

Заїка В.Ф., Ярцев В. П., Дмитренко В.В. Фокін В.І., Котомчак О.Ю.

*Державний університет телекомунікацій, Київ*

## МОДЕЛЮВАННЯ ЦИФРОВОГО КОРЕКТОРУ МІЖСИМВОЛЬНИХ СПОТВОРЕНЬ СИГНАЛІВ У КАНАЛІ ПЕРЕДАЧІ ІНФОРМАЦІЇ

**Анотація:** Запропоновано методу моделювання цифрового коректора міжсимвольних спотворень сигналів в каналі передачі інформації, визначення оптимальних значень вагових коефіцієнтів коректора при проходженні послідовності випадкових двійкових сигналів, перевірку ефективності роботи шляхом визначення числа помилок демодуляції при спотворенні сигналу шумами. Показано модель адаптації демодулятора, яка зводиться до обчислення зваженої суми 4 відліків вхідного сигналу і порівняння отриманої суми з порогом. Визначено основні операції по адаптації вагових коефіцієнтів коректора сигналів, перекручених міжсимвольної інтерференцією при різних видах передавальної функції каналу передачі дискретних сигналів. Запропоновано алгоритм програми для обчислення числа помилок демодуляції при спотворенні сигналу шумами міжсимвольної інтерференції. Обчислення критерію оптимізації коректора виконано методом покоординатного спуску з можливістю візуалізації ітераційної процедури обчислення критерію оптимізації коректора при обраних значеннях коефіцієнтів корекції і точності обчислень. Формування вхідного і вихідного сигналу здійснюється за допомогою вбудованої функції зворотного швидкого перетворення Фур'є математичного пакета MathCAD. Математична модель цифрового коректора, що представляє собою, різновид КЛХ-фільтра, дозволяє досліджувати ефективність компенсації між символного спотворення і стаціонарні лінійні спотворення інформаційних сигналів, які надаються в дискретних каналах передачі інформаційного повідомлення. Вихідними даними до розрахунку цифрового коректора є відліки імпульсної характеристики, взяті на часових інтервалах відповідно умовам теореми Котельникова. Для вирішення системи лінійних алгебраїчних рівнянь при знаходженні коефіцієнтів цифрового коректора використовуються векторно - матричний спосіб обчислення і оператори програмування системи MathCAD.

**Ключові слова:** цифрова обробка сигналу, цифровий коректор, міжсимвольна інтерференція сигналів, адаптація демодулятора, передавальна функція каналу передачі інформації, математичне моделювання, математичний пакет MathCAD.

Zaika V.F., Yartsev V. P., Dmytrenko V. V., Fokin V.I., Kotomchak O.Yu.

*State University of Telecommunications, Kiev*

## Simulation of digital corrector of intersymbol signal distortions in the information transmission channel

*A method of modeling a digital corrector of intersymbol distortions of signals in the information transmission channel, determining the optimal values of the weighting correctors when passing a sequence of random binary signals, checking the efficiency by determining the number of demodulation errors in signal distortion by noise. The demodulator adaptation model is shown, which is reduced to the calculation of the weighted sum of 4 samples of the input signal and the comparison of the obtained sum with the threshold. The basic operations on adaptation of weight coefficients of the corrector of the signals distorted by intersymbol interference at various types of transfer function of the channel of transfer of discrete signals are defined. The algorithm of the program for calculation of number of errors of demodulation at signal distortion by noises of intersymbol interference is offered. The calculation of the corrector optimization criterion is performed by the method of coordinate descent with the possibility of visualizing the iterative procedure of calculating the corrector optimization criterion at the selected values of the correction coefficients and calculation accuracy. The formation of the input and output signal is carried out*

using the built-in inverse fast Fourier transform function of the mathematical package MathCAD. The mathematical model of the digital corrector, which is a kind of FIR filter, allows us to investigate the effectiveness of compensation between character distortion and stationary linear distortion of information signals provided in discrete channels of information message transmission. The initial data for the calculation of the digital corrector are the readings of the pulse response, taken at time intervals in accordance with the conditions of Kotelnikov's theorem. To solve the system of linear algebraic equations when finding the coefficients of the digital corrector, the vector - matrix method of calculation and programming operators of the MathCAD system are used.

**Заика В.Ф., Ярцев В. П., Дмитренко В.В., Фокин В.И., Котомчак А.Ю.**

*Государственный университет телекоммуникаций, Киев*

## **МОДЕЛИРОВАНИЕ ЦИФРОВОГО КОРРЕКТОРА МЕЖСИМВОЛЬНЫХ ИСКАЖЕНИЙ СИГНАЛОВ В КАНАЛЕ ПЕРЕДАЧИ ИНФОРМАЦИИ**

**Аннотация:** Предложена методика моделирования цифрового корректора межсимвольных искажений сигналов в канале передачи информации, определения оптимальных значений весовых коэффициентов корректора при прохождении последовательности случайных двоичных сигналов, проверку эффективности работы путем определения числа ошибок демодуляции при искажении сигнала шумами. Показано модель адаптации демодулятора, которая сводится к вычислению взвешенной суммы 4 отсчетов входного сигнала и сравнение полученной суммы с порогом. Определены основные операции по адаптации весовых коэффициентов корректора сигналов, искаженных междусимвольной интерференцией при различных видах передаточной функции канала передачи дискретных сигналов. Предложен алгоритм программы для вычисления числа ошибок демодуляции при искажении сигнала шумами междусимвольной интерференции. Вычисления критерия оптимизации корректора выполнен методом покоординатного спуска с возможностью визуализации итерационной процедуры вычисления критерия оптимизации корректора при выбранных значениях коэффициентов коррекции и точности вычислений. Формирования входного и выходного сигнала осуществляется с помощью встроенной функции обратного быстрого преобразования Фурье математического пакета MathCAD. Математическая модель цифрового корректора, представляющий собой разновидность КИХ-фильтра, позволяет исследовать эффективность компенсации между символьного искажения и стационарные линейные искажения информационных сигналов, которые предоставляются в дискретных каналах передачи информационного сообщения. Исходными данными для расчета цифрового корректора являются отсчеты импульсной характеристики, взятые на временных интервалах соответственно условиям теоремы Котельникова. Для решения системы линейных алгебраических уравнений при нахождении коэффициентов цифрового корректора используются векторно - матричный способ исчисления и операторы программирования системы MathCAD.

**Ключевые слова:** цифровая обработка сигнала, цифровой корректор, междусимвольная интерференция сигналов, адаптация демодулятора, передаточная функция канала передачи информации, математическое моделирование, математический пакет MathCAD.

### **1. Вступ**

Збільшення пропускної здатності каналів передачі інформації потребує подальшого вдосконалення елементів її структури. Боротьба з впливом міжсимвольної інтерференції сигналів (МІС) залишається однією з актуальних проблем, тому що збільшення швидкості передавання спричиняє спотворення сигналу, який відповідає наступним символам, внаслідок впливу сигналу, який відповідає попереднім символам, що ускладнює прийняття правильного рішення відносно кожного символу якій був передано. Теорія і методика структурного синтезу поліномних частотних коректорів лінійних перекручувань каналів зв'язку є найбільш повно розробленою і такою, що знайшла відображення в літературних джерелах [1,3,4]. Теорія і методика застосовується для виправлення частотних перекручувань у лінійних ланцюгах. При каскадному підключенні частотного коректора з

комплексною частотною характеристикою (КЧХ)  $G(i\omega)$  до лінії зв'язку з КЧХ  $W(i\omega)$  прагнуть домогтися того, щоб результуюча КЧХ "канал + коректор"  $R(i\omega)=W(i\omega) G(i\omega)$  була якомога ближчою до необхідного КЧХ  $F(i\omega)$ .

Традиційні засоби боротьби з МІС полягають у використанні різноманітних цифрових коректорів (ЦК). ЦК лінійних спотворень, які безпосередньо оперують з сигналом, як функцією часу, компенсують недосконалість амплітудо-частотної характеристик каналу передачі сигналу [2,3]. Тип ЦК та його коригуючі коефіцієнти залежать від стану передавальної функції каналу та інтенсивності завад що впливають на сигнал. Оцінку якості роботи коректору у заданих умовах передавання сигналу можна визначати шляхом комп'ютерного моделювання.

**Метою дослідження** є розробка математичної моделі та методиці комп'ютерного моделювання елементів каналу передавання інформації, ЦК для аналізу тестових послідовностей дискретних сигналів з урахуванням міжсимвольних спотворень та дії випадкових шумів, пошук оптимальних значень коефіцієнтів корекції та оцінка ефективності дії ЦК.

**Завдання:** розробити математичну модель та запропонувати методику виконання обчислення передавальної функції каналу та ЦК, визначати вимоги щодо часових параметрів форми та спектру сигналу, створення програми для проведення моделювання формування вхідної тестової послідовності інформаційних сигналів та шумів, параметри яких мають випадковий характер змін, формування часових параметрів форми вихідних відкликів, визначення методів адаптації ЦК дискретних сигналів, що передаються. Використовуваними методами є: математичні методи розв'язання задач математичної статистики та статистичній теорії сумішей [2], методи ймовірнісного обчислення, комп'ютерне моделювання у пакете математичної обробки MathCAD [5]. Принципи побудови коректорів не ураховують стохастичний характер сигналу [1,2], який виявляється у вигляді залежності спотворень сигналу від випадкового характеру послідовності переданих сигналів. Нейтралізація МІС за допомогою коректорів стає неспроможною, коли інтерференція створюється штучно з використання сигналів з частковим відгуком.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Для вирішення проблем МІС запропоновано принципово інший підхід, оснований на статистичній теорії сумішей яка була розроблена Тейчером та знайшла плідне використання при вирішенні задач розпізнавання образів в умовах значної апріорної невизначеності [3]. Методи статистичного поділу сигналів, на відміну від детермінованих, ґрунтуються переважно на інформації про характеристики джерел сигналів [4]. У [2,9] наочно підтверджено доцільність використання ЦК для вирішення проблем МІС. Шляхи підвищення швидкості передачі сигналів, причини та методи боротьби з міжканальними та міжсимвольними спотвореннями, зумовленими перевідбиттям сигналу і обмеженою величиною розв'язки між каналами розглянуто у [6, 7]. Вибір, обґрунтування структури та моделювання фільтру, що використовується у системах автоматичного контролю за рівнем завад при контролі опору ізоляції кабельних ліній, розглянуто у роботі [8]. Питання підвищення лінійності передаючого тракту методом цифровій корекції розглянуто у роботах [10,11]. Отримана математична та комп'ютерна модель надає можливість виконання для поглибленого дослідження шляхів впровадження понять та методів цифрової обробки сигналів для вирішення задач, пов'язаних з МІС.

## 2. Моделювання елементів дискретної системи передачі інформації

У випадку, коли передавання здійснюється прямокутними імпульсами, необхідно враховувати, що його частотна характеристика є нескінченною. Фільтр нижніх частот (ФНЧ) на передавальному кінці системи залишає головний пелюсток амплітудно-частотної характеристики (АЧХ), забираючи всі бічні. Тому на виході ФНЧ форма прямокутного імпульсу змінюється, він розширюється і у сусідні відлікові моменти часу вже не дорівнює нулю. Це явище називається міжсимвольною інтерференцією сигналу (МІС). При проходженні через лінію зв'язку з нерівномірною АЧХ і нелінійною фазо-частотною

характеристикою (ФЧХ) форма імпульсів додатково спотворюється і міжсимвольна інтерференція збільшується. Задача цифрового коректора на основі КІХ-фільтру, позбутися від цього явища.

Система передачі інформації, для якої створено математичну модель та виконано комп'ютерно імітаційне моделювання, включає в себе на передавальному пункті: формувач імпульсів (ФМ) що перетворює вхідну дискретну послідовність у безперервний дискретний сигнал, фільтр нижніх частот (ФНЧ), смуга пропускання якого дорівнює ширині головної пелюстки імпульсу, лінії зв'язку з передавальною функцією  $W(s)$ , неідеальна форма якої викликає спотворення сигналу і появу міжсимвольних інтерференції сигналу. На приймальному пункті розташовуються аналогово -цифровий перетворювач (АЦП) з періодом дискретизації по часу  $T_i$ , цифровий коректор (ЦК), за допомогою якого частково нейтралізуються міжсимвольні спотворення, цифровий демодулятор (ЦД), який формує цифрову послідовність вихідного сигналу (рис.1).



Рис. 1. Модель дискретної системи передачі, що досліджується

Для оптимізації коефіцієнтів ЦК формується випробувальний вхідний сигнал у вигляді "1" який оточений нулями "010" - – аналог дискретного  $\delta(k)$ -імпульсу. Для кожного символу "1" формується прямокутний імпульс з амплітудою рівною 1 і тривалістю  $T_i$ . Для визначення сигналу "0" задається пауза тривалістю  $T_i$ . У цьому випадку сигнал на виході каналу передачі являє собою імпульсну характеристику, звіти якої в дискретні моменти часу служать вихідними даними для розрахунку коефіцієнтів ЦК. Аналіз ефективності роботи ЦК проводиться шляхом формування на вході системи випадкової послідовності "1" і "0" і зіставлення з нею послідовності отриманої на виході демодулятора.

У поліномних частотних коректорах базисні функції, на які збільшуються коефіцієнти підсилення групового часу частотного запізнювання, вибираються ортонормованими, що відповідають умові:

$$\int_{-\Omega}^{\Omega} \varphi_k(i\omega) * \varphi_\ell(i\omega) d\omega = \begin{cases} 1, k = \ell \\ 0, k \neq \ell \end{cases}, \text{ де } \varphi_k(i \cdot \omega) = e^{-i \cdot \omega \cdot k \cdot T}$$

Частотні коректори, що використовують ортонормовані базисні функції, є гармонійними, періодичними з періодом  $2\Omega$ , де  $\Omega = 2\pi f_{\max}$  – частота дискретизації Котельнікова, що для сигналу  $s(t)$  відповідає подвоєній верхній частоті його спектру  $S(\omega)$ . Інтервал дискретизації  $T$  дорівнює:

$$T = \frac{1}{2 \cdot f_{\max}} = \frac{\pi}{\Omega}$$

При виборі коректора потрібно всіляко зменшити середньоквадратичний критерій помилки  $D$ , який згідно з теоремою Релея-Парсеваля, описується виразом [6]:

$$D^2 = \frac{1}{2\pi} * \int_{-\Omega}^{\Omega} \left| F(\omega) - \sum_{k=0}^n C_k * \Phi_k(i\omega) \right|^2 d\omega = \int_{-\infty}^{\infty} \left| f(t) - \sum_{k=0}^n C_k * \varphi_k(t) \right|^2 dt$$

де  $C_k$  – коефіцієнти підсилення гармонійного коректора,  $k=0,1,\dots,n$ ...

Якщо максимальна частота в спектрі функцій  $f(t)$  і  $\varphi_k(t)$ ,  $k=0,1,2,\dots,n$ , не перевищує  $\Omega$ , середньоквадратична помилка  $D^2$  визначається по відліках цих функцій, узятих з частотою, що вдвічі перевищує частоту  $\Omega/2\pi$ :

$$G(i\omega) = \sqrt{\frac{T}{2\pi}} * \sum_{k=0}^n C_k e^{-jk\omega T}, -\Omega \leq \omega \leq \Omega.$$

Вона збігається з передатною функцією дискретного фільтра з кінцевою імпульсною характеристикою (КИХ-фільтра) і його параметри в часовій області можуть бути знайдені аналогічно параметрам дискретних фільтрів цього класу.

Моделювання ЦК виконується в пакеті математичного моделювання MathCAD. Вхідний сигнал коректора буде складатися з відліки імпульсній характеристиці системи “ФНЧ+канал зв’язку”  $q(t)$  у дискретні моменти. Як коректора, використовуємо структуру КИХ-фільтр порядку  $n=3$ , якій можна змінювати при дослідженні. Для створення сигналу, використовуємо вбудовану функцію MathCAD- швидке перетворення Фурье (fft) та обчислюємо форму сигналу за наступним виразом:

$$U_{1k} = U_{1k} * \exp(-i \cdot f \cdot \omega_k).$$

Для формування одиночного імпульсного сигналу потрібно задати кількість дискрет  $N$  сигналу якій аналізується, частоту дискретизації  $\omega_k$ , час  $dt$  та частота  $df$  дискретизації сигналу, інтервальні змінні, які представлені на рис.2.

$$\begin{aligned} N &:= 256 & j &:= 0..N-1 & TM &:= 0.008 & dt &:= \frac{TM}{N} & df &:= \frac{1}{TM} & k &:= 0.. \frac{N}{2} \\ t_j &:= dt \cdot j & \omega_k &:= 2 \cdot \pi \cdot df \cdot k & \Omega &:= 2 \cdot \pi \cdot df \cdot 16 & T &:= \frac{\pi}{\Omega} \\ j_0 &:= N \cdot \frac{15}{32} .. N \cdot \frac{17}{32} - 1 & u_{1j} &:= 0 & u_{1j_0} &:= 1 \\ k_0 &:= \frac{N}{16} .. \frac{N}{2} & f &:= -0.00025 \\ U_{1j} &:= \text{fft}(u_1) & U_{1k_0} &:= 0 & U_{1k} &:= U_{1k} \cdot \exp(-i \cdot f \cdot \omega_k) \end{aligned}$$

Рис.2. Опис моделювання одиночного імпульсного сигналу

Позначимо  $F(i\omega)$  необхідну комплексну частотну характеристику каналу передачі інформації. Ідеальна амплітудно-частотна характеристика (АЧХ) каналу передачі повинна бути  $|F(i\omega)|=1$  в смузі пропускання і дорівнює 0 за її межами. Фазо-частотна характеристика (ФЧХ)  $\arg(F(i\omega))$  повинна бути лінійною. КЧХ реального каналу передачі  $W(i\omega)$  відрізняється від необхідної, що викликає додаткові спотворення сигналу у вигляді міжсимвольної інтерференції сигналів. Зменшити МСІ можливо безпосередньо в тимчасовій області за допомогою коректора на основі цифрових фільтрів, а також в частотній області шляхом вибору такої КЧХ коректора  $G(i\omega)$ , щоб результуюча КЧХ каналу і коректора  $R(i\omega) = W(i\omega) * G(i\omega)$ , як можна менше відрізнялися від необхідної  $F(i\omega)$ .

Для моделювання коректора та порівняння впливу форми передавальної функції каналу при використанні фільтрів низької, високої частоти та смугового, сформуємо кілька передавальних функцій  $W(s)$  дискретного каналу передачі інформації.

Створимо передавальну функцію для ослаблення високих частот. Для цього визначимо для першого варіанту

$$W1(s) = \frac{K11}{s+K21},$$

для другого

$$W2(s) = \frac{K21}{s+K21},$$

де  $K11$  значення коефіцієнтів прямого а  $K21$  зворотного ланцюга зв’язку,  $s$  – коефіцієнт послаблення впливу завад у каналі.

Наприклад визначимо для першого варіанта моделі  $K11=7000$ ,  $K12=7000$ , для другого варіанту  $K21=4000$ ,  $K22=4000$  при інтервалі розрахунку  $k1=0..N/16$ .

Графіки АЧХ та ФЧХ фільтру представлено на рисунку 3

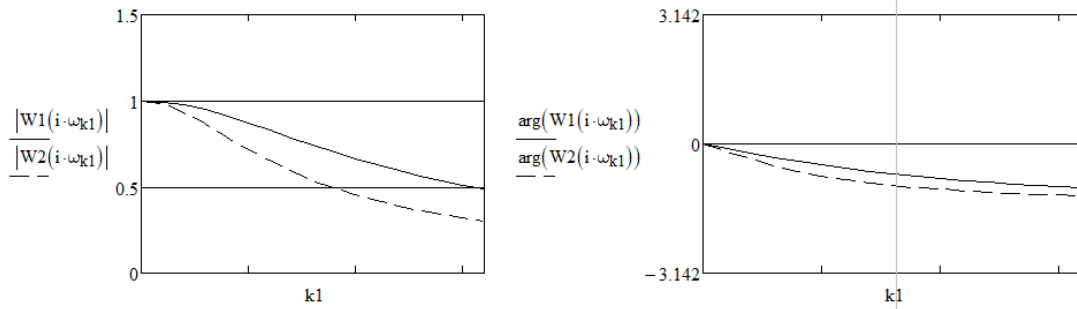


Рис.3. Графік АЧХ та ФЧХ фільтра високих частот

Передаточна функцію для ослаблення низки частот у розробленій моделі (рис.4) визначається за наступним виразом для першого варіанту:

$$W3(s) = \frac{s-K31}{s+K31},$$

де  $K31=2333$ ,  $K32=3333$ .

Для другого варіанта виберемо  $W4(s) = \frac{s-K41}{s+K42}$ ,

де  $K41=1600$ ,  $K42=42000$ .

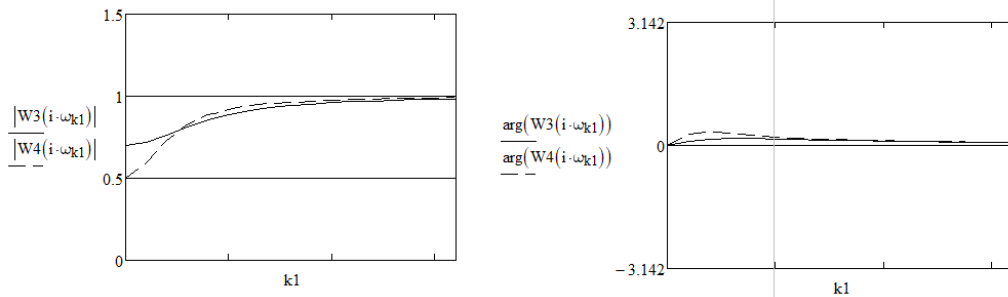


Рис.4. Другий варіант АЧХ та ФЧХ фільтра низьких частот

Створюємо передаточну функцію для ослаблення як низьких, так и високих частот (рис.5)

$$W5(s) = \frac{K51}{s^2+K52*s+K53},$$

де  $K51=5*10^7$ ,  $K52=8*10^3$ ,  $K53=6*10^7$

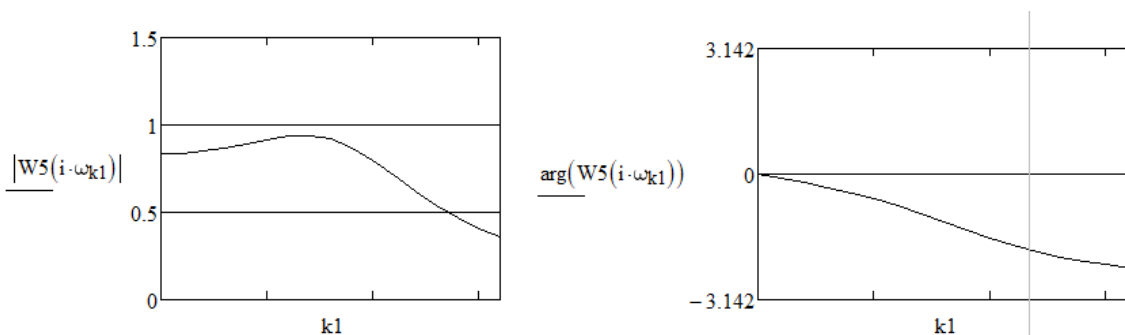


Рис.5. АЧХ та ФЧХ смугового фільтра

Для моделювання імпульсної характеристики системи передачі обчислюємо спектр сигналу  $U_{2k}$  на виходу системи передачі шляхом перемноження спектра вхідного сигналу  $U_{1k}$  на КЧХ системи передачі  $W(i\omega)$ :

$$U_{2k} := U_{1k} \cdot W(-i \cdot \omega_k)$$

де  $i$  – мніма одиниця, яку введем як  $1i$ .

Обчислення вихідного сигналу виконується за допомогою вбудованої у пакет моделювання функції зворотного швидкого перетворення Фур'є - ifft:

$$u2 := \text{ifft}(U2)$$

На малюнку 6 представлені графіки вхідного імпульсу  $U1_j$  і вихідного сигналу  $U2_j$ , що представляє імпульсну характеристику дискретної системи передачі. З графіка визначимо значення імпульсної характеристики для 1,2, 3 відліку:

$$g_0 := 0.08 \quad g_1 := 0.38 \quad g_2 := 0.015$$

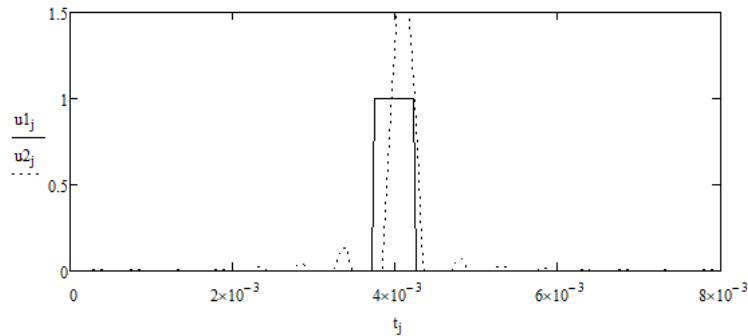


Рис.6. Графіки вхідного  $U1_j$  та вихідного сигналу  $U2_j$

У відлікові моменти часу сигнал на виході цифрового коректора описується наступною системою лінійних алгебраїчних рівнянь:

$$V_A = C_0 \cdot g_0 + 0 + 0$$

$$V_B = C_0 \cdot g_1 + C_1 \cdot g_0 + 0$$

$$V_C = C_0 \cdot g_2 + C_1 \cdot g_1 + C_2 \cdot g_0$$

$$V_D = 0 + C_1 \cdot g_2 + C_2 \cdot g_1$$

$$V_E = 0 + 0 + C_3 \cdot g_2$$

де  $C_0, C_1, C_2$  – коефіцієнти коректора,  $g_0, g_1, g_2$  – відомі значення відліків вхідного сигналу,  $V_A, V_B, V_C, V_D, V_E$  – бажаний сигнал на виході цифрового коректора.

Вирішимо систему лінійних алгебраїчних рівнянь, використовуючи векторно-матричний спосіб, знайдемо коефіцієнти коректора  $C_0, C_1, C_2$ , які забезпечували б необхідні значення вихідного сигналу.

Для обчислення коефіцієнтів ЦК створимо матрицю значень вхідного сигналу  $G$ :

$$G := \begin{pmatrix} g_0 & 0 & 0 \\ g_1 & g_0 & 0 \\ g_2 & g_1 & g_0 \\ 0 & g_2 & g_1 \\ 0 & 0 & g_2 \end{pmatrix}$$

Позначимо потрібний вихідний сигнал як вектор  $H$ :

$$H := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Сума квадратів невязок для прикладу, що розглядається, рівна:

$$D(C_0, \dots, C_{n-1}) = \sum_{i=0}^{m-1} \left( \sum_{j=0}^{n-1} G_{i,j} \cdot C_j - H_i \right)^2 \quad m=5, \quad n=3.$$

Диференціюючи цей вираз по  $C_K$  ( $K=0, \dots, n-1$ ) та прирівнюємо приватні похідні до 0 получимо:

$$\frac{\partial D}{\partial C_K} = \sum_{i=0}^{m-1} 2 \cdot \left( \sum_{j=0}^{n-1} G_{i,j} \cdot C_j - H_i \right) \cdot G_{i,K} = 0$$

$$\sum_{j=0}^{n-1} \left( \sum_{i=0}^{m-1} G_{i,j} \cdot G_{i,K} \right) \cdot C_j = \sum_{i=0}^{m-1} H_i \cdot G_{i,K} \quad (1)$$

Позначимо  $A_{j,k}$  - елемент матриці  $A$  правій частині виразу (1), яка дорівнює  $A = G^T G$ ,  $B_k$  - елемент вектору лівій частині (1)  $B = G^T H$ ,  $G^T$ - матриця, транспонована до  $G$ .

Запишемо систему рівнянь (1) в векторно- матричній формі:

$$AC=B \Rightarrow A^{-1}AC=A^{-1}B,$$

де  $A^{-1}$  - одинична матриця.

Звідси шукані коефіцієнти коректора знаходяться як

$$C=A^{-1}B \quad (2)$$

Визначимо описані вираження в системі MathCad:

$$G := \begin{pmatrix} g0 & 0 & 0 \\ g1 & g0 & 0 \\ g2 & g1 & g0 \\ 0 & g2 & g1 \\ 0 & 0 & g2 \end{pmatrix} \quad H := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad A := G^T \cdot G \quad B := G^T \cdot H \quad C := A^{-1} \cdot B$$

Отримаємо шукані значення коефіцієнтів корекції:

$$C = \begin{pmatrix} -0.538 \\ 2.67 \\ -0.104 \end{pmatrix}$$

Виконаємо моделювання перевірки ефективності роботи ЦК для 4 вхідних відліків. Введемо діапазонну змінну  $j$  на інтервалі від 0 до 4. Обчислимо величину сигналу на виході цифрового коректора  $V0j$  використовуючи вираз:

$$v0j := \sum_{k=0}^2 (G_{j,k} \cdot C_k)$$

В результаті отримаємо вектор вихідного сигналу, графік якого наведено на рисунку 7:

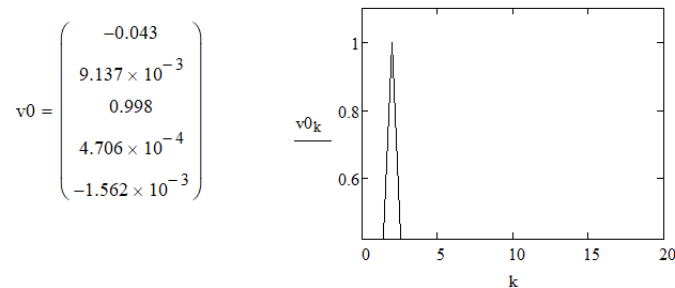


Рис. 7. Графіки результатів моделювання вектору вихідного сигналу

Як бачимо з рисунку 7, у ЦК було виконана фільтрація бокових пелюстків, що забезпечить зниження міжсимвольної інтерференції дискретній послідовності сигналів.

### 3. Моделювання цифрового коректора для обробки випадкової послідовності дискретних сигналів

При моделюванні вхідний випадкової послідовності сигналів, задаємо число вхідних сигналів  $N_s$  та змінну  $j$  яка задає діапазон їх змін. Використовуючи операції програмування



панелі «Програмування» MathCAD, визначимо масив випадкової послідовності "0" та "1" ввівши змінну  $S0j$ :

$$s0j := \text{if}(\text{rnd}(1) < 0.5, 0, 1)$$

Буде згенеровано псевдовипадкове число, яке рівномірно розподілене в діапазоні від 0 до 1. Для формування сигналу на виході системи передачі задаємо діапазонну змінну  $j_1$  яка змінюється від 3 до  $Ns-1$ .

Сформуємо в масиві  $U3$  послідовність сигналів, що проходять через систему передачі, спотворених міжсимвольною інтерференцією:

$$u3j1 := \sum_{k=0}^2 (G_{2,k} \cdot s0j1-2+k)$$

Далі сформуємо масив випадкових чисел  $Snj1$ , розподілених за нормальним законом, які імітують шуми перешкоди, що впливає на сигнал:

$$r1j1 := \text{rnd}(1) \quad r2j1 := \text{rnd}(1) \quad snj1 := \sqrt{-2 \cdot \ln(r1j1)} \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot r2j1)$$

Створимо функцію  $Shum$ , яка накладає значення шумової перешкоди  $Snj1$  на послідовність вхідних сигналів  $U3$ :

$$u := \text{shum}(s)$$

Змінна  $s$  визначає інтенсивність шумів.

Для формування сигналів на виході коректора  $Vj2$  задаємо діапазонні змінні  $j_2$ ,  $j_3$  і визначимо поріг прийняття рішення  $ru$ :

$$j2 := 6..Ns - 1 \quad j3 := 6.. \frac{Ns}{2}$$

$$vj2 := \sum_{k=0}^2 (uj2-k \cdot Ck) \quad +$$

$$ru := (\max(u) + \min(u)) \cdot 0.5 \quad ru = 0.146$$

На рисунку 8 представлені графіки результатів моделювання вхідної послідовності  $S0j$ , послідовність сигналів, що проходять через систему передачі, переключених межсимвольною інтерференцією  $U3$ , сигнал на виході коректора  $Vj2$  і поріг прийняття рішення  $ru$ .

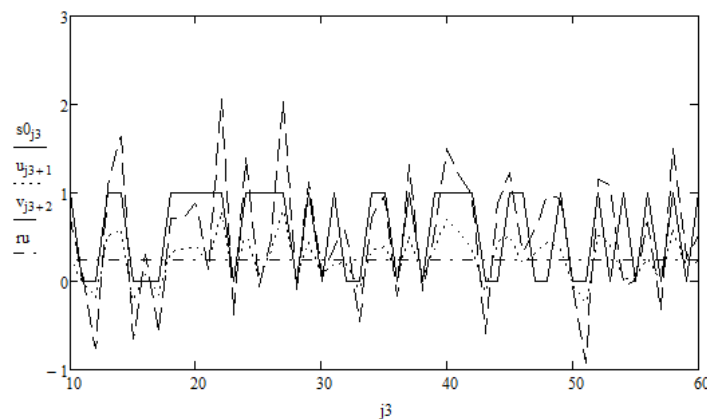


Рис. 8. Графіки результатів моделювання цифрового коректора

Для обчислення числа помилок демодуляції при спотворенні сигналу шумами міжсимвольною інтерференцією, визначимо функцію  $ErrCount(s0, x, m, r)$  при середньквдратичном значенні рівня шумів  $s=0.2$ .

```

ErrCount(s0,x,m,r) :=
  se ← 0
  st ← 0
  for j ∈ 6..Ns-3
    st ← st + 1
    d ← if(xj+m < r, 0, 1)
    se ← se + if(s0j = d, 0, 1)
  (
    st
    se
  )

```

Ця функція може в якості змінних використовувати масив вхідних сигналів  $s$ , масив результатів обробки за допомогою цифрового коректора  $x$ , зрушення відліків  $m$  і поріг прийняття рішення  $r$ .

Функція повертає число проаналізованих відліків  $st$  і число помилок демодуляції сигналу  $se$ :

$$\text{ErrCount}(s0, v, 2, 0.5) = \begin{pmatrix} 120 \\ 26 \end{pmatrix}$$

#### 4. Цифрова корекція частотних характеристик каналу передачі сигналів

Змодельємо коректор на основі КИХ фільтра  $n$ -го порядку з частотою дискретизацією  $T$  яка відповідає вимогам теореми Котельникова про те, що для частотно обмеженого сигналу  $s(t)$  частота дискретизації відповідає подвоєною верхньої частоті його спектра  $S(\omega)$ . КЧХ такого коректора описується виразом:

$$G(i\omega, C) = \sum_{k=0}^{n-1} C_k \cdot e^{-i\omega kT},$$

де  $C$  – вектор коефіцієнтів коректора, що дорівнюють значенням імпульсної характеристики фільтра.

Оптимальні коефіцієнти коректора визначаються як такі, що забезпечують мінімум критерію оптимізації

$$D(C) = \frac{1}{2\pi} \cdot \int_{-\Omega}^{\Omega} |F(i\omega) - W(i\omega) \cdot G(i\omega, C)|^2 d\omega,$$

де  $\Omega = 2\pi f_{\max}$  гранична кутова частота смуги пропускання каналу передачі сигналу.

Підставив значення  $G(i\omega, C)$  у вираз, який визначає  $D(C)$ , получимо:

$$D(C) = \sum_{k=0}^{n-1} \sum_{l=0}^{n-1} C_k \cdot C_l \cdot A_{k,l} - 2 \cdot \sum_{k=0}^{n-1} C_k \cdot B_k + P, \quad (3)$$

де

$$P = \frac{1}{T}, \quad B_k = \frac{1}{2\pi} \cdot \text{Re} \left( \int_{-\Omega}^{\Omega} W(-i\omega) \cdot e^{i\omega(kT-T)} d\omega \right), \quad A_{k,l} = \frac{1}{2\pi} \cdot \text{Re} \left( \int_{-\Omega}^{\Omega} |W(i\omega)|^2 \cdot e^{i\omega(l-k)} d\omega \right)$$

де  $T$  – час групової затримки сигналу в каналі передачі.

Шукані коефіцієнти коректора  $C_0, \dots, C_{n-1}$  можна визначити аналітично, привівши до нуля, вирішуючи отриману систему з  $n$  лінійних рівнянь матричним способом. У векторно-матричній формі оптимальні коефіцієнти коректора рівні:

$$C = A^{-1} * B \quad (4)$$

При реалізації цифрового коректора на основі сигнального мікропроцесора, замість обчислень виразу  $C$ , що потребують виконання складних операцій звернення матриці  $A$ , доцільно використовувати чисельну мінімізацію функції  $D(C)$  методом покоординатного спуску. У цьому випадку на кожному кроці наближень з усіх  $n$  змінних деякої функції  $f(x_0, \dots, x_{n-1})$  фіксується значення всіх змінних, крім  $x_k$ .

Нове значення цієї змінної фіксується як  $x_k^*$ , яке забезпечує  $x_k^* = \min f(x_0, \dots, x_{n-1})$ . Процедура визначення  $x_k^*$  повторюється для змінних  $x_0, x_1, \dots, x_{n-1}$  до тих пір поки значення функції  $f(x_0, \dots, x_{n-1})$  на сусідніх кроках наближень не відрізняться на задану константу точності  $\epsilon$ .

Визначимо коефіцієнти критерію оптимізації коректора для каналу передачі з функцією передачі для ослаблення верхніх частот  $W(s) = K11 / (s + K12)$  з груповою затримкою  $T_1 = 0,00033$ . Задаємо порядок коректора  $n=3$ , а діапазони змінних  $k, l, m$  виберемо від 0 до  $n-1$ . Введемо вираження для визначення коефіцієнтів критерію оптимізації:

$$B_k := \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \text{Re} \left[ \int_{-\Omega}^{\Omega} W(-i \cdot \omega) \cdot \exp[i \cdot \omega \cdot (k \cdot T - T_0)] d\omega \right]$$

$$r_m := \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \text{Re} \left[ \int_{-\Omega}^{\Omega} (|W(i \cdot \omega)|)^2 \cdot \exp(i \cdot \omega \cdot m \cdot T) d\omega \right]$$

$$A_{k,l} := r_{|k-l|} \quad P := \frac{1}{T}$$

Використовуючи вираз (4), виконаємо обчислення коефіцієнтів:

$$C := A^{-1} \cdot B$$

	0
0	-0.056
1	1.382
2	-0.387
3	0.076
4	-0.035
5	0.021
6	-0.015
7	0.011
8	-8.379·10 <sup>-3</sup>
9	5.425·10 <sup>-3</sup>

Визначимо передавальну функцію коректора  $G(s)$ :

$$G(s) := \sum_k (C_k \cdot \exp(-s \cdot k \cdot T))$$

Введемо передавальну функцію «канал + коректор»  $R(s)$ :

$$R(s) := W(s) \cdot G(s)$$

На рисунку 9 наведено графіки АЧХ та ФЧХ лінії передачі, загальної частини «канал + коректор»  $|R(s)|$  досліджуваного каналу. Змінюючи вид передавальної функції каналу можна оцінити результати роботи коригуючого пристрою.

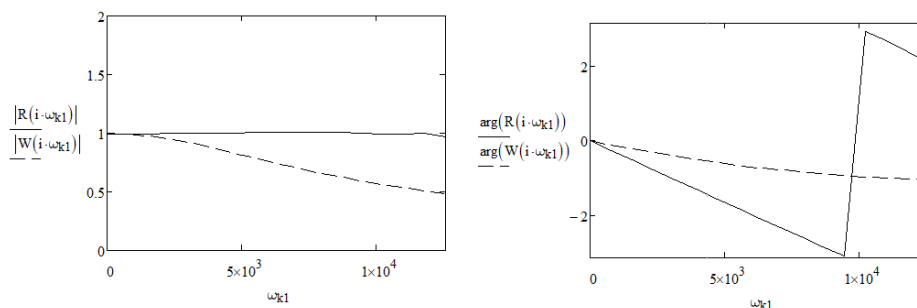


Рис.9. Графіки АЧХ та ФЧХ каналу передачі та загальної частини «канал+коректор»

Введемо вираз для визначення критерію оптимізації коректора:

$$D(C) := \sum_k \sum_l (C_k \cdot C_l \cdot A_{k,l}) - 2 \cdot \sum_k (C_k \cdot B_k) + P$$

Для виконання ітераційної процедури обчислення критерію оптимізації коректора, введемо початкове значення коефіцієнта коректора  $C_k = 1$  і поставимо коефіцієнт точності  $\epsilon = 0,001$ . Далі введемо функцію визначення оптимального значення  $k$ -го коефіцієнта коректора:

$$z(k, c) := \frac{B_k - \sum_m [A_{k,m} \cdot (k \neq m) \cdot c_m]}{A_{k,k}}$$

Визначимо функцію оновлення вектору коефіцієнтів на h-му кроці наближення:

$$CN(h, c) := \begin{cases} \text{for } k \in 0..n-1 \\ c_k \leftarrow z(k, c) \text{ if } \text{mod}(h, n) = k \\ c \end{cases}$$

Введемо функцію покрокової оптимізації коефіцієнтів коректора і обчислимо її значення:

$$CDMIN(c) := \begin{cases} F \leftarrow 10^{30} \\ h \leftarrow 0 \\ \text{while } (F - D(c)) > E \\ \quad \begin{cases} F \leftarrow D(c) \\ c \leftarrow CN(h, c) \\ h \leftarrow h + 1 \end{cases} \\ c \end{cases}$$

	0
0	-0.06
1	1.394
2	-0.414
3	0.149
4	-0.396
5	1
6	1
7	1
8	1
9	1

Побудуємо графік, який ілюструє операції покрокового спуску. Для цього введемо вираз, що формують масив X значень коефіцієнтів коректора на кожному кроці наближень:

$$\begin{aligned} x^{(0)} &:= c & h &:= 0..5 \\ x^{(h+1)} &:= CN(h, x^{(h)}) \end{aligned}$$

На рисунку 10 представлений графік, який ілюструє операції покрокового спуску, з якого видно процедуру пошуку оптимального значення коефіцієнта коректора, розмір кроку та напрямок спуску при ітерації.

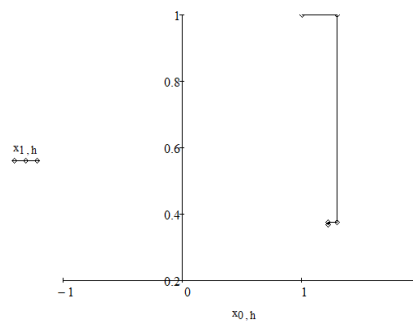


Рис.10. Графік, що ілюструє операції покрокового спуску

Для аналізу форми сигналу до і після коректора, задамо порядок коректора  $n = 10$  і визначимо спектр сигналу "1" на виході каналу із заданою функцією передачі без коректора:

$$U_k := U1_k \cdot W(-i \cdot \omega_k)$$

Визначимо спектр сигналу "1" на виході каналу із заданою функцією передачі з коректором:

$$V_k := U1_k \cdot R(-i \cdot \omega_k)$$

Виконаємо зворотне швидке перетворення Фур'є за допомогою вбудованої функції `ifft` і визначимо форму сигналу на вході і виході каналу (рис.10).

$$u := \text{ifft}(U) \quad v := \text{ifft}(V)$$

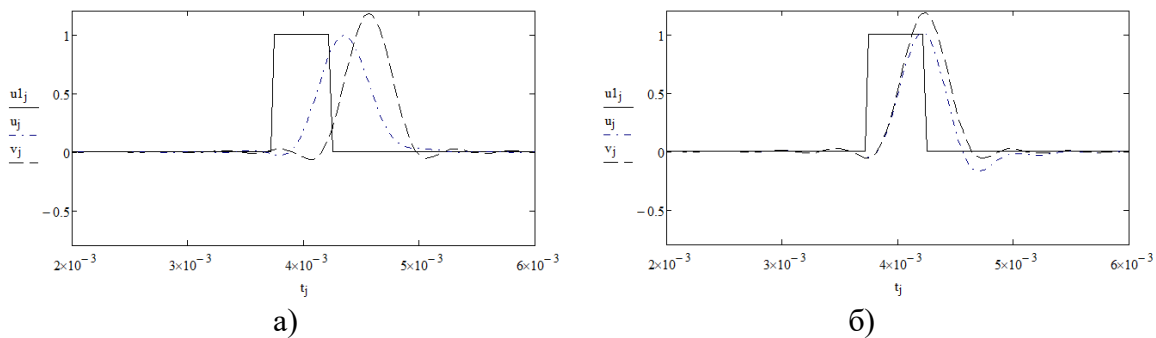


Рис.11. Графіки форм вхідного і вихідного сигнала  
( $U_j$  –форма вхідного сигнала,  $U_j$  –форма вихідного сигнала коректора без завад,  
 $V_j$ –форма вихідного сигнала коректора в умовах дії завад)

На рисунку 11а зображено форми сигналів для каналу з передатною характеристикою з ослабленням на високих частотах, на рис.11б - каналу з передатною характеристикою з ослабленням на низьких частотах.

### Висновки.

В роботі наведено порівняльний аналіз цифрових коректорів, побудованих на основі поліноміальних моделей, с точки зору їх ефективності роботи и методика комп'ютерного імітаційного моделювання. Математична модель цифрового коректора, що представляє собою, різновид КІХ-фільтра, дозволяє досліджувати ефективність компенсації між символного спотворення і стаціонарні лінійні спотворення інформаційних сигналів, які надаються в дискретних каналах передачі інформаційного повідомлення. Вихідними даними до розрахунку цифрового коректора є відліки імпульсної характеристики, взяті на часових інтервалах відповідно умовам теореми Котельникова. Розроблена імітаційна модель цифрового коректора надає можливість вибору варіантів передавальних функцій каналу передачі інформації та визначення оптимальних значень коефіцієнтів корекції

Для вирішення системи лінійних алгебраїчних рівнянь при знаходженні коефіцієнтів цифрового коректора використовуються векторно - матричний спосіб обчислення і оператори програмування системи MathCAD. Для обчислення коефіцієнтів корекції  $C$ , що потребують виконання складних операцій звернення матриці  $A$ , використовувалося чисельна мінімізація функції оцінки критерію оптимізації коректора  $D(C)$ , методом покоординатного спуску. Як показують перевіірочні розрахунки, здатність цифрового коректора виправити викривлення сигналів для зазначених в роботі умов знаходиться в межах 92-97%.

### Список використаної літератури

1. Стеклов В.К. Теория электрической связи / Стеклов В.К., Беркман Л.Н.; Под ред. В.К. Стеклова – Київ: Техніка, 2006. – 552 с.:іл.
2. Миленький А.В. Классификация сигналов в условиях неопределенности//–М: Советское радио, 1975. -328 с.
- 3.Скляр Бернанд. Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение. 2-е изд.: Пер. с англ.- М: “Вильямс”, 2003.-1104 с.
4. Засов В.А. Алгоритмы и вычислительные устройства разделения и восстановления сигналов в многомерных динамических системах//–Сам: СамГУПС, 2012. – 233 с.
5. Очков В.Ф. MathCAD 14 для студентов, инженеров и конструкторов// СПб.: БХВ-Петербург, 2007. - 368 с.
6. Сергиенко А.Б. Цифровая обработка сигналов//– СПб:"Питер", 2003. – 604 с.
7. Аверина, Л. И. Повышение линейности передающего тракта методом цифровых предискажений / Л. И. Аверина, А. М. Бобрешов, В. Д. Шутов // Нелинейный мир. — 2013. — Т. 11, № 10. — С. 720–727.

8. Бородянський І.М., Турулін І.І. Применение рекурсивных КИХ-фильтров для подавления помех при автоматическом контроле сопротивления изоляции/Известия ЮФУ. Технические науки.№10,2016.С.9-108.

9. Ярцев В.П. Пристрій для усунення міжсимвольної інтерференції сигналів у волоконо - оптичних лініях зв'язку./ Гололобов Д. О., Котомчак О.Ю., Ярцев В.П// Телекомунікаційні та інформаційні технології. №2, 2019. С.14-21.

10. Mkadem, F. Physically Inspired Neural Network Model for RF Power Amplifier Behavioral Modeling and Digital Predistortion / F. Mkadem, S. Boumaiza // IEEE Trans. Microwave Theory and Tech. — 2011. — V. 59, № 4. — Pp. 913–923.

11. A Robust Digital Baseband Predistorter Constructed Using Memory Polynomials / L. Ding, G. T. Zhou, D. R. Morgan et. al. // IEEE Trans. on Comm. — 2004. V. 52, № 1. — P. 159–165.

### References

1. Steklov V.K. Theory of electrical communication / Steklov V.K., Berkman L.N. ; Ed. VC. Steklova - Kiev: Technics, 2006. - 552 p.: Il.

2. Milenky A.V. Classification of signals in conditions of uncertainty // -M: Soviet Radio, 1975. -328 p.

3. Sklyar Bernard. Digital communication. Theoretical basis and practical application. 2nd ed. : Per. from English // - M: "Williams", 2003.-1104 p.

4. Zasov V.A. Algorithms and computing devices for separating and reconstructing signals in multidimensional dynamic systems // Samara: SamGUPS, 2012. - 233 p.

5. Ochkov V.F. MathCAD 14 for students, engineers and designers // SPb. : BHV-Petersburg, 2007. - 368 p.

6. Sergienko A.B. Digital signal processing // - SPb: "Peter", 2003. - 604 p.

7. Averina, LI Increasing the linearity of the transmitting path using digital predistortion / LI Averina, AM Bobreshov, VD Shutov // Nonlinear world. - 2013. - T. 11, No. 10. - P. 720–727.

8. Borodyansky I.M., Turulin I.I. Application of recursive FIR filters for noise suppression in automatic control of insulation resistance / Izvestiya SFedU. Technical sciences. No.10,2016. P.9-108.

9. Yartsev V.P. Adjustment for usuneniya multi-symbol signalinterference in fiber-optic communication lines. / Gololobov D.O., Kotomchak O.Yu., Yartsev V.P // Telecommunications and information technologies. No. 2, 2019. P.14-21.

10. Mkadem, F. Physically Inspired Neural Network Model for RF Power Amplifier Behavioral Modeling and Digital Predistortion / F. Mkadem, S. Boumaiza // IEEE Trans. Microwave Theory and Tech. — 2011. — V. 59, № 4. — Pp. 913–923.

11. A Robust Digital Baseband Predistorter Constructed Using Memory Polynomials / L. Ding, G. T. Zhou, D. R. Morgan et. al. // IEEE Trans. on Comm. — 2004. V. 52, № 1. — P. 159–165.