Проте в завданні немає рекомендацій про доцільність. Зовнішній параметр системи  $S$ , що характеризує її складність, буде єдиною змінною цільової функції:  $\gamma(y) = f(y_4)$ .

Так як в цільову функцію входить тільки одна змінна, то залежність оцінки ефективності проекту системи  $\gamma$  від її складності  $S$  не має значення; тільки необхідно, щоб величина  $\gamma$  монотонно зростала при спаданні  $S$ . Прийемо, наприклад, цільову функцію виду  $\gamma = 1/S$ .

Представимо завдання оптимального проектування в математичній формі.

Задані вектор зовнішніх параметрів проектованої системи  $y = (y_1, y_2, y_3, y_4)$ , компоненти якого мають зміст і розмірність відповідно до виразів (1)-(4), і тоді система обмежень:

$$\Phi y \begin{cases} y_1 = \Delta F \leq 1000000 \text{ Гц}, \\ y_2 = p_{\text{пом}} \leq 0,01, \\ y_3 = 70 \text{ Мбіт/с}. \end{cases}$$

Потрібно розробити систему, яка зможе надати максимум цільової функції  $\gamma(y) = 1/y_4$ . Доцільно ще перевірити математичну коректність і несуперечність запропонованого завдання. Коректність завдання очевидна, оскільки цільова функція в даному випадку обмежена. Несуперечність завдання можна перевірити на етапі вирішення задачі математичного програмування, проте проектування подібних модемів вказує на можливість виконання умов завдання.

*II етап* – складання математичного завдання. Оскільки в даному випадку структура проектованого модему задана, необхідно перейти безпосередньо до визначення простору його внутрішніх параметрів, минаючи етап евристичного проектування.

Багатоканальні модеми з ортогональними каналними сигналами і QAM мають такі основні внутрішні параметри:

– тривалість елементарної послідовності сигналу  $\tau$  – визначає швидкість маніпуляції кожного каналного сигналу;

– тривалість обробки елементарної послідовності сигналу  $T$  (тривалість інтегрування), – визначає інтервал часу ортогональності каналних сигналів і частотний інтервал між каналними сигналами;

– кратність маніпуляції  $k$ ; – число каналних сигналів (каналів)  $N$ .

$$\text{Позначимо} \quad \left. \begin{array}{l} x_1 = \tau, x_2 = T, \\ x_3 = k, x_4 = N. \end{array} \right\} \quad (5)$$

Параметри  $x_1$  і  $x_2$  можуть приймати довільні позитивні значення, проте  $x_1 > x_2$  на величину захисного інтервалу, який у відповідності з умовами завдання не менший, ніж величина максимального запізнювання між променями. Параметр  $x_4$  може приймати позитивні цілочисельні значення, а параметр  $x_3$  – лише значення 8, так як цими значеннями обмежена в завданні на проектування кратність маніпуляції.

Таким чином, отримуємо систему обмежень на внутрішні параметри:

$$\Phi x \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x_1 - x_2 \geq 0,000001, \\ x_1 > 0, x_2 > 0, \\ x_3 = 8, \\ x_4 = 1, 2, 3, \dots \end{array} \right.$$

Тепер перейдемо до складання рівнянь параметрів  $F(x, y)$ . З цією метою будемо послідовно виражати зовнішні параметри системи через внутрішні.

$$y_1 = f_1(x_1, x_2, x_3, x_4).$$

Частоти каналних сигналів відстають один від одного на інтервал  $N$ , який за умовою ортогональності каналних сигналів дорівнює  $\Delta f = 1/T$ . Тоді ширина спектру сигналу визначається виразом:  $\Delta F = (N+1)\Delta f = (N+1)/T$ , а рівняння має вид:

$$\begin{aligned} y_1 &= (x_4 + 1) / x_2, \\ y_2 &= f_2(x_1, x_2, x_3, x_4). \end{aligned}$$

Імовірність помилки в даному випадку є функцією тривалості обробки сигналу в демодуляторі  $T$ , кратності маніпуляції  $k$  і числа каналів  $N$ , оскільки від останнього залежить розподіл потужності радіопередавача між каналами. Імовірність помилки при прийомі однієї послідовності каналного сигналу в умовах дії адитивної гаусівської завади і релеевських замирань дорівнює

$$P_{\text{пом}} = \frac{1}{2 + (9-k)h_0^2}; \quad (k=8), \quad (6)$$

де  $h_0^2$  – середнє відношення енергії одного каналного сигналу до спектральної щільності потужності завади, а саме:

$$h_0^2 = \frac{P_{co} T}{\sigma_0^2} \quad (7)$$

де  $P_{co}$  – середня потужність каналного сигналу;

$\sigma_0^2$  – спектральна щільність потужності завади.

Величина  $\sigma_0^2$  дорівнює потужності завади  $P_n$ , поділеній на ширину смуги пропускання каналу, тобто в даному випадку

$$\sigma_0^2 = P_n / 10000000. \quad (8)$$

Потужність каналного сигналу визначається через пікову потужність сигналу  $P_c$  за формулою  $P_{co} = P_c / N^\lambda$ , де  $\lambda$  – коефіцієнт, що залежить від ступеня обмеження групового сигналу в модуляторі. У режимі без обмеження  $\lambda=2$ ; зазвичай, застосовують обмеження, при якому  $\lambda \sim 1,3$ . Таким чином,

$$P_{co} = P_c / N^{1,3} \quad (9)$$

Підставивши рівності (8) і (9) в (7), одержимо:

$$h_0^2 = \frac{P_c}{P_n} \frac{10^7 \cdot T}{N^{1,3}}. \quad (10)$$

Величина відношення  $P_c / P_n$  задана в завданні і дорівнює 1000, тому  $h_0^2 = \frac{10^4 \cdot T}{N^{1,3}}$ .

Підставивши рівність (10) в (6), отримуємо остаточно

$$P_{\text{ном}} = \frac{N^{1,3}}{2N^{1,3} + 10^{10} (9 - k) T}.$$

Таким чином, дані рівняння мають вид:

$$y_2 = \frac{x_4^{1,3}}{2x_4^{1,3} + 10^{10} (9 - x_3) x_2}; \quad y_3 = f_3(x_1, x_2, x_3, x_4).$$

Пропускна спроможність  $N$ -канальної системи при швидкості маніпуляції в каналі  $1/\tau$  і кратності маніпуляції  $k$  дорівнює  $C = Nk \frac{1}{\tau}$ . Отже, дані рівняння будуть мати вигляд:

$$y_3 = \frac{x_3 x_4}{x_1}; \quad y_4 = f_4(x_1, x_2, x_3, x_4).$$

Обчислення параметрів радіотехнічних систем та пристроїв не мають однозначного визначення. Якщо взяти за кількісну міру складності системи число так званих базових вузлів, то можна підібрати емпіричні залежності, вдало апроксимуючі складність, як функцію внутрішніх параметрів системи. Складність багатоканальних модемів з QAM добре апроксимується лінійною функцією числа каналів  $S = S_0 + S_1 N$ , де  $S_0$  – складність групового обладнання, що практично не залежить від внутрішніх параметрів;  $S_1$  – складність одного каналного пристрою.

Тоді, дане рівняння можна представити у вигляді функції одного внутрішнього параметра:  $y_4 = S_0 + S_1 x_4$ .

В результаті отримуємо наступне математичне значення оптимального проектування. Вектори внутрішніх і зовнішніх параметрів системи мають вигляд  $x = (x_1, x_2, x_3, x_4)$ ,  $y = (y_1, y_2, y_3, y_4)$ , компоненти яких мають зміст і розмірність (1)-(5), задані за допомогою систем обмежень  $\Phi_x$  і  $\Phi_y$ :

$$\Phi_x \rightarrow \begin{cases} x_1 - x_2 \geq 0,000001, \\ x_1 > 0, \quad x_2 > 0, \\ x_3 = 8, \\ x_4 = 1, 2, 3, \dots \end{cases} \quad \Phi_y \rightarrow \begin{cases} y_1 \leq 10^7, \\ y_2 \leq 10^{-2}, \\ y_3 = 90 \cdot 10^6. \end{cases} \quad (11)$$

Задані рівняння зовнішніх і внутрішніх параметрів:

$$y_1 = \frac{1 + x_4}{x_2}, \quad y_2 = \frac{x_4^{1,3}}{2x_4^{1,3} + 10^{10} (9 - x_3) x_2}, \quad y_3 = \frac{x_3 \cdot x_4}{x_1}, \quad y_4 = S_0 + S_1 x_4. \quad (12)$$

Потрібно знайти параметр  $x_{\text{опт}}$ , який доставляє максимум цільової функції:

$$\gamma = 1/y_4. \quad (13)$$

Для приведення цього завдання до стандартного виду задачі оптимального математичного програмування підставимо рівності (12) в обмеження (11) і цільову функцію (13) та замінимо пошуковий максимум (13) мінімумом зворотної функції. В результаті отримаємо:

$$\min x_4, \quad \frac{1 + x_4}{x_2} \leq 10^7, \quad (14a)$$

$$\frac{x_4^{1,3}}{2x_4^{1,3} + 10^{10} (9 - x_3) x_2} \leq 10^{-2} \quad (14б)$$

$$\frac{x_3 x_4}{x_1} = 70 \cdot 10^6, \quad (14в)$$

$$x_1 - x_2 \geq 0,000001, \quad (14г)$$

$$x_1 > 0, \quad x_2 > 0, \quad x_3 = 8, \quad x_4 = 1, 2, 3, \dots \quad (14д)$$

Це завдання можна сформулювати наступним чином: знайти  $x_1, x_2, x_3$  і  $x_4$ , які задовольняють (14а-14д) при мінімально можливому  $x_4$ .

*III етап* – рішення задачі математичного програмування. Сформована задача (14) може бути вирішена безпосереднім підбором екстремального значення змінної  $x_4$  і значень змінних  $x_1, x_2, x_3$  спільно задовольняють рівності і нерівності (14а-14д).

Два стандартних приймання сигналу, сформульованих нижче, спрощують вирішення подібних завдань. Якщо деяка змінна приймає порівняно невелике число значень, то доцільно вирішувати задачу оптимізації для кожного з цих значень окремо, а потім вибрати кращий варіант рішення. При цьому завдання вирішується стільки разів, скільки значень приймає вилучена змінна, проте кожна задача має на одиницю меншу розмірність, ніж вихідна.

Якщо в системі обмежень існують рівності, що дозволяють представити в конкретному виді деякі змінні, то доцільно вилучити ці змінні шляхом підстановки їх виразів, отриманих з відповідних рівностей, у всі нерівності. Це також дозволяє зменшити обсяг завдання і спростити його рішення.

Нехай  $x_3$  приймає тільки одне значення  $x_3=8$ . Крім того, користуючись рівністю (14в), виключимо з завдання змінну  $x_1$ , підставивши її в нерівності (14а, 14б, 14г).

У результаті даних підстановок отримаємо три нерівності з двома невідомими  $x_2$  і  $x_4$ . Перевіримо ці нерівності на попарну спільність: якщо хоча б одна пара нерівностей несумісна, то завдання суперечливе, і оптимальний проект не існує. Далі підставимо в отримані нерівності найменше значення змінної  $x_4=1$ , також перевіримо нерівності на сумісність. Якщо хоча б одна пара нерівностей виявляється несумісною, підставимо в усі нерівності  $x_4=2$  і знову перевіримо їх і т.д. Найменша  $x_4$ , при якій система нерівностей виявляється сумісною, відповідає оптимальному рішенню. Значення змінних  $x_1$  і  $x_2$  знаходяться після цього досить просто: перше з (14в), а друге з (14а) і (14г).

Застосуємо описаний алгоритм при  $x_3 = 4$ . З (14в) отримуємо:

$$x_1 = \frac{x_4}{8750000}. \quad (15)$$

Підставивши (15) в (14г), після простих перетворень одержимо з (14а), (14б) і (14г):

$$\text{а) } x_4 \leq 10^7 x_2 - 1; \quad \text{б) } x_4^{1.3} \leq 10^8 x_2; \quad \text{в) } x_4 \geq 8,75 + 8750000 \cdot x_2.$$

Перевіримо отримані нерівності на попарну спільність.

Нерівності (14а і 14б), а також нерівності (14а і 14в), очевидно, сумісні. Для перевірки спільності в (14б і 14в) підставимо найбільше значення змінної  $x_2 = \frac{x_4 - 8,75}{8750000}$  – в нерівність (14 б).

Отримаємо,  $8750000x_4^{1.3} \leq 10^{10}(x_4 - 8,75)$ , звідки випливає, що (14б і 14в) сумісні. Отже, нерівності (14а, 14б і 14в) попарно сумісні, так що існування оптимального проекту можливе.

Знайдемо тепер мінімальне значення  $x_4$ , що задовольняє нерівностям (14а, 14б і 14в). З (14в) випливає, що  $x_4 \geq 8$ . Підставляючи в (14а і 14в)  $x_4$ , рівне вісім, дев'ять, десять і т. д., перевіряємо кожен раз спільність нерівностей (14а і 14в). Опускаючи прості розрахунки, зазначимо, що мінімальне значення  $x_4$ , при якому нерівності (14а і 14в) сумісні, так само дорівнює 77. При  $x_4=77$  однозначне визначення  $x_2$ , яке задовольняє обом нерівностям, так само, як не важко переконатися безпосередньою підстановкою,  $x_2 = 7,8 \cdot 10^{-6}$ .

Перевіримо виконання нерівності (14б) при  $x_4=77$  і  $x_2=7,8 \cdot 10^{-6}$ . Отримуємо:  $x_4^{1.3} = 77^{1.3} \sim 284 \leq 10^8 x_2 \sim 780$ , тобто нерівність (14б) також виконується.

Тепер залишається знайти останній невідомий параметр –  $x_1$ . Отримуємо:  $x_1 = 8,8 \cdot 10^{-6}$ .

Отже, рішення задачі математичного програмування таке:  $x_1 = 8,8 \cdot 10^{-6}$ ;  $x_2 = 7,8 \cdot 10^{-6}$ ;  $x_3 = 8$ ;  $x_4 = 77$ . Розкриваючи зміст змінних  $x_1, x_2, x_3, x_4$  отримуємо, що сформульованому завданню відповідає оптимальна система з параметрами:

- тривалість посилки  $\tau = 8,8$  мкс;
- тривалість інтегрування  $T = 7,8$  мкс ( $\Delta\tau = 1$  мкс,  $\Delta f = 120$  кГц);
- кратність маніпуляції  $k = 8$ ;
- число каналів  $N = 77$ .

Оптимальним значенням внутрішніх параметрів проекрованої системи відповідають наступні зовнішні параметри:

- ширина спектра сигналу  $\Delta F = 10000000$  Гц (10 МГц);
- ймовірність помилки  $p_{\text{пом}} = 3,6 \cdot 10^{-3}$  (з MIMO  $p_{\text{пом}} = 10^{-7}$ );
- пропускна здатність  $C = 70$  Мбіт/с;
- число каналів (складність системи)  $N = 77$ .

Неважко переконатися, що отримані зовнішні характеристики задовольняють умовам завдання.

### Список використаної літератури

1. Окунев Ю. Б. Принципы системного перехода к проектированию в технике связи / Ю. Б. Окунев, В. Г. Плотников. – Москва : Связь, 1976. – 184 с.
2. Вишнеvский В. М. Теоретические основы проектирования компьютерных сетей / В. М. Вишнеvский. – Москва : Техносфера. – 2003. – 512 с.
3. Афонин С. И. Моделирование информационных потоков в сетях передачи данных интегрированных АСУ / С. И. Афонин // Информационные системы и технологии. – 2011. – Т. 68. – № 6.
4. Еременко В. Т. Синтез сетей передачи данных автоматизированных систем управления на основе критерия неблокируемой маршрутизации / В. Т. Еременко // Научные ведомости Белгородского государственного университета. Серия: Экономика. Информатика. – 2011. – Т. 18. – №. 7-1.

### References

1. Okunev Yu. B., Plotnikov V. B. Principles of the system passing to planning in the technique of connection. – Moskva : Sviaz', 1976. – 184 p.
2. Vishnevskii V. M. Theoretical bases of planning of computer networks. – Moskva: Tehnosfera. – 2003. – 512 p.
3. Afonin S. I. Modelling of informative streams in the data transmission data transmission networks computer-integrated system. // Informatsionnye sistemy i tehnologii. – 2011. – Vol. 68. – No. 6.
4. Eremenko V. T. Synthesis of networks of the data transmission of these automated control the system on the basis of criterion the unblocked routing // Scientific lists of the Belgorod State University. Series: Economy. Informatics. – 2011. – Vol. 18. – No. 7-1.

### Автор статті

**Бондарчук Андрій Петрович** – кандидат технічних наук, доцент кафедри інженерії програмного забезпечення, Державний університет телекомунікацій, Київ. Тел.: +380 (97) 408 61 31. E-mail: 0-99@mail.ru

### Author of the article

**Bondarchuk Andrii Petrovych** – candidate of sciences (technical), associate professor of the software engineering department, State University of Telecommunications, Kyiv. Tel.: +380 (97) 408 61 31. E-mail: 0-99@mail.ru

Дата надходження  
в редакцію: 22.01.2017 р.

Рецензент:  
доктор технічних наук, професор В. В. Вишнівський  
Державний університет телекомунікацій, Київ