

Собчук В.В. Державний університет телекомунікацій, м. Київ

Можжаєв М.О. Харківський науково-дослідний інститут судових експертиз
ім. засл. проф. М.С. Бокаріуса, Харків

ЗАСТОСУВАННЯ ВЕЙВЛЕТ ПЕРЕТВОРЕНЬ ДЛЯ ПІДВИЩЕННЯ ЕФЕКТИВНОСТІ ІНФОРМАЦІЙНОЇ СИСТЕМИ СУДОВОЇ ЕКСПЕРТИЗИ

Анотація: Проводиться аналіз функціонування інформаційної системи судової експертизи. Визначається, що величезна інформаційна ємність зображень так чи інакше обмежує можливості їх використання при вирішенні різних наукових і практичних завдань, у тому числі і у судової експертизі. В результаті аналізу встановлено, що стрімкий прогрес технічних засобів фотозйомки, відеозапису, телекомунікаційних технологій розширює як можливості традиційних засобів фіксації фото-, відеоданих, так і нових (мобільних, мережових, спеціалізованих, космічних) із новими форматами даних, вимагає постійного оновлення спеціальних експертних знань у галузі дослідження цифрових фотозображень. Існуючі методи обробки зображень проте не вирішують повною мірою завдання їх ефективного представлення, що робить пошук нових ефективних методів представлення зображень актуальним. Для вирішення цього завдання запропоновано використання ортогональних перетворень. У статті вирішена актуальна науково-технічна задача проведення аналізу різноманітних адаптивних ортогональних перетворень інформації для виявлення більш ефективних. Для вирішення цієї складної і багатогранної задачі в статті проведені дослідження так званих пакети вейвлетів, або адаптації в частотній області; проаналізовано алгоритм подвійного дерева, або адаптацію базису розкладання як в частотній, так і в просторовій областях; проведені дослідження розмірності бібліотеки базисів для всіх перетворень і їх обчислювальної складності.

В результаті проведених досліджень встановлено що перспективи застосування того чи іншого алгоритму залежать від конкретного додатка. Крім того, ймовірно, кращі результати можуть бути досягнуті, якщо відокремити процес сегментації від перетворення за допомогою пакетів вейвлетів. В даний час розроблені ефективні алгоритми сегментації, які можуть бути з успіхом застосовані. Після сегментації кожен сегмент приводиться до прямокутного виду, і над ним виконується перетворення з використанням пакетів вейвлетів. Таким чином, досягнуто основну мету дослідження – встановлено, що адаптивні ортогональні перетворення, порівняно з традиційними вейвлет перетвореннями, дозволяють до 10 % покращити значення пікового відношення сигналу до шуму при низьких швидкостях кодування.

Ключові слова: інформаційна система судової експертизи, адаптивні ортогональні перетворення, вейвлет перетворення, відношення сигналу до шуму, методи обробки зображень.

Sobchuk V. State University of Telecommunications, Kyiv

Mozhaiev M. Kharkiv SRI Examinations named Dist. prof. N.S. Bokarius, Kharkiv

APPLICATION OF WAVELET TRANSFORMATIONS TO INCREASE THE EFFICIENCY OF THE INFORMATION SYSTEM OF FORENSIC EXPERTISE

Abstract: An analysis of the functioning of the forensic information system is carried out. It is determined that the huge information capacity of images in one way or another limits the possibilities of their use in solving various scientific and practical problems, including in forensic science. As a result of the analysis it is established that the rapid progress of technical means of photography, video recording, telecommunication technologies expands the possibilities of traditional means of capturing photo, video and new (mobile, network, specialized, space) with new data formats, requires constant updating of special expertise. in the field of digital photography. Existing methods of image processing, however, do not fully solve the problem of their effective representation, which makes the search for new effective methods of image representation relevant. To solve this problem, the use of orthogonal transformations is proposed. The article solves the current scientific and technical problem of analysis of various adaptive orthogonal transformations of information to identify more effective. To solve this complex and multifaceted problem, the article studies

the so-called wavelet packets, or adaptation in the frequency domain; the algorithm of a double tree, or adaptation of the basis of decomposition both in frequency, and in spatial areas is analyzed; researches of dimension of library of bases for all transformations and their computational complexity are carried out.

As a result of the conducted researches it is established that prospects of application of this or that algorithm depend on the concrete application. In addition, it is likely that better results can be achieved if we separate the segmentation process from the transformation using wavelet packets. Currently, effective segmentation algorithms have been developed that can be successfully applied. After segmentation, each segment is reduced to a rectangular shape, and it is transformed using wavelet packets. Thus, the main goal of the study is solved - it is established that adaptive orthogonal transformations, in comparison with traditional wavelet transforms, allow to improve up to 10% of the value of the peak signal-to-noise ratio at low coding speeds.

Keywords: forensic information system, adaptive orthogonal transformations, wavelet transform, signal-to-noise ratio, image processing methods.

Собчук В.В. Государственный университет телекоммуникаций, Киев

Можаев М.А. Харьковский научно-исследовательский институт судебных экспертиз им. засл. проф. М.С. Бокариуса, Харьков

ПРИМЕНЕНИЕ ВЕЙВЛЕТ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ ДЛЯ ПОВЫШЕНИЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ ИНФОРМАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ СУДЕБНОЙ ЭКСПЕРТИЗЫ

Аннотация: Проводится анализ функционирования информационной системы судебной экспертизы. Определено, что огромная информационная емкость изображений так или иначе ограничивает возможности их использования при решении различных научных и практических задач, в том числе и в судебной экспертизе. В результате анализа установлено, что стремительный прогресс технических средств фотосъемки, видеозаписи, телекоммуникационных технологий расширяет как возможности традиционных средств фиксации фото-, видеоданных, так и новых (мобильных, сетевых, специализированных, космических), с новыми форматами данных, что требует постоянного обновления специальных экспертных знаний в области исследования цифровых фотоизображений. Существующие методы обработки изображений при этом не решают в полной мере задачи их эффективного представления, что делает поиск новых эффективных методов представления изображений актуальным. Для решения этой задачи предложено использование ортогональных преобразований. В статье решена актуальная научно-техническая задача проведения анализа различных адаптивных ортогональных преобразований информации для выявления более эффективных. Для решения этой сложной и многогранной задачи в статье проведены исследования так называемых пакетов вейвлетов, или адаптации в частотной области; проанализирован алгоритм двойного дерева, или адаптация базиса разложения как в частотной, так и в пространственной областях; проведены исследования размерности библиотеки базисов для всех преобразований и их вычислительной сложности.

В результате проведенных исследований установлено, что перспективы применения того или иного алгоритма зависят от конкретного приложения. Кроме того, вероятно, лучшие результаты могут быть достигнуты, если отделить процесс сегментации преобразований с помощью пакетов вейвлетов. В настоящее время разработаны эффективные алгоритмы сегментации, которые могут быть с успехом применены. После сегментации каждый сегмент приводится к прямоугольному виду, и над ним выполняется преобразование с использованием пакетов вейвлетов. Таким образом, решено основную цель исследования – установлено, что адаптивные ортогональные преобразования по сравнению с традиционными вейвлет преобразованиями, позволяют до 10% улучшить значение пикового отношения сигнала к шуму при низких скоростях кодирования.

Ключевые слова: информационная система судебной экспертизы, адаптивные ортогональные преобразования, вейвлет преобразования, отношение сигнала к шуму, методы обработки изображений.

1. Вступ

Бурхливий розвиток комп'ютерної техніки та телекомунікаційних систем призвело до різкого розширення можливостей отримання, зберігання і обробки інформації. Однією з

найбільш зручних форм представлення інформації є графічні образи або зображення. Однак величезна інформаційна ємність зображень так чи інакше обмежує можливості їх використання при вирішенні різних наукових і практичних завдань. Незважаючи на швидкодію і інші обчислювальні ресурси сучасних комп'ютерів, ці обмеження виявляються відразу, як тільки обсяги інформації, що переносяться зображеннями, починають перевищувати деякі порогові значення. Інакше кажучи, наскільки б не розширювалися можливості сучасних засобів обчислювальної техніки і передачі даних по каналах зв'язку, завжди виникає потреба оперування об'єктами більшого обсягу, ніж ці кошти можуть забезпечити. В даний час найбільш вузьким ланкою для передачі графічної інформації є цифрові канали зв'язку: їх пропускна здатність обмежує можливості швидкої передачі великих обсягів інформації за короткий час передачі. Все це торкається і каналів зв'язку інформаційної системи судової експертизи, яка зобов'язана відповідати досить жорстким критеріям ефективності та оперативності. Стрімкий прогрес технічних засобів фотозйомки, відеозапису, телекомунікаційних технологій розширює як можливості традиційних засобів фіксації фото-, відеоданих, так і нових (мобільних, мережевих, спеціалізованих, космічних) із новими форматами даних, вимагає постійного оновлення спеціальних експертних знань у галузі дослідження цифрових фотозображень. Усе більше в матеріалах досудових, судових проваджень з'являються речові докази у вигляді електронних документів чи їх зображень, фотозображень, відеозаписів, сканованих копій, що мають цифрову природу утворення. З огляду на відносну легкість створення, модифікування, розповсюдження цифрових зображень, логічно в слідства чи суду виникає питання їх достовірності (автентичності).

Досягнуті результати в області цифрових методів подання і стиснення зображень проте не вирішують повною мірою завдання їх ефективного представлення, що робить пошук ефективного представлення зображень актуальним. Одним із шляхів її вирішення є розробка інтелектуальних технологій обробки зображень, що забезпечують не формалізоване їх кодування, а розпізнавання їх просторової структури, яка і є носієм укладеної в них інформації, оскільки можливості отримання корисної інформації з зображень цілком і повністю визначається їх просторово-структурними властивостями і характеристиками.

Таким чином, постає актуальна задача проведення аналізу різноманітних адаптивних ортогональних перетворень інформації для виявлення більш ефективних.

2. Аналіз літературних даних і постановка проблеми

В теперішній час існує значна кількість методів методи обробки, фільтрації, стиску, розпізнавання і передачі інформації, які відповідають завданням судової експертизи цифрових зображень. Вони дозволяють побудувати загальну схему досліджень, порядок дій експерта при попередньому дослідженні, дії при візуальному аналізі та аналізі метаданих у межах аналітичного дослідження. Однак слід зауважити, що ефективність візуального аналізу цілком залежить від кваліфікації та стану зору експерта й містить значний суб'єктивний фактор. Аналіз метаданих є ефективним лише в разі примітивних підробок, бо EXIF-дані фотографії можуть бути легко відредаговані існуючими EXIF-редакторами.

На наш погляд, основна увага має бути приділена методам розширеного аналізу зображень із використанням спеціалізованого програмного забезпечення [1-11]. Проте за методикою, використання різних методів (ELA, PCA, wavelet та ін.) [6-15] у межах розширеного аналізу зображень означено лише концептуально без конкретних рекомендацій щодо обмежень їх використання та запобігання отримання експертом хибного висновку – визначення ознак фотомонтажу або ретушування за відсутності таких (помилка першого роду), або визначення їх відсутності в редагованому зображенні (помилка другого роду). Це змушує експертів застосовувати означені та інші методи на свій розсуд, з урахуванням свого досвіду, що призводить до протилежних висновків різних експертів за одним і тим самим провадженням. Використання для аналізу зображень існуючих методів комп'ютерної обробки дозволяє отримати більше інформації про досліджуваних зображеннях, визначити акти зміни зображення і істотно скоротити час, необхідний на передачу цих зображень [6-10].

Одним з найбільш перспективних засобів обробки зображень є вейвлет-перетворення сигналу, яке є сигнально-незалежним [8-15]. Октаво смужне розбиття спектра, вироблене їм, підходить для більшості, але не для всіх реальних сигналів. Бажано було б мати перетворення, адаптоване до сигналу, подібно ПКЛ, але має швидкий алгоритм виконання. Це еквівалентно тому, що перетворення було б здатне довільно змінювати структуру розбиття частотно-часової площини в залежності від сигналу. Каскадно з'єднані блоки вейвлет-фільтрів дозволяють досягти цього. Вейвлети можуть бути ортогональними, напівортогональними, біортогональними. Ці функції можуть бути симетричними, асиметричними і несиметричними. Розрізняють вейвлети з компактною областю визначення і не мають такої. Деякі функції мають аналітичний вираз, інші - швидкий алгоритм обчислення пов'язаного з ними вейвлет-перетворення. Вейвлети розрізняються також ступенем гладкості. Все це розмаїття визначає основний напрямок досліджень, проведених в даній статті-аналіз застосовності різних варіацій вейвлет перетворення для обробки зображень в інтересах судової експертизи.

3. Мета і задачі дослідження

Метою даної статті є визначення можливості використання адаптивних перетворень, що на основі введеної функції вартості реалізують довільне розбиття частотно-часової площини сигналу. Для досягнення поставленої мети необхідно вирішити такі окремі задачі:

- провести аналіз так званих пакетів вейвлетів, або адаптації в частотній області;
- проаналізувати алгоритм подвійного дерева, або адаптацію базису розкладання як в частотній, так і в просторовій областях;
- провести дослідження розмірності бібліотеки базисів для всіх перетворень та їх обчислювальної складності.

4. Основна частина

4.1. Формулювання завдання і основні допущення для параметрів.

Отже, вейвлет-перетворення сигналу виконується шляхом його пропускання через каскадно з'єднані двоканальні схеми А-С. При цьому каскадування проводиться по низькочастотної області. Причина цього в неявному припущенні, що ця область містить більше інформації про вихідний сигнал. В результаті виходить «однобоке» дерево (рис. 1 (а)). Дане припущення виправдано для багатьох реальних сигналів. Справді, воно означає, що наш сигнал є низькочастотних на великому інтервалі часу, а високочастотні складові з'являються на короткому інтервалі. Однак для деяких сигналів це припущення не виконується. Метод пакетів вейвлетів заснований на визначенні того, з якої області на даному рівні вигідніше виробляти каскадування. Для цього спочатку проводиться каскадування по обидва субсмукам. В результаті виходить так зване «повне», «збалансоване» дерево (рис. 1 (б)), що нагадує дерево, властиве короткочасного перетворення Фур'є. Далі, на основі введеної функції вартості визначається найкращий шлях по цьому дереву (рис. 1 (в)). Якщо вихідний блок вейвлет-фільтрів був ортогональним, то і схема, відповідна будь-якої конфігурації дерева, буде ортогональною, так як вона є не що інше, як каскадне з'єднання ортогональних блоків. Таким чином, виходить базис, адаптований до сигналу. Відзначимо, що ця адаптація не вимагає навчання або знання статистичних властивостей сигналу.

Вейвлет-перетворення (DWT), як і STFT, є окремим випадком цього базису. Адаптивність досягається за рахунок збільшення обчислювальної вартості. На щастя, розроблений швидкий алгоритм пошуку найкращого базису. Пакети вейвлетів були розроблені і досліджені Р.Койфманом і М.Вікерхаузером. В якості опції вартості вони використовували ентропію, що розуміється ними, як «концентрація» числа коефіцієнтів M , потрібних для опису сигналу. Ця функція буде великою, якщо коефіцієнти приблизно однієї величини, і малою, якщо всі, крім кількох коефіцієнтів, близькі до нуля. Таким чином, будь-яке усереднення призводить до збільшення ентропії. Функція вартості повинна бути адитивною. Це означає, що

$$M(0) = 0 \text{ та } M(\{x_i\}) = \sum_i M(x_i). \quad (1)$$

Під ентропією в даному контексті розуміється величина:

$$M = e^{\sum p_n \log p_n},$$

де $p_n = |x_n|^2 / \|x\|^2$.

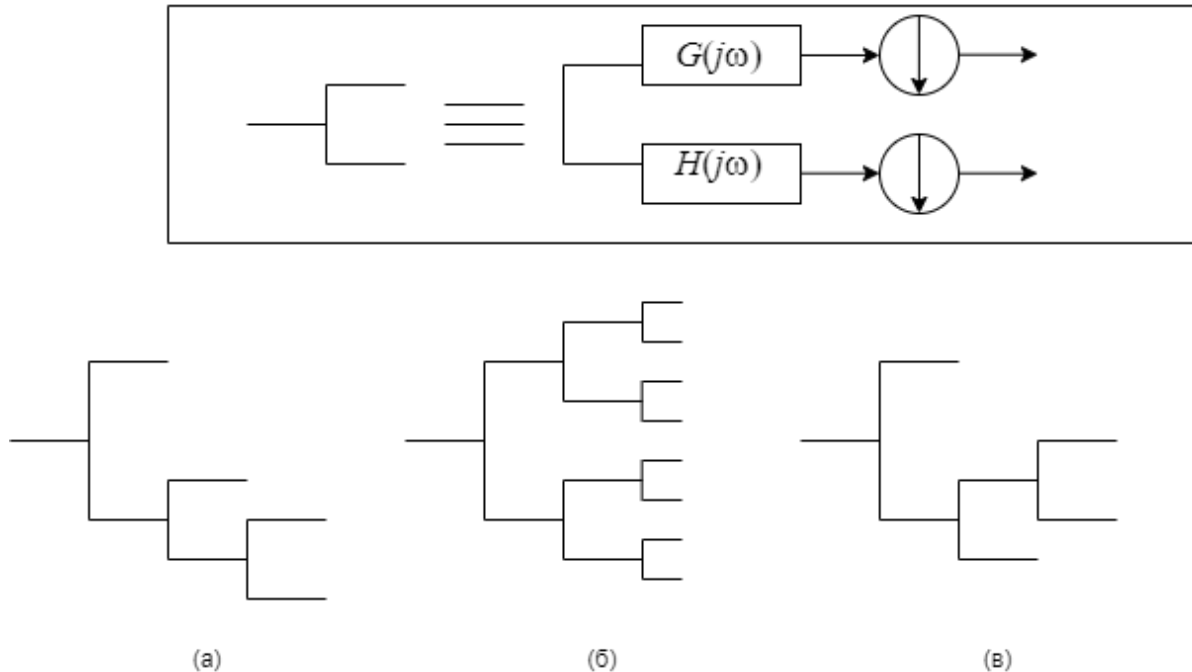


Рис. 1. Розбиття частотна-часовій площині за допомогою пакетів вейвлетів:
 (а) вейвлет-декомпозиція; (б) повна, аналогічна STFT декомпозиція;
 (в) приклад декомпозиції за допомогою пакетів вейвлетів

Ця ентропія обчислюється для кожного вузла повного дерева пакета вейвлетів. Далі порівнюється сума ентропії двох нащадків і ентропія їх попередника на дереві. Якщо ентропія попередника виявилася менше, відмовляємося від його декомпозиції, тобто «обрізаємо» дерево. Алгоритм рекурсивно виконується до досягнення вершини дерева. Доведено, що даний алгоритм призводить до найкращого базису відносно M .

Для вирішення завдання стиснення сигналу вибір ентропії як функції вартості, можливо, не є найкращим. У роботах, присвячених стисканню зображень, в якості опції вартості використовується функціонал Лагранжа $J = D + \lambda R$. Тут D – спотворення (середній квадрат помилки), що вноситься за рахунок непередана коефіцієнта вузла, R - кількість біт, необхідних для опису коефіцієнта на цьому вузлу і λ - множник Лагранжа.

Ця функція вартості включає в себе два окремих випадки: тільки спотворення ($\lambda=0$) і тільки швидкість ($\lambda = -\infty$). Алгоритм виконується так само, як і в разі вибору в якості опції вартості ентропії. Ухвалення рішення для одного з вузлів дерева показано на рис.2.

Даний алгоритм отримав назву алгоритму одиночного дерева. Він був застосований для кодування зображень. При цьому на кожному етапі зображення ділилося на чотири субсмугі (структура, звана квадродрева вейвлет-коефіцієнтів). При застосуванні цього алгоритму для цілей стиску не можна забувати про необхідність передавати декодера інформацію про структуру дерева.

Одним з методів може бути посилка декодера одного біта, що вказує, проводилася чи ні декомпозиція вихідного зображення. Якщо так, то посилаємо ще чотири біта, що вказують рішення по розподіленню кожної з субсмуг.

Легко показати, що для дерева максимальної глибини d число додаткових біт не перевищує $N = \sum_{k=1}^d 4^{k-1} = \frac{1}{3}(4^d - 1)$. Скажімо, при 4-рівневому розбитті зображення розміром 512x512 потрібно 85 біт або приблизно 0.000324 біт/піксель, що зовсім небагато.

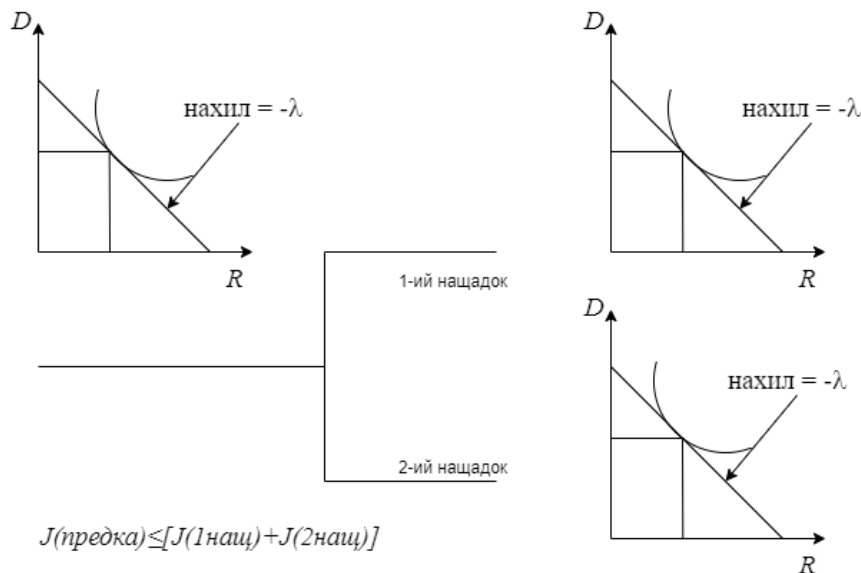


Рис. 2. Ухвалення рішення в алгоритмі одиночного дерева

4.2. Алгоритм подвійного дерева

Хоча вейвлет-пакети є більш гнучким засобом декомпозиції сигналів, ніж вейвлет-перетворення, вони не змінюються, а значить, і не адаптуються в часі (просторі). Ряд важливих класів сигналів (мова, зображення) є нестационарними в часі і вимагають більш гнучкого розкладу. Наприклад, для зображення адаптація може бути досягнута шляхом виконання просторової сегментації і застосування алгоритму одиночного дерева до кожного сегменту. Це призводить до просторово постійно змінюваних вейвлет-пакетів. Швидкий алгоритм, що дозволяє досягти подібного розбиття, отримав назву алгоритму подвійного дерева. Алгоритм подвійного дерева заснований на спільному пошуку найкращого (бінарної) просторової сегментації і частотного розбиття для кожного сегмента сигналу. Даний алгоритм базується на теорії просторово змінюються блоків фільтрів. Дамо коротке пояснення роботи алгоритму на прикладі одновимірної декомпозиції (рис.5.3), маючи на увазі, що перехід до двовимірному нагоди елементарній.

Припустимо, що сигнал містить чотири субсмузі - A, B, C, D. Ми можемо побудувати одиночне дерево для всього сигналу (ABCD), для двох його половинок після виконання сегментації (AB або CD) або для кожної з чвертей (A, B, C, D). Зрештою, ми отримаємо надмірне уявлення сигналу – структуру подвійного дерева, деревоподібну сегментацію в часі і частоті. Для спільного пошуку найкращої сегментації в часі і кращого базису вейвлет-пакетів для кожного сегмента виконується наступне. Для кожного можливого часового сегмента довжиною, кратною ступеня двійки, виконується розкладання за допомогою вейвлет-пакетів. Знайдені значення вартостей Лагранжа сегментів записуються у вигляді бінарного дерева. Далі до одержали дереву застосовують алгоритм одиночного дерева для знаходження найкращої сегментації.

Може бути показано, що число додаткових біт, яке необхідно надіслати декодера для дерева максимальної глибини d , визначається за формулою $N = \sum_{k=1}^{d-1} 4^k$. Для зображення розміром 512x512 і дерева глибиною 5 число біт складає 341 або 0.0013 біт/піксель.

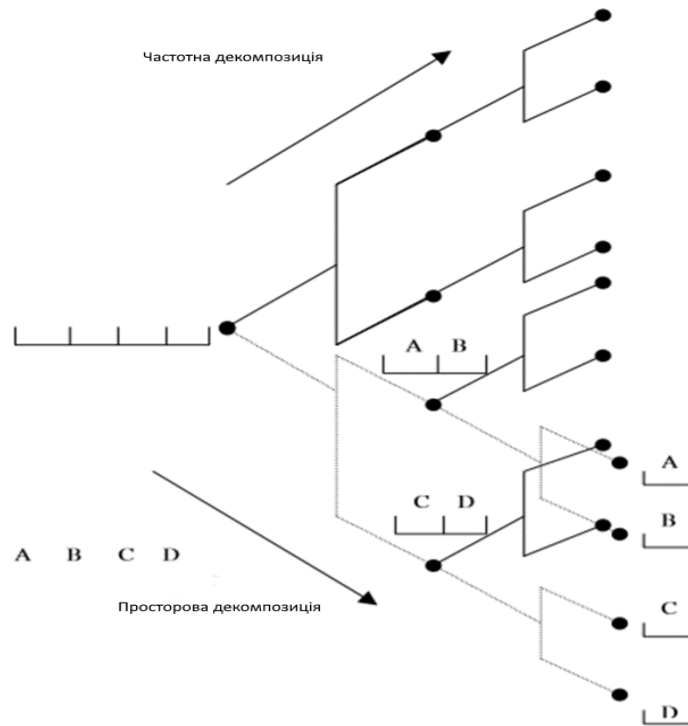


Рис. 3. Повний подвійне дерево глибиною 2 для одновимірному сигналу. Суцільні лінії показують частотне дерево, штрихові – просторове

4.3. Частотно-часове дерево

Алгоритм подвійного дерева володіє певною асиметрією. Справді, дерева в частотній області будуються над часовими сегментами, але не навпаки. Частотно-часове дерево має структуру квадродерева. Ми бачимо, що кожен батьківський вузол має дві пари нащадків: часові і частотні сегменти. Обрізання цього дерева здійснюється шляхом порівняння значень функції вартості Лагранжа. Порівняння виконується для просторової і частотної пари на кожному вузлі в напрямку від листя дерева до його вершини. В результаті виконання алгоритму виходить оптимальне двійкове дерево розбиття по частоті і по часу повної глибини. У цьому його відмінність від алгоритму одиночного дерева, де обрізане дерево має, як правило, неповну глибину. Різниця між алгоритмами одиночного, подвійного і частотно-часового дерева може бути легко з'ясована, якщо поглянути на розбиття частотно-часовій площині, вироблене ними (рис. 4).

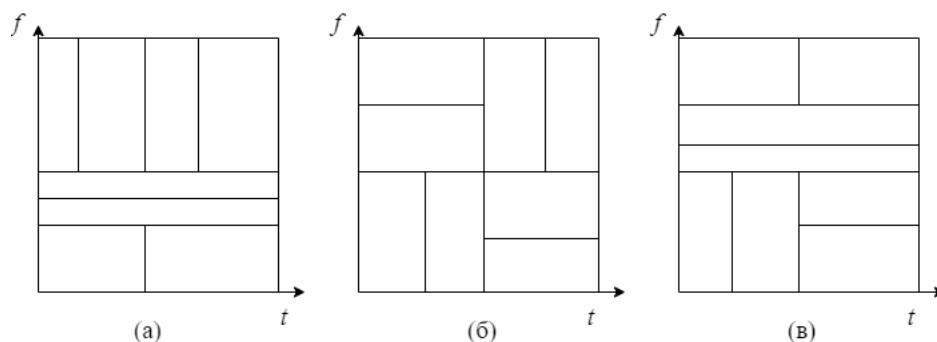


Рис. 4. Приклади розбиття, що досягаються різними алгоритмами: (а) алгоритм одиночного дерева; (б) алгоритм подвійного дерева; (в) алгоритм частотно-часового дерева

Відзначимо, що на рис. 4 (а) кожний розподіл по частоті відноситься до всього сигналу, так як структура дерева не змінюється в часі. Розбиття, показане на рис. 4(б), неможливо

отримати за допомогою алгоритму одиночного дерева. Вертикальна лінія посередині відповідає сегментації в часовій області. Відзначимо, що двом половинкам сигналу відповідають різні поодинокі дерева. Розбиття, представленого на рис. 4 (в), можна досягти тільки з використанням алгоритму частотно-часового дерева. Для кодування зображень алгоритм частотно-часового дерева нескладно перенести на двовимірний випадок. Тоді виходить просторово-частотне дерево. Недоліком розглянутих алгоритмів є принципове обмеження двійкової сегментацією в часі. Звідси впливає також чутливість часової сегментації до зрушень вихідного сигналу. Для ліквідації цієї чутливості відомий алгоритм, заснований на динамічному програмуванні і названий деревом гнучкою просторової сегментації. При цьому розбиття в частотній області залишається бінарним, так як використовується двоканальний блок фільтрів. Даний алгоритм включає в себе як окремі випадки все вище розглянуті алгоритми. Основним недоліком його є неможливість простого перенесення алгоритму на двовимірний випадок для кодування зображень.

4.4. Порівняння обговорюваних алгоритмів

Порівняння алгоритмів зробимо за такими параметрами: 1) розмірність бібліотеки базисних функцій, серед яких здійснюється пошук найкращої; 2) обчислювальна складність; 3) ефективність кодування реальних зображень.

4.4.1. Розмірність бібліотеки базисів. Може бути показано, що для одновимірного сигналу довжиною N при застосуванні двоканального блоку фільтрів число базисів $S(N)$, які перебираються алгоритмом одиночного дерева, обчислюється рекурсивно:

$$S(N) = [S(N/2)]^2 + 1, \quad (2)$$

з $S(2)=2$.

Це впливає з таких міркувань. Будь-яке бінарне дерево може бути представлено у вигляді суми двох субдерев висотою на 1 менше. Якщо кількість базисів в цих субдеревах $S(N/2) =$, то кількість базисів у всьому дереві $(N) = [S(N/2)]^2 + 1$. Для спрощення аналізу алгоритму подвійного дерева припустимо, що використовуються фільтри Хаара, так як в цьому випадку не потрібно застосування граничних фільтрів.

Аналогічно попередньому випадку може бути показано, що кількість які перебираються базисів

$$D(N) = [D(N/2)]^2 + S(N) - S(N/2), \quad (3)$$

з $D(2)=2$, а $(N) - S(N/2)$ - кількість «нових» базисів одиночного дерева, коли немає просторової сегментації.

Кількість базисів для частотно-часового дерева може бути обчислено аналогічно (для фільтрів Хаара):

$$B(N) = 2[B[N/2]]^2 - [B[N/4]]^4, \quad (4)$$

з $B(2)=2$. У разі використання інших фільтрів кількість базисів збільшується за рахунок застосування граничних фільтрів або періодичного розширення сигналу і стає рівним $B(N) = 2[B[N/2]]^2$.

Для алгоритму гнучкої часової сегментації кількість базисів

$$F(N) = \sum_{i=1}^{\lceil \log N \rceil} (S(2^i) - S(2^{i-1})) F(N - 2^i) \quad (5)$$

з $F(2)=2$ та $S(1)=0$.

У табл. 1 підсумовано кількість базисів, які перебираються різними алгоритмами. Наприклад, при $N=8$ $S(8)=26$, $D(8)=70$, $B(8)=82$, $F(8)=94$; при $N=64$ $S(64)=2,10 \cdot 10^{11}$, $D(64)=9,78 \cdot 10^{14}$, $B(64)=6,41 \cdot 10^{16}$, $F(64)=1,06 \cdot 10^{17}$. Звичайно, для двовимірного випадку кількість базисів значно більше.

Порівняння кількості базисів, які перебираються різними алгоритмами

одиначне дерево	$S(N) = [S(N/2)]^2 + 1, S(2)=2$
подвійне дерево	$D(N) = [D(N/2)]^2 + S(N) - S(N/2)$
частотно-часове дерево	$B(N) = 2[B[N/2]]^2 - [B[N/4]]^4$
дерево гнучкої часової сегментації	$F(N) = \sum_{i=1}^{\lceil \log N \rceil} (S(2^i) - S(2^{i-1})) F(N - 2^i)$

4.4.2. Обчислювальна складність алгоритмів та ефективність кодування зображень. Для одновимірного сигналу довжиною N і дерева максимальною висотою d обчислювальна складність алгоритму одиначного, подвійного і частотно-часового дерева буде $O(Nd)$, $O(Nd^2)$, $O(Nd^d)$ відповідно. Обчислювальна складність алгоритму гнучкою сегментації – $O(NM^2d)$, де M - максимальне число сегментів ($N=ML$).

При аналізі використання запропонованих методів для кодування двох тестових зображень встановлено, що застосування адаптивних алгоритмів дозволяє до 10% покращити значення пікового відношення сигналу до шуму при низьких швидкостях кодування.

5. Висновки

У статті наведено результати аналізу можливості використання адаптивних перетворень, що на основі введеної функції вартості реалізують довільне розбиття частотно-часової площини сигналу. Для цього було вирішено ряд окремих завдань, в результаті чого отримані такі наукові результати.

1. Були розглянуті адаптивні ортогональні перетворення, побудовані на базі вейвлет-перетворень. Під адаптивністю тут розуміється автоматичний вибір базису для сигналів як в частотній, так і в просторовій областях.

2. Проаналізовані методи, що дозволяють здійснювати адаптацію в частотній області (вейвлет-пакети – алгоритм одиначного дерева), спочатку в часовій, потім в частотній (алгоритм подвійного дерева) та одночасно в обох областях (алгоритм частотно-часового дерева). Недоліком цих методів є обмеження на бінарне розбиття в часовій області. Від цього недоліку вільний метод гнучкої сегментації, заснований на динамічному програмуванні.

3. В статті показано кількість базисів, які перебираються кожним алгоритмом, обчислювальна складність і ефективність застосування для стиснення зображень. Загальна тенденція така, як і слід було очікувати: чим складніше обчислювальні ресурси алгоритмів, які реалізують методи, що запропоновані, тим вища їх ефективність. Таким чином, перспективи застосування того чи іншого методу залежать від їх конкретних додатків.

4. Ймовірно, кращі результати можуть бути досягнуті, якщо відокремити процес сегментації від перетворення за допомогою пакетів вейвлетів. В даний час розроблені ефективні алгоритми сегментації, які можуть бути з успіхом застосовані. Після сегментації кожен сегмент приводиться до прямокутного виду, і над ним виконується перетворення з використанням пакетів вейвлетів.

5. Подальші дослідження вбачаються у визначенні перспектив застосування запропонованих методів для конкретних додатків.

References

1. M. Kuwaiti, N. Kyriakopoulos, and S. Hussein. (2007) "Network dependability, fault-tolerance, reliability, security, survivability: A framework for comparative analysis", in 2007 *Int. Conf. on Computer Engineering and Systems, IEEE Xplore*, Cairo, Egypt, Febr.26, 2007, INSPEC: 9232341. DOI:10.1109/ICCES.2006.320462
2. A. Villemeur (1992). *Reliability, Availability, Maintainability and Assessment*. Vol. 1. *Methods and Techniques*. John Wiley&Sons.
3. A. Ismail, W. Jung. (2013) "Research trends in automotive functional safety", in 2013 *Int.*

Conf. on Quality, Reliability, Risk, Maintenance, and Safety Engineering (QR2MSE), Chengdu, China.

4. V. Mukhin, N. Kuchuk, N. Kosenko, H. Kuchuk, and V. Kosenko. (2020) "Decomposition method for synthesizing the computer system architecture", *Advances in Intelligent Systems and Computing (AISC)*, vol.938, pp.289-300.

5. V. Merlac, S. Smatkov, N. Kuchuk, and A. Nechausov, (2018) "Recourses distribution method of university e-learning on the hyperconvergent platform", *Conf. Proc. of 2018 IEEE 9th Int. Conf. on Dependable Systems, Service and Technologies. DESSERT'2018*, Kyiv, May 24-27, pp.136-140.

6. N. Kuchuk, O. Mozhaiev, M. Mozhaiev, and H. Kuchuk, (2017) "Method for calculating of R-learning traffic peakedness", in *Proc. 2017 4th Int. Sci.-Pract. Conf. Problems of Information Science and Technology (PICSandT)*, pp.359-362.

7. P. Brémaud. (2002) *Mathematical Principles of Signal Processing: Fourier and Wavelet Analysis*. Springer.

8. D. L. Donoho and X. Huo. (2001) Beamlets and multiscale image analysis. Preprint.

9. A. Gersho and R. M. Gray. (1992) "Vector Quantization and Signal Compression." Kluwer Academic Publishers, Norwell, MA.

10. Mashkov O.A., Sobchuk V.V., Barabash O.V., Dakhno N.B., Shevchenko H.V. and Maisak T.V. (2019), "Improvement of variational-gradient method in dynamical systems of automated control for integro-differential models". *Mathematical Modeling and Computing*. Vol. 6. No. 2. P. 344 – 357.

11. Barabash O.V., Dakhno N.B., Shevchenko H.V. and Majsak T.V. (2017), "Dynamic Models of Decision Support Systems for Controlling UAV by Two-Step Variational-Gradient Method". *Proceedings of 2017 IEEE 4th International Conference "Actual Problems of Unmanned Aerial Vehicles Developments (APUAVD)"*, October 17-19, 2017, Kyiv, Ukraine. National Aviation University. P. 108 – 111.

12. Barabash O.V., Bodrov S.V. and Musienko A.P. (2014), "Analysis of the construction of a network of video surveillance of customs observation posts based on a functionally stable system". *Scientific and practical journal "Communication"*. Issue 2. P. 8 – 11.

13. Mashkov O.A. and Barabash O.V. (2005), "Assessment of functional stability of distributed information and control systems". *Physical and mathematical modeling and information technology: Collection of scientific works*. Lviv, Center for Mathematical Modeling of the Institute of Applied Problems of Mechanics and Mathematics named after Ya.S. Pidstryhach of the NAS of Ukraine. Issue. 1. P. 159 – 165.

14. Barabash O.V. Durniak B.V., Mashkov O.A., Obidin D.M. (2012), "Ensuring the functional stability of complex technical systems". *Modeling and information technology: Coll. Science*. Kyiv, Institute of Modeling Problems in Energy named after G. Pukhov NAS of Ukraine. Issue 64. P. 36 – 41.

15. V. K. Goyal, J. Zhuang, and M. Vetterli. (2000) Transform coding with backward adaptive updates. *IEEE Trans. Inf. Theory*, 46(4):1623–1633, July 2000.

16. J. Kovacević, V. K. Goyal, and M. Vetterli. (2014) "Fourier and Wavelet Signal Processing." Cambridge Univ. Press.

17. G. Strang and G. Fix. (2008) "An Analysis of the Finite Element Method." Wellesley-Cambridge Press, 2nd edition, 2008.

18. M. Unser. (1999) Splines: A perfect fit for signal and image processing. *IEEE Signal Process. Mag.*, 16(6):22–38, November 1999.

19. D. Wilkie, (1980) "Pictorial representation of Ken-dall's rank correlation coefficient", *Teachmg Statistics*, vol.2, pp.76-78.

20. O. Kliuiev, O. Uhrovetskyi, E. Simakova-Yefremian, M. Mozhaiev, O. Mozhaiev. (2019) Method of forensic research on image for finding touch up on the basis of noise entropy. *2019 3rd International Conference on Advanced Information and Communications Technologies (AICT)*. Lviv, Ukraine. 2-6 July 2019.