УДК 004.052.2

Барабаш О. В. *Державний університет телекомунікацій, Київ*
Конограй А. Ф. *Інститут математики НАН України*
Саланда І. П. *Східноєвропейський національний університет ім. Лесі Українки, Луцьк.*

МЕТОДИКА АНАЛІЗУ СТРУКТУРНОЇ ФУНКЦІОНАЛЬНОЇ СТІЙКОСТІ РОЗГАЛУЖЕНОЇ ІНФОРМАЦІЙНОЇ МЕРЕЖІ

Розроблено методику аналізу структурної функціональної стійкості розгалуженої інформаційної мережі за ймовірнісним критерієм на основі алгоритму Штор-Вагнера визначення повної множини мінімальних перерізів графа. Метод відрізняється від існуючих достатньо високою "швидкодією" та дозволяє обчислити імовірність зв'язності вершин за прийнятний час. Його особливість полягає в можливості застосування для перебудови активної топології з метою забезпечення функціональної стійкості розгалужених інформаційних мереж.

Ключові слова: *інформаційна мережа, функціональна стійкість, надмірність, алгоритм Штор-Вагнера, ймовірність зв'язності, активна топологія*

Barabash O. V. *State University of Telecommunications, Kyiv*
Konohray A. F. *Institute of Mathematics of the National Academy of Sciences of Ukraine, Kyiv*
Salanda I. P. *Lesia Ukrainka Eastern European National University, Lutsk*

METHOD OF ANALYSIS OF STRUCTURAL FUNCTIONAL STABILITY OF THE BRANCHED INFORMATION NETWORK

In the given work the method of analysis of structural functional stability of the branched information network is developed on the probabilistic criterion on the basis of the Schwarz-Wagner algorithm for determining the complete set of minimum cross sections of the graph. The exact and approximate methods for calculating the level of functional stability under the probability index are proposed, which, in contrast to the traditional calculate the connectivity of the entire structure, rather than the selected pair of vertices, are calculated. These methods differ from those of sufficiently high "speed" and allow us to calculate the probability of connecting vertices for a reasonable time. Their feature is the ability to use for the restructuring of active topology in order to ensure the functional stability of branched information networks under the influence of destabilizing factors.

Key words: *information network, functional stability, redundancy, Wagner Curtain algorithm, probability of connectivity, active topology*

Барабаш О. В. *Государственный университет телекоммуникаций, Киев*
Конограй А. Ф. *Институт математики НАН Украины*
Саланда И. П. *Восточноевропейский национальный университет им. Леси Украинки, Луцк.*

МЕТОДИКА АНАЛИЗА СТРУКТУРНОЙ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ УСТОЙЧИВОСТИ РАЗВЕТВЛЕННОЙ ИНФОРМАЦИОННОЙ СЕТИ

Разработана методика анализа структурной функциональной устойчивости разветвленной информационной сети по вероятностному критерию на основе алгоритма Штор-Вагнера определения полного множества минимальных сечений графа. Данный метод отличается от существующих достаточно высоким «быстродействием» и позволяет вычислить вероятность связности вершин за приемлемое время. Его особенность заключается в возможности применения для перестройки активной топологии с целью обеспечения функциональной устойчивости разветвленных информационных сетей.

Ключевые слова: *функциональная устойчивость, избыточность, алгоритм Штор-Вагнера, вероятность связности, активная топология.*

1. Вступ. Під розгалуженою інформаційною мережею (РІМ) підприємства будемо розуміти систему передачі даних спеціального призначення для передачі комп'ютерного, голосового та відеотрафіку. Усі інші вимоги, що висуваються до РІМ – продуктивність, надійність, сумісність, керованість, живучість, тощо – пов'язані з якістю передачі даних [1]. Дана мережа належить до класу складних організаційних систем і побудована на основі технологій корпоративних обчислювальних мереж.

Ефективність функціонування РІМ визначається не тільки її технічними характеристиками – продуктивністю, масштабованістю, ступенем прозорості для кінцевих користувачів, а й рівнем функціональної стійкості, на який, в свою чергу, впливають значення технічних характеристик. Функціональна стійкість (ФС) – це властивість складної технічної системи, що характеризує можливість продовжувати виконувати певний обсяг функцій, можливо з погіршенням якості, під час впливу внутрішніх і зовнішніх дестабілізуючих факторів. Наприклад, виникнення збоїв і відмов елементів призводить до необхідності повторної передачі блоків даних, що збільшує затримки передачі пакетів і, відповідно, знижує продуктивність мережі.

Навіть часткові відмови можуть привести до серйозних наслідків в плані безпеки процесів функціонування мережі, а низька надійність протидії інформаційним мережевим загрозам може завдати серйозної шкоди підприємствам.

Таким чином, аналіз функціональної стійкості і виявлення вразливих місць залишається однією з найбільш актуальних проблем експлуатації РІМ.

2. Загальна постановка задачі дослідження. При проектуванні або модернізації РІМ необхідно виконати відповідне обґрунтування та надати розрахунки щодо забезпечення функціональної стійкості. Низька надійність мережі призводить до втрати клієнтів, збитків і штрафних санкцій. Витрати на підвищення ФС мережі можуть перевищити прибуток, одержуваний від надання інфокомунікаційних послуг, тому необхідно їх обґрунтувати.

У зв'язку з цим актуальним є завдання аналізу функціональної стійкості розгалуженої інформаційної мережі підприємства.

Вирішенню проблеми забезпечення стійкості функціонування складних технічних систем присвячено низку наукових праць [2-5] і, як показує аналіз публікацій, на даний час клас методів аналізу показника функціональної стійкості (ФС) суттєво розширився. Однак широке їх використання в практичних задачах оцінки ФС інформаційних мереж ускладнене по багатьох причинах, однією з яких є складність і громіздкість обчислень. Тому, становить інтерес знайти найпростіший спосіб визначення ймовірності зв'язності мережі, який допоміг би оперативно і вручну проводити на стадії проектування оцінку різних варіантів побудови.

Метою даної роботи є зменшення обчислювальної складності та часових характеристик з контролем точності процесу оцінювання ймовірності зв'язності графа структури мережі.

3. Алгоритми обчислення функціональної стійкості складних систем. Функціональна стійкість як властивість складної системи забезпечується шляхом перерозподілу деякої існуючої в системі надмірності з метою виключення наслідків позаштатних ситуацій. Заходи, які спрямовані на забезпечення або підвищення рівня функціональної стійкості, в першу чергу, забезпечують поліпшення характеристик відмовостійкості та живучості, але не обов'язково показників надійності окремих комплектуючих елементів і виробів, а також тактико-технічних характеристик системи.

Разом з тим, продовження функціонування під час впливу дестабілізуючих факторів можливе зі зменшенням якості і вимагає використання надмірності в структурі системи.

Пропонується обчислювати рівень функціональної стійкості для РІМ при рівно надійних ймовірностях безвідмовної роботи ліній зв'язку (ЛЗ) за ймовірнісним критерієм з врахуванням лише мінімальних перерізів.

3.1. Ймовірнісний критерій [2]. Структура буде функціонально стійкою, якщо ймовірність її безвідмовної роботи буде не менше заданої:

$$P(G,p) \geq P_{зад}(G,p).$$

Мінімальні перерізи широко використовуються при розв'язуванні задач стійкості функціонування [6-8] і застосовуються при проектуванні мереж різної природи. Перерізом графа називається множина ребер, видалення яких ділить зв'язний граф на два незв'язних між собою підграфи. Мінімальний переріз – переріз з найменшим числом ребер [9].

Таким чином, мінімальний переріз мережі – це мінімальна множина ліній зв'язку, відмова яких призводить до розбиття мережі на два незв'язних сегменти, між якими порушена передача даних. Така відмова ЛЗ може бути спричинена через їх фізичний обрив, перевантаженість каналів з обмеженої пропускною здатністю, затримкою доставки пакетів, а також помилкою управління транзитними мережами.

Пошук мінімального перерізу графа можна здійснити за допомогою алгоритмів Штор-Вагнер, Каргера або Форда-Фалкерсона. Проведений порівняльний аналіз даних алгоритмів показав, що алгоритм Штор-Вагнера має кращі швидкісні характеристики з обчислення мінімального перерізу, що істотно при вимозі активної перебудови структури мережі засобами маршрутизації у випадку загрози виникнення відмов.

Найбільш зручним способом для формального опису розгалуженої інформаційної мережі є використання теорії графів. В якості математичної моделі візьмемо неорієнтований випадковий граф $G(V,L)$ без петель і кратних ребер, де V – множина вершин ($|V|=n$), L – множина ребер ($|L|=m$).

Нехай характеристики ліній зв'язку рівнозначні $p(e_j)=p_j$, де $j=1,\ldots,m$, де p_j – ймовірність справного стану ребра e_j. Тоді ймовірність відмови лінії зв'язку e_j рівна $q(e_j)=q_j=1-p(e_j)=1-p_j$, при $j=1,\ldots,m$. Таким чином, імовірність відмови мережі при рівних значеннях надійності ЛЗ ($1-p$), обчислюється за формулою:

$$\overline{P}(G,p) = k_1(1-p) + k_2(1-p)^2 + \ldots k_{m-1}(1-p)^{m-1}. \tag{1}$$

Тоді ймовірність того, що граф G буде зв'язний обчислюється за формулою:

$$P(G,p) = 1 - k_1(1-p) - k_2(1-p)^2 - \ldots - k_{m-1}(1-p)^{m-1}, \tag{2}$$

де k_1 – кількість перерізів по одному ребру, k_{m-1} – кількість перерізів по $(m-1)$-му ребру, $k_i(1-p)^i$ – ймовірність відмови усіх перерізів розмірністю i ребер.

Кожен доданок у формулі (1) визначає ймовірність відмови перерізу розмірністю i, тобто відмову i каналів зв'язку, а ймовірність відмови мережі визначається як сума ймовірностей реалізації перерізів. Перший член ряду визначає ймовірність відмови, реалізовану перерізами, що складаються з одного ребра, другий член – ймовірність відмови, реалізовану перерізами, що складаються з двох ребер і т.д. Перший ненульовий член визначає ймовірність відмови, реалізовану мінімальними перерізами.

Незважаючи на те, що на практиці кожен канал зв'язку має різну ймовірність відмови, ці ймовірності незначно ($\pm 10^{-3}$-10^{-4}) відрізняються один від одного. Так як ймовірність працездатності каналу зв'язку має значення, близьке до одиниці, а ймовірність відмови близька до нуля, то виконується відношення

$$q^r >> q^{r+1}, \tag{3}$$

і основну величину значення виразу (1) складає перший ненульовий доданок $k_s(1-p)^s$ ряду, де k_s - кількість мінімальних перерізів графа, розмірність яких дорівнює s. Отже, для отримання наближеної оцінки функціональної стійкості мережі з малою втратою точності досить визначити повну сукупність мінімальних перерізів граф-моделі мереж у відповідності до їх характеристик: якщо ребра графа рівно надійні, то характеристикою перерізу є його розмірність s, а для навантаженого графа переріз характеризується суперпозицією ваги його ребер – ваговою розмірністю перерізу. Таким чином, показник ймовірності зв'язності граф-моделі мережі з урахуванням (3) будемо визначати за формулою:

$$P(G,p) \approx 1 - k^s q^s. \tag{4}$$

Таким чином, для розрахунку наближеної оцінки функціональної стійкості мережі необхідно визначити повну сукупність мінімальних перерізів графа і їх потужності.

В якості цільових функцій для вирішення завдань визначення оптимальних структур РІМ за ймовірнісним критерієм будемо використовувати ймовірність зв'язності і множину мінімальних перерізів граф-моделі мережі.

3.2. Алгоритм Штон-Вагнера для обчислення мінімального перерізу графа структури РІМ. На вхід алгоритму (рис. 1) подається матриця суміжності неорієнтованого навантаженого зв'язного графа.

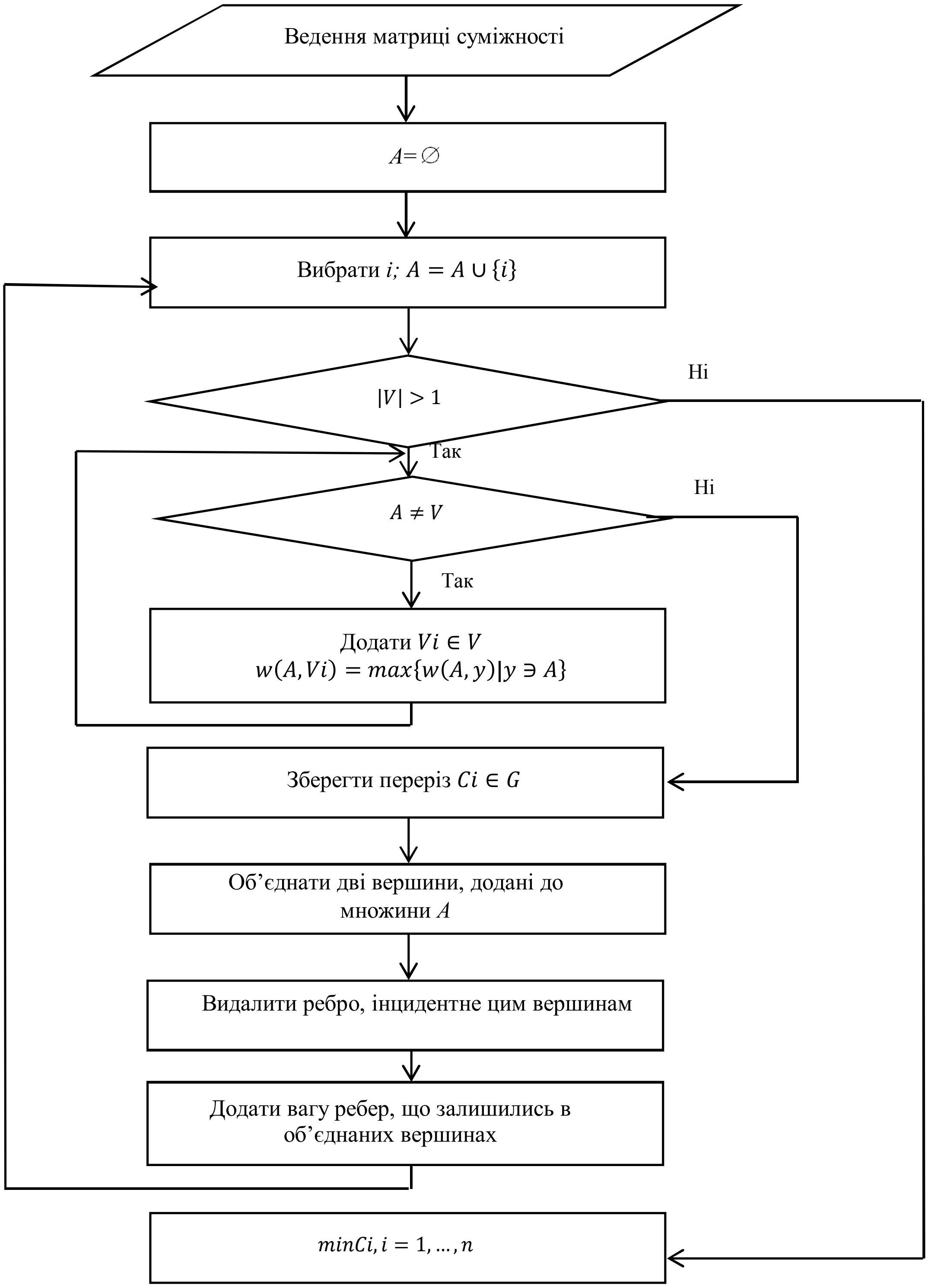


Рис. 1. Блок-схема алгоритму Штор-Вагнера

Результатом роботи алгоритму є глобальний мінімальний розріз, тобто множина ребер графа з мінімальною сумарною вагою, видалення з якої будь-якого ребра ділить граф на два незв'язних між собою підграфи.

На кожній ітерації ми маємо дві множини вершин графа *G*: множина вершин, що входять до деякої підмножини *A*, і множина решти вершин. За допомогою алгоритму Штор-Вагнера [10] знаходимо переріз між ними. Цей переріз вноситься в множину локальних мінімальних перерізів, з яких в подальшому вибирається глобальний мінімальний переріз.

На початку роботи алгоритму в матриці суміжності *C* графа *G* всім ребрам надамо вагу $w_{e_t}=1$, $t=1,...,m$. Алгоритм Штор-Вагнера реалізує (n-1) ітерацію, кожна з яких складається з наступних кроків:

Крок 1. Введемо допоміжну множину вершин *A*, яка на 1-у кроці є порожньою: $A=\varnothing$.

Крок 2. Додамо до множини *A* одну, довільно вибрану вершину графа *G*, наприклад *i*, $i\in\{1, n\}$: $A=A\cup\{i\}$.

Крок 3. Обчислюємо сумарну вагу *W* ребер, що з'єднують вершини множини *A* з усіма іншими вершинами графа: $W=\sum_{i\in A}\sum_{j\notin A} w_{ij}$.

Крок 4. Знаходимо вершину *k*, яка не входить до множини *A*, і має максимальну сумарну вагу ребер від неї до вершин, що входять до множини *A*, тобто: $\sum_{i\in A} w_{ik}=\max_{j\notin A}\sum_{i\in A} w_{ij}$. Додаємо вершину *k* до множини *A*.

Крок 5. Повторюємо кроки 3 і 4 до тих пір, поки множина *A* не стане рівна множині *V* графа *G*: $A=V$.

Крок 6. Об'єднуємо дві вершини, додавання в множину *A* останньої і передостанньої, в одну. При цьому видаляється ребро, інцидентне цим вершинам, і перераховуємо значення ваг ребер, що утворюються при злитті вершин. Записуємо значення сумарної ваги ребер (потужність перерізу) в множину локальних перерізів. Переріз запам'ятовується в деяку проміжну множину *S*.

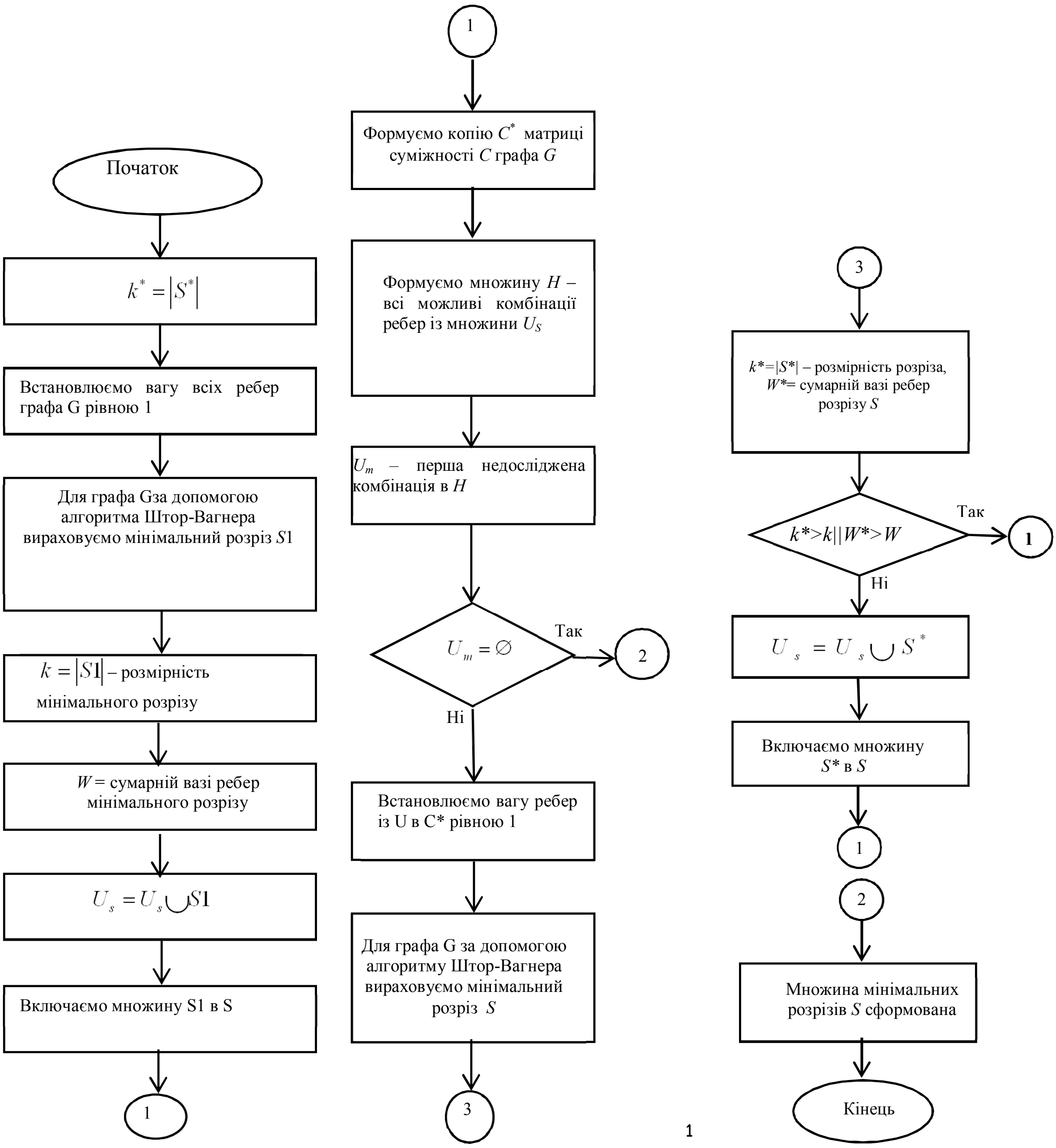
Крок 7. Повторюємо кроки 2-6 до тих пір, поки на (n-1)-ій ітерації граф *G* не буде складатися з однієї вершини.

Крок 8. Вибираємо з множини локальних мінімальних перерізів *S* найменший переріз.

4. Розробка методу аналізу структурної функціональної стійкості РІМ. Для аналізу структурної функціональної стійкості інформаційної мережі з врахуванням лише мінімальних перерізів і їх характеристик в роботі розроблений алгоритм, побудований на базі алгоритму Штор-Вагнера.

Введемо позначення. Нехай $S_i=\{e_{i1},..., e_{ik}\}$ – *i*-й мінімальний переріз графа *G*, $i=1,...,C_S$, C_S – кількість мінімальних перерізів, $k=|S_i|$ – потужність мінімального розрізу. З огляду на характеристики ребер перерізу, потужність *k* є значенням суперпозиції цих характеристик; $S=\{S_1, ..., S_{Cs}\}$ – множина мінімальних перерізів графа *G*, де $C_S\geq 1$; $U_S=S_1\cup...\cup S_{Cs}$ – множина ребер, що утворюють всі мінімальні перерізи графа *G*; U_M – множина ребер, що утворюють мінімальні перерізи, знайдені на *i*-й ітерації, де $U_M\subset U_S$; H^+ – множина всіх підмножин ребер, що входять в знайдені до *i*-ї ітерації мінімальні перерізи; H^- – множина всіх підмножин ребер, які були розглянуті.

Розглянемо роботу алгоритму визначення мінімальних перерізів граф-моделі мережі і їх характеристик з припущенням, що всі ребра рівнонадійні (рис. 2). Покладемо, ваги ребер $w_{e_t} = 1$, $t = 1,..., m$, в матриці суміжності *C* графа *G*.



1

Рис.2. Блок-схема алгоритму оцінки зв'язності мережевих структур

Алгоритм визначення структурної функціональної стійкості як повної множини мінімальних перерізів і їх розмірності графа *G*(*V, E*) складається з наступних кроків:

Крок 1. $U_M = \varnothing$, $U_S = \varnothing$, $S = \varnothing$.

Крок 2. За допомогою алгоритму Штор-Вагнера отримуємо мінімальний переріз S_1 графа, $S_1 \subset E$, запам'ятовуємо його потужність $k=|S_1|$, а також сумарну вагу ребер $W=k$.

Збережемо ребра мінімального перерізу в множину U_S=S_1={e_{i1},...,e_{ik}}. Включаємо мінімальний переріз S_1 в множину мінімальних перерізів S: $S=S\cup S_1$.

Крок 3. Створимо копію C^* матриці суміжності C графа G.

Крок 4. У множину H^+ включимо всі можливі комбінації ребер з множини $U_S=\{e_{i1},...,e_{iq}\}$, $H^+=\{\{e_{i1}\}, \{e_{i2}\},..., \{e_{iq}\}, \{e_{i1}, e_{i2}\}, \{e_{i1}, e_{i3}\},..., \{e_{i1},..., e_{iq}\}\}$, де $q=|U_S|$. Тоді $|H^+|=r$, де r визначається виразом $r=2^q$-1.

Крок 5. У множину U_M включимо першу комбінацію ребер множини H^+, $U_M=U_M\cup \{e_{i1}\}$, відповідно, виключивши її з H^+. Якщо множина $H^+=\varnothing$, то переходимо до кроку 13.

Крок 6. Позначимо ребра, що утворюють множину U_M, щоб виключити повторне знаходження вже знайдених мінімальних перерізів. Для цього в матриці суміжності C^* елементам, що відповідають ребрам множини U_M, присвоюємо вагу, рівну 2. Граф, що відповідає C^* позначимо G^*.

Крок 7. У графі G^* за допомогою алгоритму Штор-Вагнера знаходимо наступний мінімальний переріз S^*, $S^*\subset E$.

Крок 8. Обчислюємо потужність отриманого мінімального розрізу $k^*=|S^*|$ і сумарну вагу його ребер $W^* = \sum_{i\in S^*} w_i^*$.

Крок 9. Якщо $k^*>k$ або $W^*>W$, переходимо на кроку 3.

Крок 10. Інакше включаємо знайдений мінімальний переріз S^* в множину мінімальних перерізів S, $S=S\cup S^*$.

Крок 11. Доповнюємо множину U_S новими ребрами з множини S^*, $U_S=U_S\cup S^*$.

Крок 12. Перехід до кроку 3.

Крок 13. Множину мінімальних перерізів S сформовано.

Крок 14. За формулою (1) обчислюємо значення ймовірності зв’язності граф-моделі, яка характеризує рівень функціональної стійкості РІМ.

Відзначимо, що запропонований вище алгоритм дозволяє досить швидко отримати оцінку функціональної стійкості отриманої структури інформаційної мережі. Швидкодія алгоритму має практичний інтерес, у випадку, коли отримана оцінка ФС працездатної частини топології мережі (в моменти пікового навантаження на мережу, у разі обривів каналів) може бути використана при управлінні мережевими ресурсами і потоками даних, наприклад, при моніторингу програмно-конфігуруючих мереж з метою підвищення їх продуктивності.

У роботі [2] запропонований метод оцінки показника функціональної стійкості на базі структурних перетворень (алгоритм Шеннона-Мура).

На рис. 3 наведені графіки ефективності розробленого методу та Шеннона-Мура.

З рисунка видно, що ступінь зв'язності графа, що визначається заповненістю матриці суміжності, впливає на час оцінки рішення. Таким чином, при мінімальному степені зв'язності графа метод Шеннона-Мура має більшу ефективність.

Однак, з ускладненням структури графа, тобто збільшенням заповнювання матриці суміжності, ефективність методу Шеннона-Мура в значній мірі поступається методу мінімальних перерізів структури РІМ.

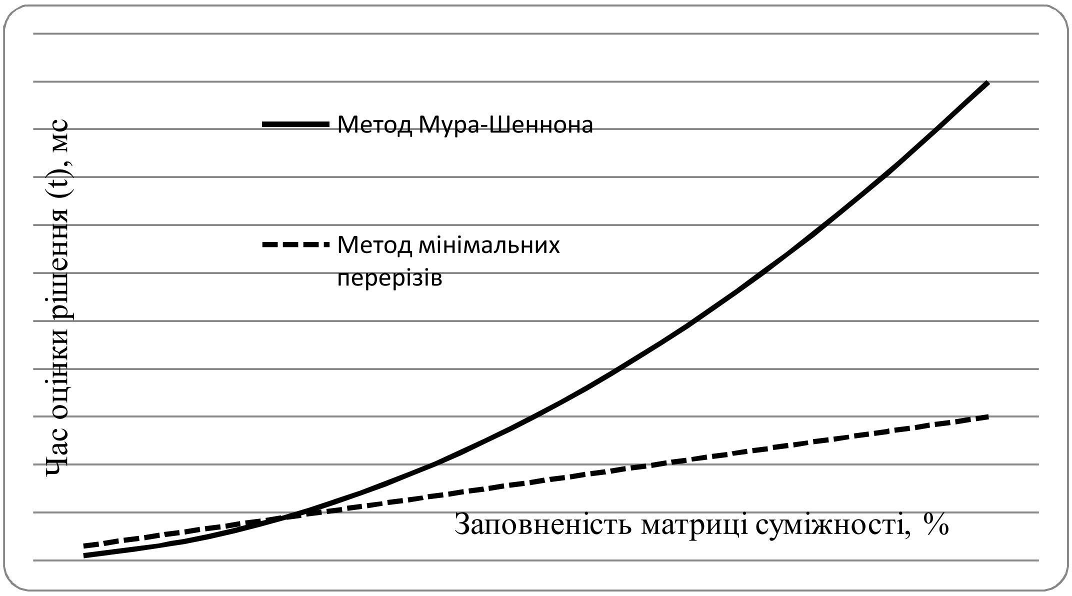


Рис. 3. Порівняння ефективності алгоритмів аналізу топології мережі для 10-ти вершинних графів

5. Висновки. В результаті досліджень був розроблений метод аналізу функціональної стійкості структури РІМ за ймовірнісним критерієм з врахуванням лише мінімальних перерізів графа, що описує досліджувану структуру, який на відмінну від існуючих обчислює зв'язність усієї структури, а не вибраної пари вершин.

Розроблено точний та наближений метод для обчислення рівня функціональної стійкості за ймовірнісним показником на базі алгоритму Штон-Вагнера. Перевагою даних методів є досить висока швидкодія, а недоліком – знижена якість оцінки отриманих рішень, оскільки враховується лише стан елементів, які входять в мінімальний переріз.

Список використаної літератури

1. Додонов А. Г. Введение в теорию живучести вычислительных систем / А. Г. Додонов, М. Г. Кузнецова, Е. С. Горбачик. – Київ : Наукова думка, 1990. – 184 с.

2. Барабаш О. В. Построение функционально устойчивых распределенных информационных систем / О. В. Барабаш. – Київ : НАОУ, 2004. – 226 с.

3. Кравченко Ю. В. Методология многокритериальной дискретной оптимизации сложных технических систем на матроидных структурах / Ю. В. Кравченко, В. В. Афанасьев // Збірник наукових праць ІПМЕ ім. Г. Є. Пухова. – 2003. – Вип. 22-1. – С. 73-78.

4. Барабаш О. В. Оцінювання показника функціональної стійкості графа структури розгалудженої інформаційної мережі / О. В. Барабаш, І. П. Саланда // Зв'язок. – 2015. – № 2. – С. 9-12.

5. Барабаш О. В. Методика накопичення діагностичної інформації в системах індивідуального відеоконтролю / О. В. Барабаш, С. Б. Бодров, А. П. Мусієнко // Системи управління, навігації та зв'язку. – 2015. – Вип. 1(33). – С. 118-121.

6. Chekuri C. S. Experimental study of minimum cut algorithms / C. S. Chekuri, A. V. Goldberg, D. R. Karger, M. S. Levine, C. Stein // Proceedings of theeighth annual ACM-SIAM symposium on discrete algorithms. – 1997. – P. 324-333.

7. Karger D. R. A randomized fully polynomial time approximation scheme forthe all terminal network reliability / D. R. Karger // Proceedings of the twenty-seventhannual ACM symposium on theory of computing. – 1995. – P. 11-17.

8. Ramanathan A. Counting almost minimum cutsets with reliability applications / A. Ramanathan, C. J. Colbourn // Mathematical programming: Series A. – 1987. – Vol. 39, no. 3. – P. 253-261.

9. Нечепуренко М. И. Алгоритмы и программы решения задач на графах и сетях / М. И. Нечепуренко, В. К. Попков, С. М. Майнагашев и др. – Новосибирск : Наука, Сибирское отделение, 1990. – 515 с.

10. Stoer M. A simple min cut algorithm / M. Stoer, F. Wagner // Algorithms – ESA'94, LNCS 855. – 1994. – P.141-147.

References

1. Dodonov A. H., Kuznetsova M. H., Horbachyk E. S. "Introduction to the theory of the computer systems vitality". *Kyiv : Naukova dumka* (1990): 184.

2. Barabash O. V. "A construction of the functional stability distributed informative systems". *Kyiv : NAOU* (2004): 226.

3. Kravchenko Yu. V., Afanas'yev V. V. "Methodology of multicriterion discrete optimization of the complex technical matroid systems". *Zbirnyk naukovykh prats IPME* 22-1 (2003): 73-78.

4. Barabash O. V., Salanda I. P. "Evaluation of functional stability index ofof distributed informative network structure graph". *Zviazok.* 2 (2015): 9-12.

5. Barabash O. V., Bodrov S. B. Musiienko A. P. "Method of accumulation of diagnostic information in the individual videoinspection systems". *Systemy upravlinnia, navihatsii ta zviazky* 1(33) (2015): 118-121.

6. Chekuri C. S., Goldberg A. V., Karger D. R., Levine M. S., Stein C. "Experimental study of minimum cut algorithms". *Proceedings of theeighth annual ACM-SIAM symposium on discrete algorithms* (1997): 324-333.

7. Karger D. R. "A randomized fully polynomial time approximation scheme forthe all terminal network reliability". *Proceedings of the twenty-seventhannual ACM symposium on theory of computing* (1995): 11-17.

8. Ramanathan A., Colbourn C. J. "Counting almost minimum cutsets with reliability applications". *Mathematical programming: Series A* Vol.39, no.3 (1987): 253-261.

9. Nechepurenko M. I., Popkov V. K., Mainagashev S. M. "Algorithms and programs of decision of tasks on graphs and networks. Novosibirsk : Nauka (1990): 515.

10. Stoer M., Wagner F. "A simple min cut algorithm". *Algorithms – ESA'94, LNCS 855* (1994): 141-147.

Автори статті

Барабаш Олег Володимирович – доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри вищої математики, Державний університет телекомунікацій, Київ. Тел. +380 97 911 08 54. E-mail: bar64@ukr.net

Конограй Андрій Федорович – кандидат фізико-математичних наук, науковий співробітник Інституту математики НАН України. Тел. +380 97 668 54 64. E-mail: conogray@ukr.net

Саланда Іванна Петрівна – аспірантка, Східноєвропейський національний університет ім. Лесі Українки, Луцьк, Україна. Тел . +380 97 555 56 27. E-mail: salanda.ivanna@gmail.com

Authors of the article

Barabash Oleh Volodymyrovych – doctor of sciences (technical), professor, head of the higher mathematics department, State University of Telecommunications, Kyiv. Tel. +380 97 911 08 54. E-mail: bar64@ukr.net

Konohrai Andrii Fedorovych – candidate of sciences (physical and mathematical), researcher of the Institute of mathematics, National Academy of Sciences of Ukraine, Kyiv. Tel. +380 97 668 54 64. E-mail: conogray@ukr.net

Salanda Ivanna Petrivna – postgraduate student, Lesia Ukrainka Eastern European National University, Lutsk, Ukraine. Tel. +380 97 555 56 27. E-mail: salanda.ivanna@gmail.com

Дата надходження
в редакцію: 17.08.2017 р.

Рецензент:
доктор технічних наук, професор К. С. Козелкова
Державний університет телекомунікацій, м. Київ,