

УДК 621.395

**Козелков С. В., Фролов В. Ф., Сторчак К. П.***Государственный университет телекоммуникаций, Киев***ОСОБЕННОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ТОЧЕК ЛАГРАНЖА  
В СОВРЕМЕННОЙ КОСМОНАВТИКЕ**

*Рассматривается возможность использования точек Лагранжа (точек либрации) в освоении космического пространства – стартах ракет, запусках космических аппаратов различного назначения, нештатных ситуациях, утилизации космического мусора. Показаны преимущества и целесообразность размещения космических аппаратов в некоторых точках либрации в системе "Земля-Луна". Определены основные направления исследований, связанные с утилизацией космического мусора.*

**Ключевые слова:** *точки либрации, точки Лагранжа, космическое пространство, гало-орбиты, окололунная орбита, космический мусор, эффект Кesslerа, астероидная опасность.*

**Kozelkov S. V., Frolov V. F., Storchak K. P.** *State University of Telecommunications, Kyiv***PECULIARITIES OF USING THE LAGRANGIAN POINTS  
IN MODERN SPACEFLIGHT**

*The article discusses the possibility of using the Lagrangian points (libration points) in outer space – starts of rockets, spacecraft for various purposes, emergency situations, disposal of space debris.*

*The advantages and expediency of placing spacecraft at some points of librations in the system "Earth-Moon" are shown. When the system is at Lagrange points L1, L2, L3, the system is unstable, the Lagrangian points L4 and L5 ensure the stability of the system. With external perturbations, the body at points L1, L2, L3 will tend to escape from these points, and the body in points L4, L5, with external disturbances, will tend to return to these points, or make oscillatory movements near them. For the creation of a large inhabited station in the Moon's orbit, in connection with the foregoing, the libration points L4, L5 located 60 degrees ahead of the Moon are suitable. In Ukraine, work in this conducted a systematic way and in CB "South" there is a program for the development of the Moon with the placement of the modules on the Moon, and on its orbit. The main problems of the world cosmonautics that require urgent solutions are identified: this is an technogenic clogging of outer space and an asteroid hazard for the planet Earth. An analytical expression is obtained for the Lagrange function of a free particle of outer space, which can be represented as a fragment of space debris. The main directions of research related to the utilization of space debris are determined, the features of using the libration points for this purpose in the system "Earth-Moon" are shown.*

**Keywords:** *libration points, Lagrangian points, space vacuum, halo-orbit, moonorbit, space debris, Kessler effect, asteroid danger, "Earth-Moon" system, Lagrange function.*

**Козелков С. В., Фролов В. Ф., Сторчак К. П.***Державний університет телекомунікацій, Київ***ОСОБЛИВОСТІ ВИКОРИСТАННЯ ТОЧОК ЛАГРАНЖА  
В СУЧАСНІЙ КОСМОНАВТИЦІ**

*Розглядається можливість використання точок Лагранжа (точок лібрації) в освоєнні космічного простору – стартах ракет, запусках космічних апаратів різного призначення, нештатних ситуаціях, утилізації космічного сміття. Показані переваги і доцільність розміщення космічних апаратів в деяких точках лібрації в системі "Земля-Місяць". Визначені основні напрями досліджень, пов'язані з утилізацією космічного сміття.*

**Ключові слова:** *точки лібрації, точки Лагранжа, космічний простір, гало-орбіти, навколomisячна орбіта, космічне сміття, ефект Кesslerа, астероїдна небезпека.*

© Козелков С. В., Фролов В. Ф., Сторчак К. П., 2018

### 1. Вступление и постановка задачи исследования

Как известно, точки Лагранжа (L-точки) существуют в системе из двух массивных тел, в которых третье тело с пренебрежимо малой массой, не испытывающее воздействия никаких других сил, кроме гравитационных, со стороны двух первых тел, может оставаться неподвижным относительно этих тел. Эти точки ещё называют точками либрации. Таких точек в системе "Земля-Солнце" и "Земля-Луна" одинаковое количество (по пять в каждой системе).

Если в системе "Земля-Солнце" использование точек либрации описано при реализации научных экспериментов и практических проектов: (ARTEMIS-USA), технология "Genesis", а также запусках различных космических аппаратов в точки либрации L1: "WIND (1994 г.), "SOHO"(1995 г.), ADVANCED Composition Explorer(1997 г.), L2: NASA WMAP(2001 г.), телескопы "Гершель" и "Планк"(2009 г.), Gaia (2013 г.). «Джеймс» Уэбб (2018 г. – план), КА "PLATO"(2024 г. – план), то об использовании точек либрации в системе «Земля-Луна» мало что известно.

На рис.1 изображено расположение точек либрации в системе "Земля-Луна".

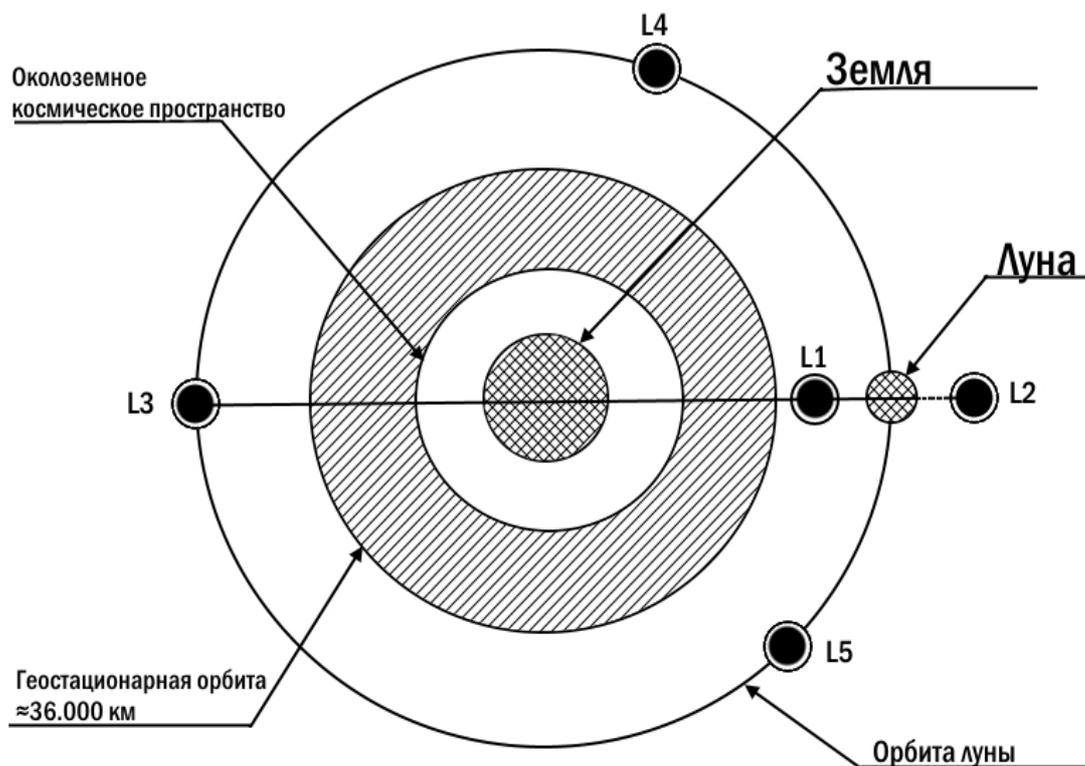


Рис.1. Области космического пространства в системе "Земля-Луна"

Точки L1, L2, L3 лежат на прямой. Их называют коллинеарные точки. Точки L4, L5 лежат в вершинах равносторонних треугольников. Это точки эквидистантные.

С физической точки зрения точки Лагранжа представляют собой космический вакуум.

Являясь космическим вакуумом, точки либрации обладают уникальными свойствами. Так, если поместить в любую из точек либрации космический аппарат, то он там останется навсегда. Если космический аппарат отклонится от точек L1 или L2, то он попадает в периодические орбиты (гало-орбиты). При этом период движения в системе "Земля-Луна" составит 12-14 суток.

## 2. Особенности использования окололунных орбит

Сегодняшнее использование окололунных орбит имеет ряд ограничений, связанных с определением даты старта с поверхности Луны, а также датой возврата на окололунную орбиту. При этом, используя точки либрации, возможно решение следующих задач, которые в настоящее время являются проблемными, а именно:

- старт с поверхности Луны можно осуществлять в любой момент времени;
- космический аппарат, находящийся в точках либрации L1 и L2 может "прилуниться" в любую точку Луны;
- при возникновении нештатных ситуаций, связанных с возвратом экипажа, время выхода на окололунную орбиту составляет около двух недель, а находясь в точках L1 и L2 возможен возврат в любой момент времени.

Кроме того, космическая станция, размещённая в точках L1 и L2 имеет преимущества, связанные с тем, что между гало-орбитами имеются так называемые низкоэнергетические туннели, что позволяют станции перелетать по этим туннелям между планетами солнечной системы с минимальным импульсом тяги. Работы в этом направлении ведутся в NASA, ESA: проект "GAT-WAY" - мост во Вселенную" и "Superhighway". В связи с тем, что вся солнечная система пронизана туннельными переходами с минимальной энергетикой, возможно создание космического патруля, задача которого будет в наблюдении за приближающимися к Земле астероидами. Такой проект разработан в NASA - проект "JPL". При этом речь идёт о квазипериодических траекториях, на которых могут быть расположены группировки спутников, обеспечивающих контроль за астероидами. Точка либрации L1 в системе "Земля-Луна" ещё интересна тем, что она удобна для размещения ретрансляционной станции в период освоения Луны. Эта станция будет находиться в зоне прямой видимости для большей части обращённого к Земле полушария Луны. При этом, для связи понадобятся передатчики в десятки раз менее мощные, чем для связи с Землёй. Точки либрации в системе "Земля-Луна" ещё называют треугольными или троянскими.

Расстояние от центра масс системы "Земля-Луна" до этих точек в координатной системе, с центром координат в центре масс, возможно рассчитать по формулам:

$$\Gamma_4 = \left( \frac{R}{2} \beta, \frac{\sqrt{3R}}{2} \right); \quad \Gamma_5 = \left( \frac{R}{2} \beta, \frac{-\sqrt{3R}}{2} \right); \quad \beta = \frac{M_1 - M_2}{M_1 + M_2},$$

где R – расстояние между телами (Земля-Луна);  $M_1$  – масса Земли;  $M_2$  – масса Луны.

Точки либрации L4 и L5 системы "Земля-Луна" характерны тем, что в них находятся очень разряжённые скопления межпланетной пыли – облака Кордылевского.

В мировой космонавтике в настоящее время существует две проблемы, которые человечеству необходимо решать: техногенное засорение космического пространства и астероидная опасность для планеты Земля. Количество космического мусора уже достигло огромных величин. За 60 лет освоения космического пространства, а также отсутствия методов и средств утилизации этого мусора, в околоземном космическом пространстве, по оценкам учёных, накопилось более 10.000 тонн космического мусора. Этот мусор образовался после окончания жизненного цикла космических аппаратов различного назначения, а также отработавших топливных баков, ступеней ракет, различных креплений, инструментов и т.д. Вращаясь вокруг Земли со скоростью 6-10 км/сек, эти элементы ракет-носителей с массой от несколько сотен кг и до десятка тонн представляют угрозу работающим спутникам, станциям, телескопам [1, 2]. Обладая огромной скоростью и массой, можно себе представить какой кинетической энергией они обладают и что может произойти при их столкновении с рабочими космическими аппаратами. Эффект Кesslerа (каскадный эффект) приводит к тому, что обломки мусора, соударяясь между собой, постоянно увеличивают плотность мусора ежегодно на 4%. Если и далее, в течении двух десятков лет эта проблема не будет решена, космос для человечества будет потерян [3, 4].

В связи с тем, что каждая частица космического мусора обладает определённой скоростью и баллистическим коэффициентом, функцию свободной частицы по Лагранжу можно представить в виде:

$$S = \int_a^b \alpha dS, \quad (1)$$

где  $\alpha$  – положительное число (const).

При этом, в соответствии с теорией относительности:

$$dS = \sqrt{1 - V^2/c^2} dt. \quad (2)$$

Подставляя в (1) интеграл движения учитывая (2), находим  $S$ :

$$S = - \int_{t_1}^{t_2} \alpha c \sqrt{1 - V^2/c^2} dt. \quad (3)$$

С другой стороны интеграл движения можно выразить через функцию Лагранжа:

$$S = \int_{t_1}^{t_2} \alpha dt. \quad (4)$$

Сравнивая последние два выражения (3) и (4), понятно, что подинтегральные выражения должны быть равны:

Разложим данное выражение по степени  $\frac{V}{c}$ :

$$\alpha \approx \alpha c + \frac{\alpha V^2}{2c}. \quad (5)$$

Сравнивая (5) с классическим выражением функции Лагранжа  $\frac{mV^2}{2}$ , нетрудно определить  $\alpha(\text{const})$ :

$$\alpha = mc.$$

Таким образом, получим вид функции Лагранжа свободной частицы:

$$\alpha = -mc^2 \sqrt{1 - V^2/c^2}.$$

Данное рассуждение уместно для любого свободного тела, которое может быть представлено как обломок космического мусора.

Исходя из вышеизложенного и зная, что точки либрации L1 и L2 уникальны (размещение ретрансляционной станции, базы для маневров космических аппаратов, станций), использование их для других целей нецелесообразно.

В то же время точки L4 и L5 характеризуются скоплением разряженных частиц межпланетной космической пыли (облака Кордылевского) и могут быть использованы для перевода с околоземных орбит (включая геостационарную) обломков космического мусора. Находясь в "вакуумном мешке", эти обломки в последующем могут быть транспортированы на поверхность Луны для последующей их переработки либо складирования.

### 3. Выводы, предложения

Процесс перевода заканчивающих свой жизненный срок космических аппаратов, спутников на орбиты захоронения отработан. Перевод на окололунную орбиту (в точки L4 и L5) требует вначале математического моделирования выбора траектории перехода с одной орбиты на другую, а также сложных манёвров для попадания в эти точки. В настоящее время известно более 500 патентов по утилизации космического мусора, но ни один из них не реализован [5].

Проблема общечеловеческая, но все попытки отдельных стран, членов космического клуба, по созданию эффективных систем уборки и утилизации космического пространства оказались безуспешными: "космические сети", электрические дроссельные системы (Япония),

лазерные "пушки" (DLR), космический "зонтик"(NASA). Эффективность работы Межагентского комитета по космическому мусору при ООН очень низкая в соответствии с поговоркой: "думаем глобально, действуем локально" [1].

Что же касается точек Лагранжа, то их использование должно быть нацелено на мирные цели в интересах всего человечества. Ведь если эти точки будут оккупированы одной из стран, имеющей ядерное оружие, то это приведёт к господству этой страны над всем человечеством и всей системой "Земля-Луна". Речь уже идёт о космическом терроризме, что недопустимо.

В связи с тем, что вопрос использования точек Лагранжа на сегодняшний день странами-членами космического клуба напрямую не рассматривался, возникает необходимость публичного обсуждения этой проблемы. Это связано с уже существующими проблемами, которые возникли у человечества после 60-летней варварской эксплуатации космического пространства. Огромная масса космического мусора уже сегодня создаёт проблемы в освоении космического пространства. Астероидная опасность, связанная с тем, что предсказать вероятность падения крупных астероидов на Землю становится всё сложнее. Частые пуски ракет-носителей, работающих на ядовитых ракетных топливах, приводят к нарушению озонового слоя и как следствие – повышенное облучение ультрафиолетовыми лучами всего живого на Земле (последствия всем известны).

Это только вершина айсберга всех проблем, которые уже сегодня стоят перед человечеством. А решать их нужно уже сегодня. Причём решать эти проблемы необходимо сообща всем странам, участвующим в космической деятельности. Работы по фундаментальным и прикладным исследованиям должны носить комплексный характер, а их приоритетность обсуждаться на научных симпозиумах, конференциях. Межагентский комитет по космическому мусору при ООН должен в своей работе определить приоритетность научных исследований в вопросе утилизации космического мусора и определить степень участия каждой страны, его членов, с учётом имеющихся научных разработок, касающихся этой важной проблемы [6].

Украина имеет огромный опыт в разработке и создании электродинамических тросовых систем (Институт технической механики Национальной Академии Наук Украины и Государственного космического агентства). Эти системы предназначены для сбора космического мусора и перевода его в плотные слои атмосферы, а если использовать точки либрации L4 и L5, то и доставки этого мусора в точки космического вакуума. Профессором Алпатовым А.П. проведены фундаментальные и прикладные исследования в создании этих систем [5]. Необходима проверка этой системы в условиях космического пространства.

Кроме того, в Украине на предприятии «Элмиз», входящего в структуру Государственного космического агентства Украины, разработана технология орбитального сервисного обслуживания, позволяющая в космическом пространстве проводить работы по замене отработавших свой срок систем электроснабжения и тем самым продлевать жизненный цикл космических аппаратов разного назначения. Использование точек Лагранжа, как базы для выполнения этих работ, повысит безопасность этих работ т.к. стыковка аппаратов при проведении данных работ требует филигранных расчётов орбит двух аппаратов участвующих в этом процессе. Это ещё раз подтверждает факт того, что только интеграция научных исследований всех стран участников космической деятельности даст реальные результаты.

#### **Список использованной литературы**

1. Фролов В.Ф. Екологічна безпека біосфери Землі і Космосу / В. Ф. Фролов. – Київ: ТОВ "НВП" "Інтерсервіс", 2015. – 220 с.
2. Власов М. Н. Экологическая опасность космической деятельности, Серия: Уроки XX века / М. Н. Власов, С. В. Кричевский. – Москва: Наука, 1999. – 238 с.

3. Кесслер Д. Прогноз засорения космического пространства / Д. Кесслер. – Москва: Аэрокосмическая техника, 1989. – 897 с.
4. Гор А. Земля у рівновазі. Екологія і людський дух / Альберт Гор. – Київ: "Інтелсфера", 2001. – 393 с.
5. Алпатов А. П. Техногенное засорение околоземного космического пространства / А. П. Алпатов, В. П. Басс, С. А. Баулин и др. – Днепр: "Пороги", 2012. – 378 с.
6. Машков О. А. Основные направления деятельности стран участников космической деятельности по исключению засорения околоземного космического пространства / О. А. Машков, В. Ф. Фролов // IV международная конференция "Космические технологии: настоящее и будущее". – Днепр, апрель 2013. – 41 с.

### References

1. Frolov V. F. "Ecological safety of the Earth and Space biosphere." *Kyiv: NVP "Interservis"* (2015): 220.
2. Vlasov M. N. "Ecological danger of space activity." *Moskva: Nauka* (1999): 238.
3. Kessler D. "The forecast of clogging of outer space." *Moskva: Aerokosmicheskaya tehnika* (1989): 897.
4. Gor A. "Earth is in equilibrium. Ecology and the human spirit." *Kyiv: "Intelsfera"* (2001): 393.
5. Alpatov A. P., Bass V. P., Baulin S. A. and others. "Technogenic clogging of near-Earth space." *Dnipro: "Porohy"* (2012): 378.
6. Mashkov O. A., Frolov V. F. "Basic directions of activity of the countries participating in space activities to eliminate clogging of the near-Earth space." *IV International Conference "Space Technologies: Present and Future" Dniepr* (April 2013): 41.

### Автори статті

**Козелков Сергій Вікторович** – доктор технічних наук, професор, директор Навчально-наукового інституту телекомунікацій та інформатизації, Державний університет телекомунікацій, Київ. Тел. +380 (93) 542 27 73. E-mail: nniti\_dut@ukr.net.

**Фролов Валерій Федорович** – доктор технічних наук, завідувач кафедри космічних систем, комплексів і супутникових телекомунікацій, Державний університет телекомунікацій, Київ. Тел. +380 (98) 678 58 75. E-mail: frolov47@ukr.net.

**Сторчак Каміла Павлівна** – кандидат технічних наук, завідувач кафедри інформаційних систем і технологій, Державний університет телекомунікацій, Київ. E-mail: kpstorchak@ukr.net.

### Authors of the article

**Kozelkov Serhiy Viktorovych** – doctor of sciences (technical), director of the educational-scientific institute of telecommunications and informatization, State University of Telecommunications, Kyiv. Tel. +380 (93) 542 27 73. E-mail: nniti\_dut@ukr.net.

**Frolov Valerii Fedorovych** – doctor of sciences (technical), head of the department of space system, complexes and satellite telecommunications, State University of Telecommunications, Kyiv. Tel. +380 (98) 678 58 75. E-mail: frolov47@ukr.net.

**Storchak Kamila Pavlivna** – candidate of sciences (technical), head of the department of informative systems and technologies, State University of Telecommunications, Kyiv. E-mail: kpstorchak@ukr.net.

Дата надходження  
в редакцію: 12.01.2018 р.

Рецензент:  
доктор технічних наук, професор В. Б. Толубко  
*Державний університет телекомунікацій, Київ*