УДК 004.94:658

Курченко О. А., Терещенко А. И. Государственный университет телекоммуникаций, Киев

ИНФОРМАЦИОННАЯ ТЕХНОЛОГИЯ МНОГОМЕРНОГО ЧЕБЫШЕВСКОГО ПРИБЛИЖЕНИЯ К ЗАДАННЫМ ЗНАЧЕНИЯМ ФУНКЦИИ КАЧЕСТВА ПРОИЗВОДСТВЕННОГО ПРОЦЕССА

Предложена информационная технология для дескриптивного метода оценки оптимальных определяющих и регулирующих параметров процесса производства на основе многомерного чебышевского приближения к значениям многомерной функции качества. Решается задача оценивания компонент проектирования пространства как аргументов функции качества и технологических параметров процесса производства. Оценки и расчеты выполнены с использованием прикладных пакетов R языка программирования.

Ключевые слова: функция качества, менеджмент качества, пространство разработки, стратегия QbD, структурирование функции качества (QFD), чебышевская аппроксимация.

Kurchenko O. A., Tereshchenko A. I., State University of Telecommunications, Kyiv

INFORMATION TECHNOLOGY OF MULTIDIMENSIONAL CHEBYSHEV APPROXIMATION TO SPECIFIED QUALITY FUNCTION VALUES OF THE PRODUCTION PROCESS

In article, attention is directed to the stage of developing QFD product quality. For set multidimensional values of the quality function (in accordance with the standard), the problem arises of determining the values of the production process parameters that affect the desired property of the product. An information technology of a descriptive statistic method for estimating the optimal determining and regulating parameters of a production process is proposed on the basis of a multidimensional Chebyshev approximation to the values of a multidimensional quality function. QbD methodology in the framework of the QFD technological approach at the design stage of the production process makes it possible to obtain a unified Chebyshev approximation to specified values of the quality function that is resistant to deviations of the profile components of the design space. The inverse task of finding the values of the defining parameters of a multidimensional space corresponding to the values of the quality function reduces to the problem of finding the Chebyshev approximation nodes by the multidimensional quality function defined on the grid structure. Estimates are made on the basis of calculations using programming language packages R.

Keywords: quality function, quality management, development space, QbD strategy, quality function deployment (QFD), Chebyshev approximation.

Курченко О. А., Терещенко А. І. Державний університет телекомунікацій, Київ

ІНФОРМАЦІЙНА ТЕХНОЛОГІЯ БАГАТОВИМІРНОГО ЧЕБИШЕВСЬКОГО НАБЛИЖЕННЯ ДО ЗАДАНИХ ЗНАЧЕНЬ ФУНКЦІЇ ЯКОСТІ ВИРОБНИЧОГО ПРОЦЕСУ

Запропоновано інформаційну технологію для дескриптивного методу оцінки оптимальних визначальних і регулюючих параметрів процесу виробництва на основі багатовимірного чебишевського наближення до значень багатовимірної функції якості. Вирішується задача оцінювання компонент проектування простору розробки, як аргументів функції якості і технологічних параметрів процесу виробництва. Оцінки і розрахунки виконані з використанням прикладних пакетів R мови програмування.

Ключові слова: функція якості, менеджмент якості, простір розробки, стратегія QbD, структурування функції якості (QFD), чебишевська апроксимація.

© Курченко О. А., Терещенко А. І., 2018

1. Введение

Современное развитие информационных технологий и возможность реализации вычислений с помощью высокоуровневых объектно-ориентированных языков программирования позволяют решать задачи статистического анализа многомерных данных MSA (Multivariate Statistical Analysis) и приближения к заданным значениям многомерных функций.

Практика реализации информационных технологий в системе менеджмента качества QMS (Quality Management System) свидетельствует, что востребованными являются решения не только прямых статистических задач, где требуется моделировать явление при известных исходных данных, но и решения обратных статистических задач, где необходимо определить, при каких определяющих параметрах (факторах) возникает то или иное событие [1]. В дальнейшем производится многократный расчёт/моделирование прямых статистических задач/процессов при исходных данных, полученных от обратных статистических задач.

Итогом подобных решений являются многомерные массивы данных, выражающие зависимость искомой функции (функции качества процесса производства, зависимой переменной, параметра качества продукта) от определяющих параметров (аргументов, независимых/объясняющих переменных, технологических параметров процесса производства). Для практической интерпретации полученные таким образом многомерные численные данные нуждаются в дескриптивном (descriptive statistics) либо индуктивном (statistical inference) статистическом анализе.

В статье предложен метод оценки технологических параметров (компонент) процесса производства как аргументов многомерной чебышевской функции приближения к заданной функции качества обобщёнными многочленами в системе линейно независимых базисных функций дискретного косинусного преобразования DCT-II (Discrete Cosine Transform II).

Расчёты выполнены с использованием прикладных пакетов объектно-ориентированного R языка программирования.

Решение задачи чебышевской аппроксимации заданной многомерной функции качества на множестве точек определяющих параметров — параметров пространства разработки/проектирования (Design Space) позволяет получить наименьшее возможное (оптимальное) значение меры равномерного приближения к значениям функции качества, устойчивое к отклонениям этих параметров (оптимальных компонент процесса производства) от допусков. Такой подход соответствует методологии «качество через дизайн» QbD (Quality-by-Design) на этапе проектирования процесса производства по методу «структурирования функции качества» QFD (Quality Function Deployment), когда каждый из этапов производственного процесса может быть представлен соответствующей функцией качества.

Актуальность предлагаемого метода. Метод соответствует доминирующей тенденции достижения требуемого качества продукции сертифицированных (ISO 9001, ISO 22000) [2, 3, 4] производств – смещении акцентов обеспечения качества продукции на этап проектных разработок (QbD, Quality-by-Design, «качество через дизайн» или «качество на этапе разработки») [5, 6] при «процессном подходе» к системе менеджмента качества на основе структурирования функции качества QFD [6, 7].

Цели и задачи исследования. Предположим, что целью численного исследования является определение условий (определяющих параметров) возникновения некоторых событий, реализующихся при нестационарном производственном процессе. Событием на этапе проектирования процесса производства (QFD) считаем достижение параметрами технологического процесса показателей, которые позволяют получить требуемые значения зависимых переменных, как параметров качества продукта, регламентируемых стандартом или технологической картой производства. При решении задачи чебышевского приближения параметры пространства разработки (определяющие параметры) трансформируются в

параметры технологического процесса, а требуемые значения зависимых переменных представляют собой соответствующий отклик функции качества.

На практике, при анализе с помощью аналитического (в частности численного) или экспериментального моделирования того или иного события, как правило, причина возникновения события и управляющие этой причиной количественные параметры (определяющие параметры) для каждого наблюдения (эксперимента) из $n-\{x_1,...,x_m\}$ известны. При исследованиях методами статистического анализа стремятся к аналитическому или экспериментальному установлению зависимостей функции качества процесса производства (зависимой переменной/параметра качества продукта) $\{y_1,...,y_N\}$ от определяющих параметров $\{x_1,...,x_m\}$ задачи. Построение подобных зависимостей в квазианалитическом или табличном виде или определение определяющих параметров, при которых наблюдается требуемые значения параметров качества, является практической целью исследования.

Формализованная постановка такой обратной задачи выглядит в общем случае следующим образом.

Рассмотрим функцию $F(\Omega)$ заданную дискретными значениями зависимой переменной y_i , где i=1,...,N, $(y^n\supset \{y_i\},N$ — число узлов многомерной сетки) в области $\Omega\supset \{y^n\}$, расположенной в m- мерном пространстве X^n определяющих параметров, где n — число наблюдений (экспериментов).

Пространство X^n задано с помощью j наборов (j=1,...,n) X_j определяющих параметров $\{x_1,...,x_m\}$, которые будем считать независимыми и образующими чебышевскую сетку m-мерного пространства определяющих параметров.

Для определения расстояния в пространстве X^n выбирается евклидова метрика. Сетка Чебышева в этом случае является декартовым произведением одномерных сеток m- мерного пространства, т.е. комбинацией всех одномерных точек сетки.

Множество определяющих параметров ограничено интервальными данными по каждому из измерений. Каждый интервал задан максимальным и минимальным значениями допусков для каждого из определяющих параметров, между которыми находится технологически наиболее приемлемое значение. Многомерная функция качества $F(\Omega)$ таким образом определена на гиперкубе интервальных значений определяющих параметров.

При такой формулировке, определяющие параметры — оптимальные параметры проектирования, при которых обеспечиваются заданные значения зависимой переменной (функции качества), являются узлами чебышевской сетки, а приближение к заданной функции качества достигается за счёт значений коэффициентов чебышевского аппроксиманта [8].

Таким образом, обратная задача нахождения значений определяющих параметров m-мерного пространства сводится к задаче вычисления узлов чебышевской аппроксимации, заданной на сеточной структуре m-мерной функции [7] с последующим расчётом чебышевских коэффициентов для каждого из n наблюдаемого массива N значений функции качества $F(\Omega) - y^n$.

Следует отметить, что, несмотря на более общую постановку задачи с позиций интерполяции, в статье речь идёт именно об аппроксимации значений функции качества в точках определяющих параметров при их соответствии значениям параметра качества продукта (функции качества) за счёт чебышевских коэффициентов как регулирующих параметров (регуляторов) процесса производства.

2. Анализ известных решений

Риск ориентированный процессный подход [9, 10, 11] и процессная методология QFD [6, 7] являются доминантами современных систем менеджмента качества [2] и определяют

пути операционного профильного достижения стандартных показателей сертифицированного производства и соответствующего продукта.

Известные методы определения номинальных значений параметров продукта, процесса производства и допусков на них предлагают статистические решения выбора этих переменных (VS variable selection), которые несут большую часть соответствующей информации т.е. вносят больший вклад в изменчивость значений функции качества (зависимой переменной). В работе [12] приведен актуальный систематический обзор большого числа источников по данной тематике. Данное инжиниринговое направление развивает принцип В. Парето (Vilfredo Pareto) как основной установки при анализе факторов влияния на эффективность каких-либо процессов и оптимизации их результатов – правильный выбор минимума самых важных действий, обеспечивает достижение большей части планируемого максимального результата [13, 14]. Поиск оптимального по Парето набора параметров сопряжён с задачами статистического планирования экспериментов при использовании ортогональных планов [15], когда достигаются и цели робастного проектирования по допускам параметров проектирования [16] и уровню моделей [17].

Наиболее достоверным способом определения критических и некритических параметров качества конечного продукта является научное исследование, связанное с контролируемыми изменениями параметров [16, 18], а действенным системным подходом для достижения адекватных результатов качества продуктов производств является концепция QbD [5, 18].

Эти исследования могут проводиться на экспериментальной или лабораторной основе в соответствии с действующей надлежащей производственной практикой [5, 19]. Когда влияния параметров процесса производства установлены, это можно использовать для разработки соответствующих стратегий менеджмента [3, 18]. Несмотря на то, что может быть не всегда возможно (из-за экономических, временных и других ограничений) проводить научные и лабораторные исследования по всем неклассифицированным определяющим параметрам, концепция «качество на этапе разработки» (QbD) всё же является неотъемлемой частью современного подхода к обеспечению качества продукции [13, 18].

Одна из целей, которая преследуется при этом — согласование результатов проектных работ с результатами реальных экспериментов — является продолжением выводов Тагути (Genichi Taguchi) и Дж. М. Джурана (JM Juran) о необходимости тщательного планирования и проведения эксперимента на этапе проектирования продукта для достижения его требуемого качества [5, 14, 20]. Основное внимание в этой концепции уделено тому, что качество должно быть встроено в продукт с детальным пониманием процесса, с помощью которого он разрабатывается и изготавливается, вместе со знаниями о рисках, связанных с изготовлением продукта [5, 21].

Рост расходов и невосполнимые затраты от неудовлетворительных результатов соответствия качества новых продуктов требованиям на завершающих стадиях испытаний приводят к необходимости искать новые методы разработки продуктов. Актуальным современным практическим направлением сокращения затрат из-за потери качества начиная с этапа разработок является технология PAT (Process Analytical Technology) [5], которая активно поддерживает методологии QFD и QbD и гибкие инструменты применения инноваций при разработке новых продуктов и планировании их производства [15, 20].

Существенную часть технологии РАТ составляют рекомендации по внедрению методов планирования, анализа и контроля критических параметров, характеризующих состояние процессов и их элементов в ходе производства, с конечной целью создания системы контроля качества продукта в реальном времени с использованием информационных технологий [20].

Таким образом, продолжается имплементация инновационных методов информационных технологий в практику обеспечения качества продукции на этапе первоначальных разработок и совершенствования менеджмента качества производств. Основными тенденциями внедрения информационных технологий являются процессный подход использующий методы многомерного статистического анализа, а также риск-ориентированные методы поддержки и

сопровождения стандартизированного качества производств для обеспечения сертификации продукции.

3. Теоретические основы и порядок решения задачи многомерного чебышевского приближения к заданным значениям функции качества процесса производства

Для решения поставленной задачи определения значений параметров производственного/технологического процесса и для достижения требуемых значений функции качества предлагается информационная технология, основанная на методе чебышевской аппроксимации многомерной функции качества в точках оптимальных параметров проектирования с последующим определением многомерных данных регулирующих параметров процесса производства.

3.1 Теоретические основы решения задачи многомерного чебышевского приближения к заданным значениям функции качества процесса производства

Результаты проведенных исследований основываются на свойствах полиномов Чебышева, их корнях, а также коэффициентов Чебышева, которые нашли широкое применение в практике аппроксимации (интерполяции) эмпирических функций [22].

Из всех многочленов степени d+1 с коэффициентами при старшей степени, равными 1 нормированный многочлен Чебышева наименее отклоняется от нуля на отрезке [-1;1] [22].

Для отрезков [a;b] используются афинные преобразования отображающие отрезок [a;b] на [-1;1] и наоборот.

Наименьшее значение погрешность аппроксимации на отрезке [a;b] будет принимать при значениях аргумента многочлена Чебышева, которые являются его корнями.

При аппроксимации многочленом Чебышева некоторой в общем случае эмпирической функции качества её значения (выходной отклик/зависимая переменная y_i) слабо зависят от изменения аргументов (определяющих параметров X_j) как в одномерном, так и многомерном случаях т.е. значения зависимой переменной (параметра качества) y_i слабо отклоняются от заданных значений в пределах изменения аргументов от [a;b]. В этом случае можно говорить о робастном проектировании на множестве точек определяющих параметров пространства разработки (Design Space).

Найденные определяющие параметры как узлы чебышевского аппроксиманта являются робастными значениями параметров технологического процесса [8, 15]. Многомерные определяющие параметры и чебышевские коэффициенты аппроксиманта находятся с помощью пакета прикладных программ «chebpol» языка программирования R.

Случайные в общем случае значения аппроксимируемой функции (параметров качества) в пределах границ допусков обуславливают и случайные значения коэффициентов чебышевского аппроксиманта как регулирующих параметров процесса производства.

В общем случае найденные как чебышевские узлы аппроксимации определяющие параметры являются неслучайными величинами и оптимальными значениями параметров пространства разработки, а совпадение значений аппроксиманта и переменных значений аппроксимируемой функции в узлах Чебышева достигается за счёт вариации коэффициентов Чебышева (регуляторов).

Вызывает практический интерес оценка распределений функций плотности вероятности значений коэффициентов чебышевской аппроксимации и зависимой переменной. Предложен вариант анализа этих распределений с использованием ядерных оценок плотностей вероятностей функцией «density» пакета прикладных программ языка R «sm».

3.2 Порядок решения обратной задачи расчёта определяющих и регулирующих параметров процесса производства

В п. 1. было показано, что задача нахождения значений определяющих параметров *т*мерного пространства соответствующих значениям функции качества является обратной задачей и сводится к нахождению узлов чебышевской аппроксимации, заданной на сеточной структуре *т*мерной функции качества с последующим расчётом чебышевских коэффициентов как многомерных регулирующих параметров процесса производства.

Приведём порядок действий, который приводит к решению поставленной задачи и позволяет провести анализ полученных результатов.

1. Задаются интервалы изменения определяющих параметров и число значений этих параметров в каждом из интервалов. Таким образом задаётся размерность многомерной чебышевской сетки определяющих параметров и количество узлов $r \times s \times ... \times l$ по каждому из m измерений. Для исследований заданы максимальные и минимальные границы интервалов для каждого из определяющих параметров, между которыми находятся значения, которые можно считать технологически наиболее приемлемыми (всего -3 значения по каждому из m=3 измерений). То есть определяющие параметры являются узлами чебышевской сетки и рассчитываются как корни чебышевского полинома k-того порядка, где k — число узлов каждого измерения определяющих параметров в пределах заданных границ их изменений.

С экспериментальной целью количество узлов третьего измерения задано равным четырём. Таким образом, число определяющих параметров составляет 3+3+4=10, что соответствует $3\times3\times4=36$ узлам чебышевской сетки и значениям функции качества. В данном многомерном случае, сетка Чебышева является декартовым произведением одномерных сеток т.е. значения функции заданы для всех комбинаций определяющих параметров.

- 2. Задаются значения функции качества (массив данных зависимой переменной) в узлах чебышевской сетки. Задан равномерный закон распределения значений зависимой переменной в пределах максимального и минимального значений, определяемых границами допусков параметра качества. Чебышевское приближение определено на отрезке [-1;1] как афинное отображение любого интервала [a;b] на [-1;1], что позволяет производить чебышевскую аппроксимацию на интервале выбора. Данный $r \times s \times ... \times l$ массив данных значений функции качества на сетке Чебышева задаёт m-размерную аппроксимируемую функцию, определенную во всем гиперкубе заданных интервалов определяющих параметров.
- 3. С использованием пакета прикладных программ «chebpol» языка R находятся значения определяющих параметров в каждом интервале многомерной сетки как решение уравнений Чебышева порядка k (где k число значений соответствующего определяющего параметра в заданном интервале многомерной сети). Таким образом рассчитываются чебышевские узлы в заданных интервалах многомерной сетки определяющих параметров, каждому из которых ставится в соответствие значение многомерной аппроксимируемой функции качества.
- 4. С использованием пакета прикладных программ «chebpol» языка R рассчитываются коэффициенты Чебышева для аппроксимирующего многочлена, которые являются линейным преобразованием значений функции в чебышевской сетке и ортогональных дискретных косинусных составляющих DCT-II (Discrete Cosine Transform II). Подобный расчёт аналогичен произведению значений $r \times s \times ... \times l$ размерной матрицы значений аппроксимируемой функции на $r \times s \times ... \times l$ размерную матрицу преобразования DCT-II. При этом матрица преобразования DCT-II является базисом приближения к аппроксимируемой функции. Коэффициенты Чебышева для аппроксимирующего многочлена являются результатом решения $N = r \times s \times ... \times l$ линейных уравнений с $N = r \times s \times ... \times l$ неизвестными для слагаемых преобразования DCT-II на ортогональных составляющих (частотах/гармониках), число которых соответствует $r \times s \times ... \times l$ узлам чебышевской сетки.

$$G_{ij\dots q} = \frac{1}{\sqrt{2N}} \cdot C_i \cdot C_j \cdot \dots \cdot C_q \cdot \sum_{x=0}^{r-1} \sum_{y=0}^{s-1} \dots \sum_{e=0}^{l-1} p_{xy\dots e} \cdot \cos(\frac{(2x+1)i\pi}{2N}) \cdot \cos(\frac{(2y+1)j\pi}{2N}) \cdot \dots \cdot \cos(\frac{(2e+1)q\pi}{2N}), \quad (1)$$

где
$$C_v = \begin{cases} 1/\sqrt{2}, & v = 0, \\ 1, & v > 0 \end{cases}$$
.

5. Каждое из $N = r \times s \times ... \times l$ значений аппроксимируемой функции определено в виде многочлена представляющего собой обратное преобразование IDCT-II (inverse DCT, IDCT) т.е. как линейное преобразование коэффициентов Чебышева и ортогональных составляющих преобразования DCT-II заданных на $r \times s \times ... \times l$ сетке.

$$p_{xy...q} = \frac{1}{2^n} \cdot \sum_{i=0}^{r-1} \sum_{j=0}^{s-1} ... \sum_{q=0}^{l-1} C_i C_j ... C_q \cdot G_{ij...q} \cdot \cos(\frac{(2x+1)j\pi}{2N} \cdot \cos(\frac{(2y+1)j\pi}{2N}) \cdot ... \cdot \cos(\frac{(2e+1)q\pi}{2N}) \cdot ... \cdot \cos(\frac{($$

Шаги 4 и 5 используют связь коэффициентов Чебышева с преобразованием DCT-II значений ($r \times s \times ... \times l$ массива данных) аппроксимируемой функции качества.

Использование пакета прикладных программ многомерной интерполяции/аппроксимации «сhebpol» языка программирования R позволяет производить расчёт узлов чебышевской сетки для аппроксимации соответствующих значений функции качества, а также значений коэффициентов Чебышева многомерного многочлена чебышевского аппроксиманта. При этом как множество значений функции качества, которые меняются в пределах границ-допусков, так и множество отвечающих этим изменениям значений чебышевских коэффициентов, можно считать выборками из соответствующих генеральных совокупностей. Оценка распределений функций плотностей вероятности этих случайных множеств проведена с помощью ядерной оценки плотности вероятности функцией «density» пакета прикладных программ языка R «sm».

3.3 Ядерная оценка распределений плотностей вероятностей коэффициентов чебышевской аппроксимации и зависимой переменной

С технической точки зрения ядерная оценка функции плотности – это непараметрический метод оценки значений функции плотности вероятности случайной переменной [23]. В непараметрической статистике под ядром понимается весовая функция, используемая при оценке распределений и параметров (ядерная оценка плотности, ядерная регрессия).

В общем случае регулирующие параметры и зависимые переменные являются нелинейно связанными. Применение ядерной оценки распределений функций плотности вероятности оправдано необходимостью учёта нелинейной связи регулирующих параметров и зависимых переменных. Чтобы учесть эту нелинейность используется приём увеличения пространства переменных (регулирующие параметров) путём различных функциональных (ядерных) преобразований над ними [24]. Благодаря этому одно и то же событие (реализация регулирующих параметров и соответствующие значения функции качества) можно математически представить разными способами, например, для сравнения получаемых опенок

Так, алгоритм, используемый в методе оценки плотности вероятности (прикладная программа «density» языка R из пакета «sm»), рассеивает плотность эмпирической функции распределения по регулярной сетке не менее 512 точек. Затем, для свертки этого приближения с дискретной версией ядра применяется быстрое преобразование Фурье, и далее используется линейная аппроксимация для оценки плотности в указанных точках [24].

При ядерном оценивании решается задача определения плотности вероятности некоторой выборки $Y_j \in \left\{y^j\right\}$ случайной величины Y^n , состоящей из n независимых наблюдений y^n (п. п. 1.1). Для непараметрического оценивании плотности случайной величины Y_j в некоторой

точке y производится усреднение частоты появления в выборке ближайших точек выборки y_i . При этом используются ядерные функции присваивающие определенную вероятность каждой точке y и убывающие с увеличением расстояния между y и y_i . Вес i- го значения для точки запроса y определяется по значению ядерной функции.

Таким образом, принцип решения этой задачи состоит в задании вида некоторой функции плотности вероятности со скалярным параметром — h_i , который регулирует размер и форму весов $\left\{W_{ii}(y)\right\}_{i=1}^t$ около y_i [25]. Эту функцию принято называть $\mathit{ядро}$ — K. Ядро это непрерывная ограниченная симметричная вещественная функция с единичным интегралом:

$$\int_{-\infty}^{\infty} K(u) du = 1$$

Точность оценки функции плотности зависит как от выбора ширины окна h_{ι} , так и от выбора ядерной функции K(u) .

В практике распространены несколько типов ядер: равномерное, треугольное, гауссово, Епанечниково, и т.д. Последовательность весов для ядерных оценок определяется как:

$$W_{tt}(y) = \frac{K_{h_t}(y - y_i)}{f_{h_t}(y)},$$

где $f_{h_i}(y) = \frac{1}{t} \sum_{i=1}^t K_{h_i}(y-y_i)$ — функция является ядерной оценкой плотности Розенблата-Парзена (Rosenblatt, Parzen) для (маргинальной) плотности величины Y_i .

 $K_{h_i}\left(y\right) = \frac{1}{h_i} K\!\left(\frac{y}{h_i}\right)$ представляет собой ядро с параметром h_i . Этот параметр называют шириной окна, подчеркивая зависимость h_i от объема выборки.

Ширина окна определяет, насколько быстро убывают веса $W_{ii}(y)$ по мере удаления объектов y_i от y. Характер убывания определяется видом ядра K. Нормализация весов функции $f_{h_i}(y)$ гарантирует, что сумма весов равна единице.

Выбор окна решающим образом влияет на точность определяемой зависимости. При малых значениях h_i кривая плотности стремится пройти через каждую точку выборки и подвержена резким скачкам, поскольку оценка опирается только на небольшое число наблюдений из узкой окрестности точки y. И, наоборот, если ширина окна велика, функция чрезмерно сглаживается и в пределе при $h_i \to \infty$ вырождается в константу — усреднённое значение величин y_i . В этом случае сглаженная функция не даёт возможности определить характерные особенности искомой зависимости функции плотности [26].

Для алгоритма «density» статистические свойства ядра определяются как $\sigma_k^2 = \int t^2 K(t) dt$, [23], который всегда равен 1 для используемых ядер (и, следовательно, ширина полосы h_m является стандартным отклонением ядра) и $R(K) = \int K^2(t) dt$.

Полоса пропускания, эквивалентная среднему квадрату ошибки MSE (Mean Squared Error) для разных ядер пропорциональна $\sigma_k \cdot R(K)$ и является инвариантной к шкале, а для используемых ядер равна R(K).

Рассуждения приведенные для ядерной оценки плотности вероятности значений функции качества аналогичны и для коэффициентов Чебышева (регуляторов).

4. Анализ результатов решения задачи многомерного чебышевского приближения к заданным значениям функции качества процесса производства

Свойство робастности чебышевской аппроксимации на множестве точек пространства разработки определяющих параметров процесса производства достигается тем, что определяющие параметры являются узлами чебышевской сетки и рассчитываются как корни чебышевского полинома k-того порядка.

Существенная особенность предложенного метода заключается в том, что определяющие параметры, найденные как узлы чебышевской сетки, являются действительно независимыми переменными на языке регрессионного анализа.

Совпадение значений чебышевского аппроксиманта с значениями функции качества и следовательно, требуемая функциональная зависимость при рассчитанных определяющих параметрах достигается с помощью коэффициентов Чебышева — регулирующих параметров процесса производства. В результате значения чебышевского аппроксиманта являются наименее отклоняющимися от заданных значений функции качества на определённом гиперкубе определяющих параметров.

Так на рис.1 показаны диаграммы ядерной оценки функции плотности на главной диагонали и диаграммы рассеяния значений зависимой переменной Y_j (y1) и коэффициентов Чебышева (ch1), включая регрессионные прямые и сглаживающие линии, а также распределения/рассеяния переменных.

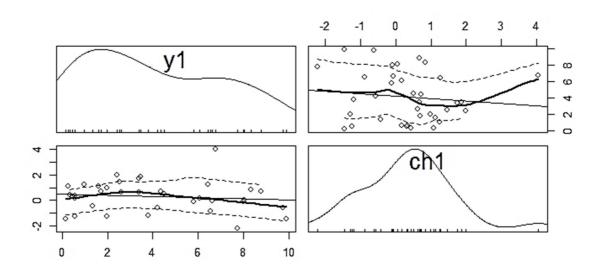


Рис. 1. Диаграмма рассеяния значений зависимой переменной и коэффициентов Чебышева, включающая регрессионные кривые (пунктир, чёрная кривая) и сглаживающие линии (серая кривая), а также диаграммы ядерной оценки функции плотности вероятности по главной диагонали

Из рис.1 следует, что распределение зависимой переменной тяготеет к равномерному закону, а распределение чебышевских коэффициентов асимметрично. Обе величины тесно (положительно) связаны. Более детальная оценка взаимосвязи между этими двумя параметрами может быть проведена по диаграммам рассеяния с регрессионной прямой и диаграммам размахов (box-whisker plots) на полях, как показано на рис. 2 и 3.

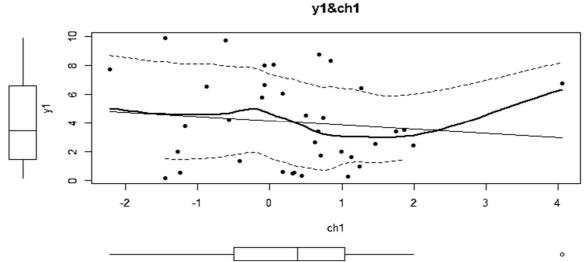


Рис. 2. Диаграмма рассеяния для значений y1 & ch1 с регрессионными кривой (черная кривая) и сглаженными кривыми (пунктир и серая кривая), а также диаграмма размахов (box-whisker plots) на полях

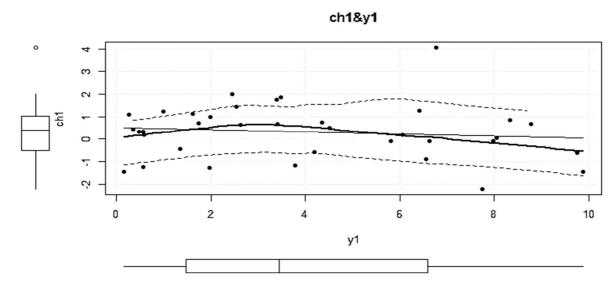


Рис. 3. Диаграмма рассеяния для значений ch1 & y1 с регрессионными кривой (черная кривая) и сглаженными кривыми (пунктир и серая кривая), а также диаграмма размахов (box-whisker plots) на полях

Как и следовало ожидать, вариации заданного равномерного распределения значений зависимой переменной вызывают изменения коэффициентов Чебышева (регулирующих параметров), которые восстанавливают требуемый характер функциональной зависимости. Диаграммы размаха дают минимальное и максимальное значения (крайние точки «усов») параметра, левый/верхний и правый/нижний квартили (узкие стороны «box») и значение медианы (внутри «box»).

Проведенные расчёты показывают, что структура данных чебышевских коэффициентов полностью соответствует структуре данных значений функции качества (зависимых переменных) и действительно может рассматриваться как множество значений регулирующих параметров (управляемых параметров технологического процесса) для достижения желаемого

функционального соотношения между определяющими параметрами и значениями функции качества – v^n .

Применение ядерной оценки функции плотности исследуемых параметров обосновано особенностью решения задачи, которое использует связь коэффициентов Чебышева с преобразованием DCT-II значений многомерного массива данных аппроксимируемой функции качества (формула 1). Каждое из многомерных значений функции качества представлено как линейное преобразование коэффициентов Чебышева и ортогональных составляющих преобразования DCT-II рассчитанных на многомерной сетке (формула 2).

Диаграммы ядерной оценки функций плотностей вероятностей можно использовать для сравнения распределений выборок зависимых переменных и чебышевских коэффициентов, рис. 4.

kernel density functions y1&ch1 compare

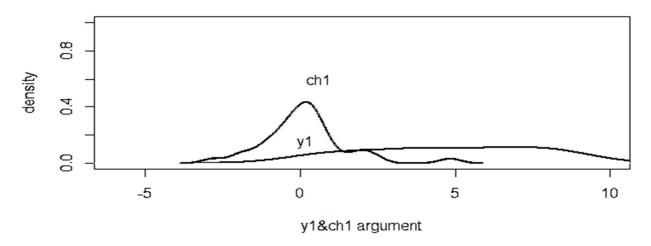


Рис. 4. Диаграммы Чебышева (ch1)ядерной оценки функций плотностей вероятностей зависимой переменной Y_i (y1) и коэффициентов

Из рис. 4 видно, что при помощи наложенных друг на друга диаграмм ядерной оценки функций плотностей можно эффективно сравнить эти выборки данных. Здесь видны и характер распределения значений в каждой группе, и степень перекрытия между группами. Так, изменения в равномерном распределении зависимой переменной приводят к росту плотности распределения коэффициентов Чебышева в окрестности этих изменений. Характер полученных графиков согласуется с диаграммами на рис.1–3.

Отметим, что современные технологические возможности позволяют увеличить число определяющих параметров, связанных с достижением качества процесса производства и которые требуют методы мониторинга этих процессов, способные учесть влияние этих параметров на значение функции качества [12].

В этом контексте при решении поставленной задачи, большее число измерений определяющих параметров, с одной стороны — увеличивает объём выборки и повышает достоверность получаемых результатов, а с другой стороны — приводит к росту числа обрабатываемых данных и вычислительной сложности задачи. Поиск компромисса данного противоречия является одной из целей многомерного статистического анализа, а применение методов выбора переменных (VS, variable selection) в задачах обеспечения/контроля качества выступает как перспектива дальнейших исследований [12].

5. Обсуждение

Обсуждение статьи приведено в виде SWOT анализа полученных результатов.

Strengths (сильные стороны): Сильные стороны и преимущества предложенного метода базируются на свойствах чебышевской аппроксимации функций, заданных в узлах чебышевской сетки. Это способствует как наименьшим отклонениям значений самого аппроксиманта, так и слабым влиянием на эти значения изменений определяющих параметров. Модель чебышевской аппроксимации задаёт своего рода передаточную характеристику процесса, реализуемую параметрами этого процесса для достижения заданных значений функции качества [8]. Это позволяет говорить о прогнозируемых результатах как параметров процесса, так и функции, что является привлекательным для технической реализации.

Weaknesses (слабые стороны). Метод решения поставленной задачи на данном этапе исследований не различает степени влияния каждого из определяющих параметров на переменную, управляемые регулирующие зависимую a параметры программно (автоматически) выводят процесс на соответствие требуемым/ожидаемым значениям функции качества. Данная особенность предложенного метода решения задачи является следствием естественного противоречия между необходимостью увеличения числа измеряемых определяющих параметров производственного процесса для агрегирования высокого качества продукта и необходимостью уменьшения массива данных, который неизбежно растёт и повышает вычислительную сложность анализа из-за увеличения набора определяющих параметров.

Возрастающее количество данных переводит задачу их оценивания в класс многомерного статистического анализа «больших данных» (Big Data Multivariate Statistical Analysis), одна из целей которого — уменьшение размерности влияющих на процесс многомерных параметров [12]. Преодолеть эти недостатки можно продолжив исследования с применением статистических методов канонического анализа таких как: анализ избыточности RDA (redundancy analysis) и анализ соответствий ССА (canonical correspondence analysis).

Opportunities (возможности) [8]. Дополнительные возможности, обеспечивающие достижение цели исследования, являются важным следствием метода описания устойчивых (наименее отклоняющихся от заданных значений) функций процессов по Чебышеву, который предлагает и практически ориентированную трактовку атрибутов: функции качества, передаточной характеристики, аргументов функции качества и параметров передаточной характеристики, допусков отклонений параметров и т.д.

Важно, что передаточная чебышевская характеристика процесса и мера приближения аппроксиманта позволяют говорить о потерях качества в определённых (известных) пределах: т.е. при отклонении определяющего параметра процесса в контролируемых стандартных границах функция потерь качества принимает конкретное расчётное значение [8, 15]. Поэтому предложенный метод предполагается использовать в тесной связи с принципами определения и управления рисками качества QRM (Quality Risk Management) [10, 11]. В рамках внедрения риск- ориентированного подхода к системе менеджмента качества QMS (Quality Management System) уделяется больше внимания внутренним и внешним влияющим факторам, а сама система менеджмента качества рассматривается как стратегическое решение для организации (ISO 9001:2015 [2]).

Threats (угрозы). Сложности внедрения полученных результатов исследования могут быть связаны с объективными факторами финансовых затрат на новые аппаратнопрограммные решения для предлагаемых информационных технологий. Риски можно минимизировать, а невозвратные потери, которые неизбежно возникают при новых внедрениях, можно частично преодолеть, используя, например стратегию Масааки Имаи

(Masaaki Imai) «кайзен» (Kaizen) [27] непрерывного совершенствования (Continuous Improvement) производств.

6. Выводы

Доминирующей тенденцией достижения устойчивого сертифицированного качества продукции является концепция «качество через дизайн» QbD, которая ориентирует разработчиков на формирование основ качества продукта на этапе проектных разработок и проведения в большинстве случаев компьютерно-интенсивных численных экспериментов (моделирования). Развитие этого направления обусловлено значительным прогрессом методологии многомерного статистического анализа в объектно-ориентированных языках программирования. Реализация аппарата статистики языками программирования высокого уровня позволяет создавать результативные информационные технологии оценивания технологических процессов на стадии конструирования для обеспечения гарантированного качества выпускаемой продукции.

Объективные условия изменчивости производственной стремление среды И разработчиков предотвратить возможный неконтролируемый разброс параметров аргументируют актуальность синтеза и применения робастных методов проектирования и обеспечения качества. Способы решения этой проблемы состоят в комплексном использовании для анализа адекватных моделей процессов, устойчивых статистических оценок и робастных методов приближения к заданным значениям параметров качества на множестве значений параметров проектирования/производства. При этом достигается одна из основных целей реализации концепции «качество через дизайн» - сокращение расходов/потерь, к которым приводит выпуск некачественной продукции и устранение причин несоответствий непосредственно в процессе производства.

Список использованной литературы

- 1. Kai Yang. Multivariate statistical methods in quality management / Kai Yang, Jayant Trewn. Pub. Date: 2004. The McGraw-Hill Companies, Inc. 295 p.
- https://www.accessengineeringlibrary.com/browse/multivariate-statistical-methods-in-quality-management#fullDetails (2018.03.19).
 - 2. Implementation Guidance for ISO 9001:2015. www.iso.org/tc176/sc02/public (2018.03.19).
- $3.\ ISO\ 9000\ Introduction$ and Support Package: Guidance on the Concept and Use of the Process Approach for management systems. –
- $https://www.iso.org/iso/04_concept_and_use_of_the_process_approach_for_management_systems.\\ pdf (2018.03.20).$
- 4. ISO 22000: 2005(en). Food safety management systems Requirements for any organization in the food chain. https://www.iso.org/obp/ui/#iso:std:iso:22000:ed-1:v1:en (2018.03.22).
- 5. Food and Drug Administration. Final report on pharmaceutical cGMPs for the 21st century a risk based approach. http://www.fda.gov/cder/gmp/gmp2004/GMP_finalreport2004.htm (2018.03.22).
- 6. QFD Institute. Home page of Quality Function Deployment Institute. The official source for QFD. http://www.qfdi.org/ (2018.03.19).
- 7. Decision Support Tools. Quality Function Deployment (QFD). Cambridge University. https://www.ifm.eng.cam.ac.uk/research/dstools/quality-function-deployment/ (2018.03.22).
- 8. Наконечный В. С. Метод синтеза функции качества для оптимизации данных о параметрах процесса и продукции при реализации стратегии «качество на этапе разработки» / В. С. Наконечный, А. И. Терещенко // Телекомунікаційні та інформаційні технології. 2017. №2(55). С. 30-37.
- 9. U.S. Food & Drug administration. Hazard analysis critical control point (HACCP). http://www.fda.gov/Food/GuidanceRegulation/HACCP/ (2018.03.22).

- 10. King, Hal; Ades, Gary. "Hazard analysis and risk-based preventive controls (HARPC): The new GMP for food manufacturing". Food Safety Magazine (October/November 2015). Retrieved 2 May 2016. https://www.foodsafetymagazine.com/magazine-archive1/octobernovember-2015/hazard-analysis-and-risk-based-preventive-controls-harpc-the-new-gmp-for-food-manufacturing/?EMID (2018.03.22).
- 11. ISO 9000 Introduction and support package: guidance on the concept and use of the process approach for management systems. –

 $https://www.iso.org/iso/04_concept_and_use_of_the_process_approach_for_management_systems.\\ pdf (2018.03.22).$

- 12. Variable selection methods in multivariate statistical process control: A systematic literature review. Fernanda Araujo Pimentel Peres, Flavio Sanson Fogliatto. Department of Industrial Engineering, Federal University of Rio Grande do Sul, 90035-190 Porto Alegre, RS, Brazil, Computers & Industrial Engineering, Volume 115, January 2018. P. 603-619.
- 13. The 80/20 Principle The Secret of Achieving More with Less Richard Koch. Nicolas Brealy Publishing, London Reprinted. 1998. 313p.
- 14. Alex MacCalmana, Hyangshim Kwaka, Mary McDonaldb, Stephen Uptonb: Capturing Experimental Design Insights in Support of the Model-based System Engineering Approach. 2015 Conference on Systems Engineering Research. Procedia Computer Science 44 (2015). P. 315-324.
- 15. Управление качеством. Робастное проектирование. Метод Тагути; под ред. А. М. Талалая Москва: ООО «Сейфи», 2002. 384 с.
- 16. The Translation between Functional Requirements and Design Parameters for Robust Design. Simon Moritz Göhler, Stephan Husung, Thomas J. Howard. 14th CIRP Conference on Computer Aided Tolerancing (CAT) Procedia CIRP 43. 2016. P. 106-111
- 17. Steven P. Haveman, G. Maarten Bonnema. Requirements for High Level Models Supporting Design Space Exploration in Model-based Systems Engineering. Procedia Computer Science, Volume 16 2013. P. 293-302.
- 18. Lionberger R. A., Lee S. L., Lee L. M., Raw A., Lawrence X. Yu. Quality by Design: Concepts for ANDAs. AAPS J, 2008 Jun, 10(2): P.268-276. https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC2751376/ (2018.03.22).
- 19. EudraLex Volume 4 Good manufacturing practice (GMP) guidelines. https://ec.europa.eu/health/documents/eudralex/vol-4_en (2018.03.22).
- 20. Guidance for Industry. Quality systems approach to pharmaceutical CGMP regulations. https://www.fda.gov/downloads/drugs/guidancecomplianceregulatoryinformation/guidances/ucm07 0337.pdf (2018.03.24).
- 21. EudraLex Volume 4 Good manufacturing practice (GMP) guidelines. https://ec.europa.eu/health/documents/eudralex/vol-4_en (2018.03.22).
- 22. Multivariate Chebyshev interpolation. chebpol v1.3-1789. https://www.rdocumentation.org/packages/chebpol (2018.03.23).
- 23. Кабаков Р. И. R в действии. Анализ и визуализация данных в программе R / Роберт И. Кабаков. Москва: ДМК Пресс, 2014. 588 с.
- 24. R Documentation. Kernel density estimation. https://www.rdocumentation.org/packages/stats/versions/3.4.3/topics/density (2018.03.23).
- 25. Хардле В. Прикладная непараметрическая регрессия / В. Хардле. Москва, Мир, 1993. 349 с.
- 26. Loader Clive R. Bandwidth selection: Classical or plug-in? The Annals of Statistics. 1999. Vol. 27, №. 2. P.415-438.
- 27. Imai Massaki. Gemba Kaizen: A commonsense, low-cost approach to management. McGraw-Hill Publishing Company. 1997. 423 p.

References

- 1. Kai Yang, Jayant Trewn. "Multivariate Statistical Methods in Quality Management." *The McGraw-Hill Companies Inc.* (2004): 295.
- https://www.accessengineeringlibrary.com/browse/multivariate-statistical-methods-in-quality-management#fullDetails (2018.03.19).
- 2. "Implementation Guidance for ISO 9001." (2015): www.iso.org/tc176/sc02/public (2018.03.19).
- 3. " Guidance on the Concept and Use of the Process Approach for management systems." *ISO* 9000 Introduction and Support Package
- $https://www.iso.org/iso/04_concept_and_use_of_the_process_approach_for_management_systems.\\ pdf (2018.03.20).$
- 4. "Food safety management systems Requirements for any organization in the food chain." *ISO 22000: 2005(en)*. https://www.iso.org/obp/ui/#iso:std:iso:22000:ed-1:v1:en (2018.03.22).
- 5. "Final report on pharmaceutical cGMPs for the 21st century a risk based approach." *Food and drug administration*. http://www.fda.gov/cder/gmp/gmp2004/GMP_finalreport2004.htm (2018.03.22).
- 6. "The official source for QFD." *Home page of Quality Function Deployment Institute*. http://www.qfdi.org/ (2018.03.19).
- 7. Decision support tools. Quality function deployment (QFD). *Cambridge University* https://www.ifm.eng.cam.ac.uk/research/dstools/quality-function-deployment/ (2018.03.22).
- 8. Nakonechnyi V.S., Tereshchenko A. I. "A method for synthesizing a quality function to optimize data about process and product parameters when implementing a «Quality by Design» strategy." *Telecommunication and information technologies* 2(55) (2017): 30-37.
- 9. Hazard analysis critical control point (HACCP) *U.S. Food & Drug administration*. http://www.fda.gov/food/guidanceregulation/haccp/ (2018.03.22).
- 10. King, Hal; Ades, Gary. "Hazard Analysis and Risk-Based Preventive Controls (HARPC): The New GMP for Food Manufacturing". *Food Safety Magazine (October/November 2015)*. Retrieved 2 May 2016. https://www.foodsafetymagazine.com/magazine-archive1/octobernovember-2015/hazard-analysis-and-risk-based-preventive-controls-harpc-the-new-gmp-for-food-manufacturing/?EMID (2018.03.22).
- 11. "Guidance on the concept and use of the process approach for management systems." *ISO* 9000 Introduction and Support Package https://www.iso.org/iso/04 concept and use of the process approach for management systems.

pdf (2018.03.22).

- 12. Fernanda Araujo Pimentel Peres, Flavio Sanson Fogliatto. "Variable selection methods in multivariate statistical process control: A systematic literature review." *Department of Industrial Engineering, Federal University of Rio Grande do Sul, 90035-190 Porto Alegre, RS, Brazil, Computers & Industrial Engineering* 115, (2018): 603-619.
- 13. "The 80/20 principle the secret of achieving more with Less Richard Koch." *Nicolas Brealy Publishing, London Reprinted* (1998): 313.
- 14. Alex MacCalmana, Hyangshim Kwaka, Mary McDonaldb, Stephen Uptonb. "Capturing experimental design insights in support of the model-based system engineering approach." *Conference on systems engineering research. Procedia Computer Science* 44 (2015): 315-324.
- 15. Talalaya A. M. "Quality control. Robust design. The Taguchi method." trans. from english / *Moskva: OOO « Seifie »* (2002): 384.
- 16. Simon Moritz Göhler, Stephan Husung, Thomas J. Howard. "The Translation between functional requirements and design parameters for robust design." *14th CIRP Conference on computer aided tolerancing (CAT). Procedia CIRP* 43 (2016): 106-111.

ISSN 2412-4338 Телекомунікаційні та інформаційні технології. 2018. №1(58)

- 17. Steven P. Haveman, G. Maarten Bonnema. "Requirements for high level models supporting design space exploration in model-based systems engineering." *Procedia Computer Science* 16 (2013): 293-302.
- 18. Lionberger R.A., Lee S.L., Lee L.M., Raw A, Lawrence X.Yu. "Quality by Design: Concepts for ANDAs." *AAPS J* 10(2) (2008): 268-276.

https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC2751376/ (2018.03.22).

- 19. "Good Manufacturing Practice (GMP) guidelines." *EudraLex* 4 https://ec.europa.eu/health/documents/eudralex/vol-4 en (2018.03.22).
- 20. "Guidance for Industry. Quality Systems Approach to Pharmaceutical CGMP Regulations." https://www.fda.gov/downloads/drugs/guidancecomplianceregulatoryinformation/guidances/ucm07 0337.pdf (2018.03.24).
- 21. "Good Manufacturing Practice (GMP) guidelines." *EudraLex* 4 https://ec.europa.eu/health/documents/eudralex/vol-4_en (2018.03.22).
- 22. "Multivariate Chebyshev interpolation." *Chebpol v1.3-1789*. https://www.rdocumentation.org/packages/chebpol (2018.03.23).
- 23. Robert I. Kabakov. "R in Action. Data analysis and graphics with R." *Moskva: DMK Press* (2014): 588.
 - 24. "Kernel density estimation." *R Documentation*.

https://www.rdocumentation.org/packages/stats/versions/3.4.3/topics/density (2018.03.23).

- 25. Hardle V. "Applied nonparametric regression." Moskva: Mir (1993): 349.
- 26. Loader Clive R. "Bandwidth selection: Classical or plug-in?" *The Annals of Statistics*. 27(2) (1999): 415-438.
- 27. Imai Massaki. "Gemba Kaizen: a commonsense, low-cost approach to management." *McGraw-Hill Publishing Company*. (1997): 423.

Автори статті

Курченко Олег Анастасійович — кандидат технічних наук, доцент, завідувач кафедри управління інформаційною та кібернетичною безпекою, Державний університет телекомунікацій, Київ, Україна. Тел.: +380 (96) 714 82 39. E-mail: kurol@ukr.net. ORCID 0000-0002-3507-2392.

Терещенко Антон Ігорович – аспірант, кафедра управління інформаційною та кібернетичною безпекою, Державний університет телекомунікацій, Київ, Україна. Тел.: +38(098) 817 09 42. E-mail: iter@ukr.net. ORCID: 0000-0002-4728-9652.

Authors of the article

Kurchenko Oleh Anastasiovych – candidate of sciences (technical), head of the department of management of information and cyber security, State University of Telecommunications, Kyiv, Ukraine. Tel. +380 (96) 714 82 39. E-mail: kurol@ukr.net. ORCID 0000-0002-3507-2392.

Tereshchenko Anton Ihorovych – post-graduate student, department of management of information and cyber security, State University of Telecommunications, Kyiv, Ukraine. Tel.: +38(098) 817 09 42. E-mail: iter@ukr.net. ORCID ID: 0000-0002-4728-9652.

Дата надходження Рецензент:

в редакцію: 19.01.2018 р. доктор технічних наук, професор

М. М. Степанов

Державний університет телекомунікацій, Київ