УДК 519.766.4 DOI: 10.31673/ 2412-4338.2018.032027

Кожухівська О. А., Вишнівський В. В., Кожухівський А. Д.
Державний університет телекомунікацій, Київ

РОЗРОБКА МЕТОДУ МОДЕЛЮВАННЯ І ПРОГНОЗУВАННЯ НЕЛІНІЙНИХ ГЕТЕРОСКЕДАСТИЧНИХ ПРОЦЕСІВ

Проведений аналіз методів оцінки параметрів нелінійних стохастичних моделей волатильності з використанням методу Монте-Карло для ланцюгів міток на основі алгоритмів Gibs та його модифікацій у вигляді процедури адаптивного сортування. Для згладжування лінії результатів і послідовності оцінювання параметрів, розрахованих за допомогою ітераційних алгоритмів, використовуються відповідні модифікації фільтра Калмана.

Ключові слова: *нелінійні гетероскедастичні процеси, метод Монте-Карло, алгоритм Гіббса, фільтр Калмана, моделювання, система прийняття рішень.*

Kozhukhivska O. A., Vyshnivskyi V. V., Kozhukhivskyi A. D.
State University of Telecommunications, Kyiv

THE DEVELOPMENT OF THE METHOD OF MODELLING AND FORECASTING OF NONLINEAR HETEROSCEDASTIC PROCESSE

The article is dedicated to the analysis of methods of estimation of the parameters of nonlinear stochastic models of volatility using Monte Carlo method for mark chains on the basis of Gibs algorithms and its modifications in the form of procedure of adaptive sortings out. In order to smooth the line of outcome data and the sequence of parameters estimation calculated with the help of iteration algorithms, the corresponding modifications of Kalman filter are used. The results of estimation of the parameters of stochastic model volatility on the basis of the fact data used, are presented. To conduct the computing experiments, the procedures of system OpenBUGS have been used and special programme providing on Java language has been developed. In economy, finance, some technic and technological systems, nonstationary processes with time-changed dispersion are wide spread, they are called heteroscedastic. Thus, heteroscedastic are the processes with time-changed dispersion, homocodic are the processes with static dispersion on a certain time period which are described in the process of modelling and forecasting.

Heteroscedastic processes are a part of a wide range of nonstationary processes that include such processes as processes with determinated and stochastic trends, processes with changed dispersion, processes which are characterized by time-changed mathematical expectation and changed dispersion simultaneously, processes with changed covariation. As far as the development of nonstationary processes is represented by time lines, in order to increase the quality of forecasting of random trends and volatility by developing new models and methods of their estimation, the main attention in this work is dedicated to the problems of modelling and forecasting of fact time lines in combination with the use of methology of hybrid adaptive immune algorithms and polynomial neural networks. Such models are successfully used in the decision making support systems to forecast the cost of actions and other stock actives, exchange rates, levels of inflation etc.

Keywords: *nonlinear heteroscedastic methods, Monte Carlo method, Gibbs algorithm, Kalman filter, modelling, decision making support systems.*

Кожуховская О. А., Вышнивский В. В., Кожуховский А. Д.
Государственный университет телекоммуникаций, Киев

РАЗРАБОТКА МЕТОДА МОДЕЛИРОВАНИЯ И ПРОГНОЗИРОВАНИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ ГЕТЕРОСКЕДАСТИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

Проведенный анализ методов оценки параметров нелинейных стохастических моделей волатильности с использованием метода Монте-Карло для цепей меток на основе алгоритмов Gibs и его модификаций в виде процедуры адаптивной сортировки.

Для сглаживания линии результатов и последовательности оценки параметров, рассчитанных с помощью итерационных алгоритмов, используются соответствующие модификации фильтра Калмана.

Ключевые слова: *нелинейные гетероскедастических процессы, метод Монте-Карло, метод Гиббса, фильтр Калмана, моделирования, система принятия решений.*

Вступ

Однією із важливих задач моделювання і прогнозування волатильності є коректне оцінювання параметрів моделі. Хоча моделі згаданих вище типів відносяться до нелінійних стосовно змінних, звичайний метод найменших квадратів застосовувати у даному випадку не завжди коректно, оскільки розподіли фінансових процесів ціноутворення здебільшого не відповідають нормальному розподілу, а залишки можуть бути корельованими. Тому для оцінювання моделей волатильності необхідно застосовувати метод максимальної правдоподібності із застосуванням розподілу відповідного типу або метод Монте-Карло для марковських ланцюгів (МКМЛ).

Модель стохастичної волатильності гетероскедастичного процесу

Для опису гетероскедастичного процесу можна скористатись моделлю стохастичної волатильності (МСВ) у вигляді [1, 2]:

$$y(k)\,|\,h(k) \sim N\left(0, \exp\left(h(k)\right)\right),$$
$$h(k) = \alpha + \beta\, h(k-1) + \eta(k), \qquad \eta(k) \sim NID\left(0, \sigma^2\right), \tag{1}$$

де $h(k)$ – логарифмічна волатильність, яку можна розрахувати за даними спостережень;

$\eta(k)$ – випадковий процес з однаково (нормально) розподіленими значеннями.

Іншим варіантом (1) є така модель:

$$\begin{aligned} &y(k) = e^{\frac{h(k)}{2}}\,\varepsilon(k), \quad \varepsilon(k) \sim N\left(0, 1\right), \quad k = 1, \ldots, N, \\ &h(k) = \alpha + \beta\, s(k), \quad t = 1, \ldots, N, \end{aligned} \tag{2}$$

де $s(k)$ – ланцюг Маркова, що приймає значення 0 або 1; $\varepsilon(k)$ і $s(k)$ – незалежні процеси.

Оскільки у виразі (2) $s(k)$ – процес першого порядку, то його поточне значення залежить тільки від попереднього, тобто $s(k-1)$:

$$P\left(s(k)=j\,|\,s(k-1)=i, s(k-2),\ldots\right) = P\left(s(k)=j\,|\,s(k-1)=i\right) = p_{ij},$$

де $i, j = 0, 1$.

Розширений варіант МСВ містить два незалежних процеси білого шуму $\varepsilon(k)$ та $\eta(k)$:

$$y(k) = e^{\frac{h(k)}{2}}\,\varepsilon(k), \quad \varepsilon(k) \sim N\left(0,1\right), \quad k = 1, \ldots, N,$$
$$h(k) = \mu + \varphi\, h(k-1+\eta(k), \quad \eta(k) \sim N\left(0, \sigma_\eta^2\right), \quad k = 1, \ldots, N, \tag{3}$$

де логарифмічна волатильність $h(k)$ описується авторегресією першого порядку при $\left|\beta\right| < 1$.

Тут збурення $\varepsilon(k)$ обумовлене випадковими впливами на основні змінні, а $\eta(k)$ описує зміни динаміки умовної дисперсії $h(k)$. У цій моделі (3) параметр β характеризує стаціонарність волатильності $h(k)$.

Зручним у користуванні є лінійний варіант моделі стохастичної волатильності, який отримано в результаті піднесення обох частин рівняння до квадрату та логарифмування:

$$\begin{cases} \log\left(y^2(k)\right) = h(k) + \log\left(\varepsilon^2(k)\right) \\ h(k) = \alpha + \beta\, h(k-1) + \eta(k) \end{cases}. \tag{4}$$

Таким чином, процес $h(k)$ доповнено випадковим процесом $\log\left(\varepsilon^2(k)\right)$, тобто $\log\left(y^2(k)\right) \sim ARMA(1,1)$ (Autoregressive Moving Average Model (1,1)). Для випадку гаусівського процесу $\{\varepsilon(k)\}$ середнє для $\log\left(\varepsilon^2 k)\right)$ складає мінус 1,27, а дисперсія $4,93$ [2]. Такий розподіл асиметричний і має довгий лівий хвіст, зумовлений логарифмуванням малих значень. Автокореляційна функція процесу $\log\left(y^2(k)\right)$ визначається за виразом [2]:

$$\rho_{\log\left(y^2(k)\right)}(r) = \frac{\beta^r}{1 + \frac{4,93}{\sigma_h^2}}.$$

Розширена модель стохастичної волатильності

Для підвищення якості результатів прогнозування пропонується розширена модель стохастичної волатильності. Модель складається з таких компонентів:

$$y(k) = e^{\frac{h(k)}{2}}\varepsilon(k) + \eta(k), \quad k \ge 1,$$

$$h(k) = \mu + \varphi\left(h(k) - \mu\right) + \psi\left(h(k-1) - \mu\right) + \sigma_\upsilon \upsilon(k), \quad k \ge 1, \quad h(k) \sim N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{1-\varphi^2}\right),$$

де μ, ϕ, ψ, σ_υ^2 – параметри моделі, що оцінюються за статистичними даними;

$y(k)$ – значення основної змінної у момент k $\left(k = 1, \ldots, n\right)$;

$h(k)$ – логарифмована волатильність;

$\varepsilon(k)$, $\upsilon(k)$ – незалежні гаусівські послідовності з одиничним середнім та дисперсією σ_υ^2.

Параметри ψ і ϕ характеризують міру стійкості модельованого процесу $h(k)$.

Для оцінювання параметрів наведеної вище розширеної та спрощених моделей використано алгоритм Гіббса, який складається з таких кроків [3, 4]:

1 – задання початкових умов: h_0 і μ, ϕ, ψ, σ_η^2;

2 – генерування $h(k)$ за умови $h(k) \mid h(k-1), y, \mu, \varphi, \sigma_\upsilon^2$, $k = 1, \ldots, N$;

3 – генерування $\eta(k)$ з використанням $y(k)$, $h(k)$, $\varepsilon(k)$;

4 – оцінювання дисперсії $\sigma_\eta^2 \mid y(k), h(k), \varphi, \mu$;

5 – оцінювання параметра $\phi \mid h(k), \mu, \sigma_\eta^2$;

6 – оцінювання параметра $\psi \mid h(k), \mu, \sigma_\eta^2$;

7 – моделювання параметра $\mu \mid h(k), \varphi, \psi, \sigma_v^2$;

8 – перехід до 2-го кроку.

Структура алгоритму оцінювання залишається однаковою для простіших та ускладнених моделей, але різні параметри.

Розглянемо спочатку варіант моделі (4) у лінеаризованій формі:

$$\log y^2(k) = h(k) + \log \varepsilon^2(k).$$

З метою зручності подальших розрахунків введемо зміну y_t^*, що дорівнює:

$$y^*(k) = \log\left(y^2(k) + c\right) - M\left(\log\left(\varepsilon^2(k)\right)\right),$$

де $M\left(\log\left(\varepsilon^2(k)\right)\right) = -1,2704$ (тут M – масштабний коефіцієнт) та $c = 0,00045$ (для більшості вибраних процесів ціноутворення на біржі), тобто:

$$y^*(k) = 1,2704 + \log\left(y^2(k) + 0,00045\right).$$

У процесі програмної реалізації $h(k)$, $m(k)$, $\upsilon^2(k)$ – це значення, які необхідно задати (ініціалізувати) перед початком моделювання.

На першому кроці алгоритму оцінювання параметрів задаються їх початкові значення (умови). Для одного із варіантів моделювання вибрано такі умови:

$$\mu=\log(0{,}55),\ \phi = 0{,}09\ ,\ \psi = 0{,}03\ ,\ \sigma^2=0{,}25\times 0{,}25=0{,}0625.$$

Для згладжування значень волатильності модель перетворено до форми простору станів і використано оптимальний фільтр Калмана. Отримана узагальнена модель має вигляд [5, 6]:

$$\begin{cases} y(k)=c(k)+Z(k)\ h(k)+G(k)u(k), \\ h\ (k+1)=d(k)+T(k)\ h(k)+H(k)\ u(k),\quad u(k)\sim N\left(0,I\right), \\ h_1\,|\,Y_0\sim N(a_{1|0},P_{1|0}). \end{cases}$$

Перепишемо цю модель у матричному вигляді:

$$\begin{pmatrix} h(k+1) \\ y(k) \end{pmatrix} = \delta(k)+\Phi(k)\ h(k)+u(k),$$

$$h_1\sim N\left(a,P\right),\ u(k)\sim iid\ N\left(0,\Omega(k)\right),$$

де $\delta(k)=\begin{pmatrix} d(k) \\ c(k) \end{pmatrix}$, $\Phi(k)=\begin{pmatrix} T(k) \\ Z(k) \end{pmatrix}$; $u(k)=\begin{pmatrix} H(k)\eta(k) \\ G(k)\ \varepsilon(k) \end{pmatrix}$; $\Omega(k)=\begin{pmatrix} H(k)H^T(k) & 0 \\ 0 & G(k)G^T(k) \end{pmatrix}$.

Початкові умови запишемо так: $\Sigma=\left(P\quad a^T\right)^T$.

Для спрощеної МСВ простір станів має такий вигляд:

$$y^*(k)=1{,}27+\log(\,y^2(k)+0{,}00045\,),\ c(k)=0,\ \ G(k)=\left(\sigma_v\ 0\right),$$

$$Z(k)=1;\ d(k)=\mu\,(1-\varphi),\ T(k)=\varphi,\ H(k)=\left(0\ \sigma_\eta\right)$$

з початковими умовами^ $a_{1|0}=\mu;\quad P_{1|0}=\dfrac{\sigma_\eta^2}{1-\phi^2}$.

Представлення складових моделі у матричній формі:

$$\Phi(k)=\begin{pmatrix} \varphi(k) \\ 1 \end{pmatrix},\quad \Omega(k)=\begin{pmatrix} \sigma_\eta^2 & 0 \\ 0 & \sigma_v^2 \end{pmatrix},\quad \delta(k)=\begin{pmatrix} \mu(k)\left(1-\varphi(k)\right) \\ 0 \end{pmatrix},\quad \Sigma=\begin{pmatrix} \dfrac{\sigma_\eta^2}{1-\varphi(k)} \\ \mu(k) \end{pmatrix}.$$

Далі виконується процедура оптимального оцінювання (згладжування) волатильності за оптимальним фільтром з використанням вибірки даних y_t^* потужністю n значень.

Узагальнений алгоритм оптимального оцінювання визначається сформованою на основі відомої процедури лінійної фільтрації системою рівнянь:

$$h(k+1|k)=d(k)+T(k)\ h(k|k-1)+K(k)\,\upsilon(k),$$

$$P(k+1\,|\,k)=T(k)\ P(k\,|\,k-1)\,L^T(k)+\Sigma_\eta(k),$$

$$\upsilon(k)=y(k)-Z(k)\,h(k|k-1)-c(k),$$

$$F(k)=Z(k)\ P(k\,|\,k-1)\ Z^T(k)+\Sigma(k),$$

$$K(k)=\frac{T(k)\ P(k\,|\,k-1)\,Z^T(k)}{F(k)},$$

$$L(k)=T(k)-K(k)\,Z(k),$$

де $\Sigma(k)=\upsilon^2(k)$, $\Sigma_\eta(k)=\sigma_\eta^2$.

Таким чином, процедура оптимального згладжування для моделі стохастичної волатильності має вигляд:

$$h(k+1)=\mu\left(1-\varphi\right)+\varphi h(k)+K(k)\,\upsilon(k),$$

$$P(k+1\,|\,k)=\varphi\;P(k)\left(\varphi-K(k)\right)+\Sigma_{\eta}(k),$$

$$\upsilon(k)=y(k)-h(k),$$

$$F(k)=P(k)+\Sigma(k),$$

$$K(k)=\frac{\varphi\;P(k)}{F(k)},$$

$$L(k)=\varphi-K(k).$$

На останньому кроці алгоритму визначається величина s за умови $s\,|\,y^*,h$. Розв'язання цієї задачі складається з таких етапів: визначення величини ω, для якої параметр $\Pr\left(\omega=i\right)$ є істинним; обчислення середнього $m(k)$ та дисперсії $\upsilon(k)$.

Повернемось до першого етапу. Вхідні дані – це значення дохідностей $y^*(k)$, оцінка волатильності на поточному кроці алгоритму, значення $\Pr\left(\omega=i\right)$, середнього $m(k)$, дисперсії $\upsilon^2(k)$, середньоквадратичного відхилення υ_i та індекси ω_i з минулої ітерації. Нехай $K-$ розмірність вектора ω, тобто $K=7$, а $n-$ розмірність вибірки $y^*(k)$.

Нижче наведено алгоритм знаходження множини індексів; для кожного $i=1,\ldots,K$:

$$P_i=\log\left(\frac{\Pr\left(\,\omega=i\,\right)}{\upsilon_i}\right),\;\;S_i=-\frac{1}{2\sigma_i^2}.$$

Для значень $k=1,\ldots,n$ необхідно, щоб виконувались такі рівності:

$$O=y^*(k)-h(k),$$

а також циклічно розраховувались для $i=1,\ldots,K$ такі величини:

$$C=O-\mu_i,\quad D=S_i\,C^2+P_i\,,$$

$$V_i=e^D,\;\;Sum_i=Sum_{i-1}+V_i$$

з початковим значенням для суми $Sum_0=V_0$.

Також введемо змінні A_{upp} та A_{low} і нехай $A_{low}=0$. Індекс $i=1,\ldots,K$ ставиться у відповідність елементам вибірки, для яких виконуються такі умови:

$$A_{upp}=\frac{Sum_i}{Sum_{K-1}},\;u>A_{low},\;\;u<A_{upp},$$

де u – випадкова величина в інтервалі $\left(0,1\right)$.

Викладене вище представляє собою модифікований алгоритм Гіббса для оцінювання параметрів моделі стохастичної волатильності.

Аналіз результатів оцінювання параметрів

Процедури моделювання, наведені вище, призначені для формування векторів оцінок параметрів. Процедура може повторюватись кілька тисяч ітерацій. Перші згенеровані оцінки параметрів, що відносяться до перехідного процесу процедури оцінювання, відкидаються.

Кожний параметр представляється вектором розмірності $n_{iteration}$. Отримані оцінки параметрів необхідно оцінити за відповідними статистиками. Для розв'язання цієї задачі можна скористатись інструментарієм методу Монте-Карло для марковських ланцюгів. Статистики для аналізу якості оцінок включають такі елементи [7-9]:

– вибіркове середнє;

– стандартна похибка методу MCSE (Monte Carlo Standard Error), що обчислюється за допомогою ядра Парзена;

– IACT (Integrated AutoCorrelation Time) – загальний (інтегрований) час наявності автокореляції оцінок;

– збіжність алгоритму оцінювання за обраним показником.

Такі статистики розраховуються для послідовності оцінок кожного параметра, представленого відповідним вектором $\mathbf{b}$. Розглянемо процедуру аналізу якості оцінок на прикладі одного параметра. Вибіркове середнє для згенерованих оцінок:

$$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} b_i \,,$$

де b_i значення параметра у векторі $b=\left(b_1,\ldots,b_n\right)$ на поточній ітерації;

n – кількість ітерацій алгоритму оцінювання.

Для того, щоб оцінити похибку середнього, використано вираз [3, 10]:

$$\widehat{R}_{B_M} = \frac{1}{M}\left[G_0 + 2\frac{B_M}{B_M - 1}\sum_{i=1}^{B_M} K\left(\frac{i}{B_M}\right)G_i\right],$$

де G_i – значення автокореляції згенерованого вектора;

M – розмірність вектора $\mathbf{b}$;

B_M – відповідна оцінка смуги пропускання (вибирається у процесі моделювання);

$K\left(\frac{i}{B_M}\right)$ – ядро Парзена, що визначається за виразом:

$$K(z) = \begin{cases} 1-6z^2+6z^3, & z\in\left[0,\frac{1}{2}\right], \\ 2(1-z^3), & z\in\left[\frac{1}{2},1\right], \\ 0, & z\notin\left[0,1\right] \end{cases}$$

де $\overline{b}$ – середнє вектора $\mathbf{b}$.

Якщо покласти $l=0$, то G_l дорівнює дисперсії:

$$G_0 = \frac{1}{n-1}\sum_{k=1}^{n}\left(b_k - \overline{b}\right)^2 .$$

Якщо вибрати B_M рівним одиниці, то $\widehat{R}_{B_M} = \frac{G_0}{M}$.

Якщо ж B_M не одинична, то $\widehat{R}_{B_M} = \frac{1}{M}\left(G_0 + 2\frac{B_M}{B_M - 1}\sum_{i=1}^{L_M} K\left(\frac{i}{B_M}\right)G_i\right)$.

Оцінку похибки середнього на практиці приймають рівною $\sqrt{\widehat{R}_{B_M}}$.

Статистика IACT визначається за виразом: $IACT = n\dfrac{\widehat{R}_{B_M}}{\mathrm{var}(b)}$.

Остання характеристика має назву діагностики збіжності, вона запропонована у роботі [3]. Суть використаних для аналізу факторів полягає у тому, що щільність апостеріорного розподілу має свою дисперсію, якою можна скористатись для оцінювання збіжності. Фактором ефективності є апостеріорна дисперсія оцінки, поділена на дисперсію вибіркового середнього, взятого із алгоритму МКМЛ, що визначається за згенерованим ланцюгом.

Збіжність методу МКМЛ можна оцінити шляхом порівняння початкових та кінцевих значень вектора оцінок:

$$\bar{\theta}_A = \frac{1}{n_A}\sum_{i=1}^{n_A}\theta^{(i)},$$

$$\bar{\theta}_B = \frac{1}{n_B}\sum_{i=n_{iteration}+1-n_B}^{n_{iteration}+n_{start}}\theta^{(i)},$$

де $\theta^{(i)}$ – i-а оцінка параметра.

На основі цих значень запропоновано таку характеристику збіжності:

$$CD = \frac{\bar{\theta}_A - \bar{\theta}_B}{\sqrt{\dfrac{\widehat{\sigma}_A^2}{n_A} + \dfrac{\widehat{\sigma}_B^2}{n_B}}},$$

де $\sqrt{\dfrac{\widehat{\sigma}_A^2}{n_A}}$ і $\sqrt{\dfrac{\widehat{\sigma}_B^2}{n_B}}$ – стандартні похибки для $\bar{\theta}_A$ і $\bar{\theta}_B$.

Якщо значення $\theta^{(i)}$ – це стаціонарна послідовність, то її розподіл збігається до нормального. Значення n_A та n_B вибираються рівними, відповідно, 0,01M та 0,05M. Дисперсії $\widehat{\sigma}_A^2$ і $\widehat{\sigma}_B^2$ розраховуються за алгоритмом Парзена; ширина пропускання вибирається рівною 0,01M та 0,05M, відповідно.

Висновок

Дисперсію та стандартне відхилення часто використовують як міру ризику при дослідженні фінансово-економічних процесів, а тому цій проблемі приділяється значна увага в спеціальній літературі. При дослідженні фінансових процесів дисперсію та стандартне відхилення використовують як міру волатильності (мінливості) процесу.

В технічних процесах дисперсія – міра розсіювання вимірів. Вона може характеризувати поточний стан механізмів, технологічних процесів, інтенсивність випадкових збурень, що впливають на технічні системи; інтенсивність похибок (шумів) вимірів і т. ін., тому це надзвичайно важливий статистичний параметр з точки зору дослідження поточного та прогнозування майбутнього стану системи.

Список використаної літератури (ДСТУ)

1. Taylor S. J. Modelling stochastic volatility: a review and comparative study / S. J. Taylor // Mathematical Finance. – 1994. – Vol. 4. – P. 183-204.

2. Taylor S.J. Modelling Financial Time Series / S. J. Taylor. – Chichester: John Wiley and Sons, Inc., 1986. – 268 p.

3. Gilks W. R. Strategies for improving MCMC / W. R. Gilks, G. O. Roberts // In Gilks W. R., Richardson S., Spiegelhalter D. J. (eds), Markov Chain Monte Carlo in Practice. London: Chapman& Hall. – 1996. – P. 89-114.

4. Metropolis N. The Monte Carlo Method / N. Metropolis, S. Ulam // Journal of American statistical association. – 1949. – No. 247. – P. 335-341.

5. Бідюк П. І. Прогнозування волатильності фінансових процесів за альтернативними моделями / П. І. Бідюк, О. М. Трофимчук, О. А. Кожухівська // Наукові вісті Національного технічного університету України “КПІ”. – 2012. – Вип. № 6 (86). – С. 36-44.

6. Браммер К. Фильтр Калмана-Бьюси / К. Браммер , Г. Зиффлинг. – Москва: Наука, 1982. – 200 с.

7. Бідюк П. І. Методи прогнозування / П. І. Бідюк, О. С. Меняйленко, О. В. Половцев. – Луганськ: «Альма Матер», 2008 (у 2-х томах). – 605 с.

8. Bates D. M. Nonlinear regression analysis / D. M. Bates, D. G. Watts. – New York,1988. – 370 p.

9. Tsay R. S. Analysis of financial time series / R. S. Tsay. – Chicago: Wiley & Sons, Ltd. – 2010. – 715 p.

10. Gilks W. R. Adaptive rejection sampling for Gibbs sampling / W. R. Gilks and P. Wild // Applied Statistics. – London: Routledge, 1992. – No. 2. – P. 337-348.

References (MLA)

1. Taylor S. J. "Modelling Stochastic Volatility: a Review and Comparative Study." *Mathematical Financ*e 4 (1994) 183-204. Print.

2.Taylor S. J. *Modelling Financial Time Series.* Chichester: John Wiley and Sons, Inc., 1986. Print.

3. Gilks W. R., and Roberts G. O. "Strategies for Improving MCMC." In Gilks W. R., Richardson S., Spiegelhalter D. J. (eds). *Markov Chain Monte Carlo in Practice*. London: Chapman& Hall, 1996. 89-114. Print.

4. Metropolis N., and Ulam S. "The Monte Carlo Method." *Journal of American Statistical Association* 247 (1949): 335-341. Print.

5. Bidiuk P. I., Trofymchuk O. M., and Kozhukhivska O. A. "Forecasting the Volatility of Financial Processes by Alternative Models." *Naukovi Visti Natsional'noho Tekhnichnoho Universytetu Ukrayiny "KPI"* 6(86) (2012): 36-44. Print

6. Brammer K., and Ziefling G. *Filtr Kalman-Busi*. Moscow: Nauka, 1982. Print

7. Bidyuk P. I., Menyailenko O. S., and Polovtsev O. V. *Methods of Forecasting*. Luhansk: Alma Mater, 2008 (in 2 volumes). Print

8. Bates D. M., and Watts D. G. *Nonlinear Regression Analysis.* New York, 1988. Print.

9. Tsay R. S. *Analysis of Financial Time Series*. Chicago: Wiley & Sons, Ltd, 2010. Print.

10. Gilks W. R., and Wild P. "Adaptive Rejection Sampling for Gibbs Sampling." *Applied Statistics*. 2 (1992): 337-348. Print.

Автори статті (Authors of the article)

Толубко Володимир Борисович – д.т.н., проф., ректор Державного університету телекомунікацій (Tolubko Volodymyr Borysovych – Dr.Sci. in Technics, professor, rector of the State University of Telecommunications). Phone: +380 44 248 85 97. E-mail: v.tolubko@dut.edu.ua.

Кожухівська Ольга Андріївна – к.т.н., ст. викладач кафедри комп’ютерних наук (Kozhukhivska Olha Andriivna **–** PhD in Technics, senior lecturer of the Department of Computer Sciences). Phone: +380 67 292 2198. E-mail: rsg.o.i.v@gmail.com.

Вишнівський Віктор Вікторович – д.т.н., проф., зав. каф. комп’ютерних наук (Vyshnivskyi Victor Victorovych – Dr.Sci. in Technics, professor, head of the Department of the Computer Sciences. Phone: +380 67 300 16 74. E-mail: vish_vv@ukr.net.

Кожухівський Андрій Дмитрович – д.т.н., проф. кафедри інформаційної та кібернетичної безпеки (Kozhukhivskyi Andrii Dmytrovych – Dr.Sci. in Technics, professor of the Department of Information and Cyber Security. Phone: +380 96 534 4949. E-mail: andrej.kozhuh@ukr.net.