

Замрій І.В., Собчук А.В. Державний університет телекомунікацій, Київ
Лаптев С.О., Лаптева Т.О. Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ
Копитко С.Б. Державний університет інтелектуальних технологій і зв'язку, Одеса

АЛГОРИТМ КОНТРОЛЮ ТА ПРОГНОЗУВАННЯ ФУНКЦІОНАЛЬНОЇ СТІЙКОСТІ СКЛАДНИХ ІНФОРМАЦІЙНО-ТЕХНІЧНИХ СИСТЕМ

Анотація: Досліджено характеристики поведінки складних технічних систем, що реалізують властивість функціональної стійкості цих систем. Розглянуто одну з можливих постановок задач планування експлуатації складних технічних систем, що виникають у межах функціонально-параметричного напрямку теорії ризиків. Показано, що на основі розроблених алгоритмів мінімаксного оцінювання технічного стану з використанням ідеї еліпсоїдального оцінювання можна реалізувати гарантуючу стратегію управління ризиками несанкціонованих впливів. Запропонований підхід дозволяє здійснювати прогноз навіть при невеликій кількості вимірювань параметрів, не вимагає відомостей про стохастичні властивості помилок вимірювань та інших перешкод, має адаптивні властивості. Наведено умови забезпечення функціональної стійкості технологічного процесу й описано практичні рекомендації щодо застосування даних умов для прийняття рішень при практичній реалізації виробничих процесів. Забезпечення функціональної стійкості виробничих процесів нині є однією з найважливіших задач. В даний час запропоновано багато різних методів для забезпечення високого рівня функціональної стійкості, однак дана проблематика вимагає постійного вдосконалення та розвитку нових підходів. З метою вдосконалення і розробки методів організації виробничих процесів, що забезпечують функціональну стійкість технологічних процесів завдяки реалізації індивідуальної стратегії експлуатації технічних систем запропоновано підхід до формування стратегії управління експлуатацією, що забезпечує функціональну стійкість відповідних систем. Досліджено індивідуальну стратегію планування експлуатації технічних систем в залежності від їх фактичного стану з урахуванням особливостей даної конкретної системи. Запропонований підхід доцільно використовувати при плануванні функціонально стійкої експлуатації складних технічних систем відповідального призначення, відмови яких пов'язані зі значними матеріальними втратами чи катастрофічними наслідками.

Ключові слова: функціональна стійкість, параметр, складна технічна система, вимірювання, оцінка стану, прогнозування, експлуатація.

Zamrii I.V., Sobchuk A.V. State University of Telecommunications, Kyiv
Laptiev S.O., Laptieva T.O. Taras Shevchenko Kyiv National University, Kyiv
Kopytko S.B. State University of Intellectual Technologies and Communication, Odesa

ALGORITHM FOR CONTROL AND FORECASTING OF THE FUNCTIONAL STABILITY OF COMPLEX INFORMATION-TECHNICAL SYSTEMS

Abstract: The characteristics of the behavior of complex technical systems that realize the property of functional stability of these systems were studied. One of the possible statements of the problems of planning the operation of complex technical systems arising within the functional-parametric direction of risk theory is considered. It is shown that on the basis of the developed algorithms of the minimax assessment of the technical condition using the idea of ellipsoidal assessment, it is possible to implement a guaranteeing strategy for managing the risks of unauthorized influences. The proposed approach allows forecasting even with a small number of parameter measurements, does not require information about the stochastic properties of measurement errors and other obstacles, and has adaptive properties. The conditions for ensuring the functional stability of the technological process are given and practical recommendations for applying these conditions for decision-making in the practical implementation of production processes are described. Ensuring the functional stability of production processes is one of the most important tasks today.

Currently, many different methods have been proposed to ensure a high level of functional stability, but this problem requires constant improvement and development of new approaches. In order to improve and develop methods of organizing production processes that ensure the functional stability of technological processes thanks to the implementation of an individual strategy for the operation of technical systems, an approach to the formation of an operation management strategy that ensures the functional stability of the relevant systems is proposed. An individual strategy for planning the operation of technical systems was studied, depending on their actual state, taking into account the features of this specific system. The proposed approach is advisable to use when planning the functionally stable operation of complex technical systems of responsible purpose, the failure of which is associated with significant material losses or catastrophic consequences.

Key words: *functional stability, parameter, complex technical system, measurement, condition assessment, forecasting, operation.*

1. Вступ

Проблема попередження відмов та зниження ризиків враження критичної інформаційної інфраструктури складних технічних систем набуває особливої актуальності стосовно технічних об'єктів відповідального призначення, відмови яких пов'язані з великими матеріальними втратами чи катастрофічними наслідками. Здебільшого це складні технічні системи, що виготовляються в лімітованій кількості, що експлуатуються в специфічних умовах і реалізують екстремальні технології.

Розв'язання задач функціональної стійкості та відмовостійкості систем відповідального призначення критичної інфраструктури (СВПКІ) значною мірою залежить від можливості моніторингу та прогнозування їх технічного стану та/або залишкового ресурсу [1–4].

Під моніторингом розуміється процес отримання та первинної обробки інформації про технічний стан елементів, фактори зовнішнього та внутрішнього середовища, які впливають, і реалізуються СВПКІ при реалізації експлуатаційних процесів за їх функціональним призначенням. Дані моніторингу є важливим елементом розв'язання задачі оцінки функціональної стійкості (залишкового ресурсу, запасу працездатності), прогнозування зміни технічного стану у процесі експлуатації та зниження ризику виникнення аварійних ситуацій. Тобто важливо отримати оцінку, яка гарантує функціональну стійкість технологічного процесу, власне до якої міри процес буде виконуватись й система працюватиме за цільовим призначенням до виникнення ризику втрати функціональної стійкості системи.

Проблема запобігання ризиковим подіям (відмовам) СВПКІ пов'язана з рішенням наступних завдань:

- оцінка технічного стану системи в необхідний момент часу (заданий або розрахунковий);
- оцінка запасу функціональної стійкості (працездатності) або залишкового ресурсу у певний момент часу;
- прогнозування витрат ресурсу функціональної стійкості (зміни технічного стану);
- вибір стратегії експлуатації, що гарантує забезпечення функціональної стійкості протягом заданого або розрахованого часу експлуатації.

Вихідною інформацією щодо прийняття рішення про технічний стан системи є виміряні значення її параметрів (оцінки параметрів). При цьому контрольованими можуть бути внутрішні параметри (параметри елементів системи) чи вихідні параметри (параметри стану, показники якості). В обох випадках прийняття рішення здійснюється шляхом безпосереднього порівняння оцінок параметрів із межами області функціональної стійкості (працездатності протягом всього періоду, коли функціонування системи за основним призначенням має бути беззастережно забезпечене) [5]. Міру віддаленості параметрів від

меж допустимих змін можна використовувати для оцінки запасу функціональної стійкості чи залишкового ресурсу (запасу працездатності) на момент контролю.

Важливу роль при розв'язанні проблеми запобігання відмовам СВПКІ відіграє прогнозування витрати ресурсу (зміни технічного стану) у процесі експлуатації. Вміння передбачити можливий момент настання критичної (ризикової) події (відмови) та вжити необхідних заходів щодо запобігання відмови особливо важливо, якщо втрата функціональної стійкості (працездатності) системи пов'язана з великими матеріальними втратами чи катастрофічними наслідками. Разом з тим специфіка експлуатації багатьох СВПКІ не дозволяє вирішити це завдання навіть при безперервному контролі технічного стану, оскільки протягом певних проміжків часу експлуатації технічне обслуговування стає неможливим (виробничого центру промислового підприємства – під час випуску продукції, літальних апаратів – під час польоту, надводних та підводних суден – під час рейсу, радіоелектронної апаратури – протягом сеансу зв'язку або стеження за ціллю тощо).

Для багатьох складних технічних систем неперервний контроль здійснити неможливо, а при не дискретному контролі кожна оцінка їх фактичного стану часто пов'язана з суттєвими матеріальними витратами. У таких випадках прогнозування дозволяє розв'язувати задачу визначення оптимальних моментів контролю, у проміжках між якими забезпечуватиметься властивість функціональної стійкості системи.

Основні труднощі під час розв'язання задачі прогнозування для синтезу превентивної стратегії експлуатації за станом пов'язані з тим, що прогноз доводиться здійснювати для кожного об'єкта індивідуально, при малих обсягах вихідної інформації (за невеликим набором результатів контролю), та за наявності перешкод (помилки контролю), статистичні властивості яких достовірно невідомі. У цих умовах класичні методи математичної статистики та теорії випадкових процесів втрачають свої привабливі властивості, а їх використання для прогнозування призводить до суттєвих помилок та невисокої достовірності прогнозу.

2. Аналіз останніх досліджень і постановка проблеми

Аналіз умов побудови та функціонування інформаційної системи з розподіленими у просторі динамічними об'єктами управління показав, що відомі властивості складних технічних систем, такі як надійність, живучість, стійкість, в цілому характеризують функціонування інформаційної системи при дії відмов і збоїв, але не дозволяють повною мірою описати процеси функціонування в умовах значних руйнувань, дії потоків відмов і несправностей, можливих умисних дій, а також помилок обслуговуючого персоналу чи інших внутрішніх і зовнішніх дестабілізуючих чинниках [6, 7]. Тому, доцільно розглядати таку властивість складних технічних систем, як функціональна стійкість. Функціональна стійкість будь якої розподіленої інформаційної системи – це її властивість перебувати в стані працездатності, тобто виконувати необхідні функції протягом заданого інтервалу часу або наробітку в умовах відмов складових частин через зовнішні і внутрішні дестабілізуючі впливи. Функціональна стійкість забезпечується застосуванням у складній технічній системі різних, вже існуючих видів надмірності (структурної, часової, інформаційної, функціональної, навантажувальної та ін.) шляхом їх перерозподілу з метою парирування наслідків позаштатних ситуацій [8-11].

За допомогою інформаційних систем можна забезпечити підвищення продуктивності праці усіх виробничих центрів при зменшенні числа зайнятих у виробництві людей та значному зменшенні частки ручної праці [6, 8]. За негативного впливу зовнішніх та внутрішніх дестабілізуючих факторів модулі систем можуть виходити з ладу. Проте, системи повинні функціонувати в автономному режимі протягом заданого часу. Під зовнішніми та внутрішніми дестабілізуючими факторами розуміються відмови, збої модулів системи, механічні пошкодження, теплові впливи, помилки обслуговуючого персоналу. Основними етапами забезпечення функціональної стійкості є виявлення модуля, який відмовив при

контролі, діагностування модуля, який відмовив та відновлення функціонування інформаційної системи підприємства [12-13].

Відомо, що математична модель, яка описує формалізований процес функціонування складної технічної системи, зокрема, інформаційної системи підприємства, включає в себе лише основні характеристики. Додаткові характеристики в таких моделях не розглядаються. При розгляді функціональної стійкості систем головним завданням є визначення стану відмови системи. Тому процес функціонування розглядається як процес послідовної зміни станів [14]. Відтак гострою є проблема розробки алгоритму побудови стратегії планування експлуатації складних технічних систем, яка б гарантувала їх стійку роботу.

3. Мета і задачі дослідження

Зважаючи на результати аналізу та наявні рішення в галузі проектування СВПКІ визначимо, що метою даної публікації є детальне вивчення однієї з постановок задач планування експлуатації складних технічних систем, що виникають у межах функціонально-параметричного напрямку теорії ризиків. Розробити алгоритм мінімаксного оцінювання технічного стану з використанням ідеї еліпсоїдального оцінювання для реалізації гарантуючої стратегії управління ризиками несанкціонованих впливів.

4. Індивідуальне прогнозування та управління ризиками

Для складних технічних систем відповідального призначення стратегія управління несанкціонованих впливів, повинна враховувати індивідуальні особливості кожної конкретної системи та її умов експлуатації. Таку стратегію та відповідні їй ризики називатимемо індивідуальними. Ефект від використання індивідуальної стратегії управління ризиками визначається такими головними факторами:

- можливістю найбільшою мірою використовувати ресурс кожної конкретної системи, що досягається зменшенням числа передчасних втручань у її роботу;
- можливістю запобігання ризиковим подіям (відмовам), що викликаються виходом визначальних параметрів системи за межі області функціональної стійкості (працездатності), що досягається своєчасним припиненням експлуатації або проведенням профілактичних заходів.

Індивідуальне управління ризиками можливе за умови отримання поточної інформації про дійсний технічний стан кожної системи, тобто реалізація індивідуального підходу потребує неперервного чи дискретного контролю та аналізу її стану.

В основі індивідуального підходу лежить прогнозування змін параметрів технічного стану системи, яке здійснюється за результатами контролю. Прогнозування стану по одній реалізації, тобто за спостереженнями за однією конкретною системою, може проводитись тільки за наявності відомих апіорних характеристик процесів, які протікають в аналогічних системах (моделі випадкового процесу дрейфу параметрів), та даних про характеристики помилок контролю та перешкод.

Планування моментів проведення контролю на заданому інтервалі експлуатації можна розглядати як ключовий елемент задачі управління ризиками несанкціонованих впливів (управління експлуатацією) [14]. Задача зводиться до пошуку найбільш раціонального плану спостережень, що містить тільки мінімально необхідні елементи, виконання якого спрямоване на якомога повніше використання потенційного експлуатаційного ресурсу СВПКІ.

Для подолання труднощів, які при цьому виникають варто використовувати мінімаксний підхід, тобто розрахунок на «найгірший» випадок. Зазначений підхід до розв'язання задачі прогнозування стану пов'язаний не з мінімізацією середнього ризику за Байесом (як у фільтрах калманівського типу – працюють рекурсивно на потоках зашумлених вхідних даних, і видають статистично оптимальну оцінку базового стану системи), а з мінімізацією максимального ризику. При цьому обсяг вибірки, що обробляється, може бути малим, а її ймовірнісні властивості невідомими.

Нехай процес зміни технічного стану інформаційної системи відповідального призначення критичної інфраструктури у процесі її експлуатації $x(t)$ досить добре описується наступною моделлю:

$$x(t) = A \cdot F(t) + e(t), \quad t \in T, \quad (1)$$

де T – інтервал експлуатації, тобто інтервал на якому має місце властивість функціональної стійкості системи – система безвідмовно функціонує за своїм основним призначенням; $F(t) = \{f_j(t)\}_{j=0}^m$ – непевні детерміновані функції; $A = \|a_{ij}\|_{i=1, j=0}^{n,m}$ – матриця невизначених (випадкових) коефіцієнтів; $e(t) = \{e_i(t)\}_{i=0}^n$ – невідомі помилки моделі, область можливих варіацій яких може бути представлена як канонічний еліпсоїд $\mathcal{E}(t)$:

$$\mathcal{E}(t) = \{e(t): e(t)^T \cdot B(t)^{-1} \cdot e(t)\}, \quad t \in T, \quad (2)$$

де $B(t)$ – відома симетрична додатновизначена матриця.

Співвідношення (1) можна інтерпретувати як розклад процесу експлуатаційних змін параметрів складної технічної системи за відомим детермінованим базисом.

На інтервалі спостережень $T_{\mathcal{K}} \subseteq T$ технічний стан системи $x(t)$ можна контролювати за помилками $e(t)$. При цьому результати контролю утворюють послідовність

$$Q(t_k) = x(t_k) + \xi(t_k), \quad k = \overline{1, \mathcal{K}}. \quad (3)$$

Вважатимемо, що стохастичні властивості перешкоди $\xi(t)$ невизначені, а відома лише область їх можливих значень. Відповідна область може бути представлена як для помилок моделі, яку ми використовуємо $e(t)$ у вигляді канонічного еліпсоїда $\mathcal{E}^*(t)$

$$\mathcal{E}^*(t) = \{e(t): e(t)^T \cdot R(t)^{-1} \cdot e(t) \leq 1\}, \quad t \in T_{\mathcal{K}} \subseteq T, \quad (4)$$

де $R(t)$ – відома симетрична додатновизначена матриця.

На практиці в переважній більшості випадків обмеження вигляду (4) можна отримати виходячи, наприклад, з класу точності вимірювального обладнання [5].

Стосовно моделі (1) задача оцінки (або прогнозу) технічного стану системи зводиться до визначення за деякою сукупністю вихідних даних оцінок невідомих коефіцієнтів $\|a_{ij}\|_{i=1, j=0}^{n,m}$.

Такі оцінки можна отримати з допомогою мінімаксних алгоритмів прогнозу стану. Застосування мінімаксного принципу (розрахунків на «найгірший» випадок) може дозволити подолати вплив невизначених факторів, які створюють перешкоди, на якість оцінок прогнозу стану технічних об'єктів.

При цьому алгоритми мінімаксного (гарантованого) прогнозу стану спрямовані на побудову гарантованих границь зміни параметрів технічного стану системи $x(t)$ при $t \in T \setminus T_{\mathcal{K}}$, тобто на отримання інтервальної оцінки $x(t)$, або знаходження точкових оцінок $x(t)$ з гарантованою максимально можливою помилкою оцінювання.

При побудові алгоритмів мінімаксної оцінки коефіцієнтів $\|a_{ij}\|_{i=1, j=0}^{n,m}$ доцільно використовувати рекурентну форму обробки інформації. При цьому зникає необхідність запам'ятовувати великі масиви вхідних даних i , водночас, дає можливість використовувати для розв'язання, задачі синтезу стратегії спостережень результати, яких отримані в області теорії керування [15].

Розглянемо задачу побудови рекурентних алгоритмів мінімаксного оцінювання (прогнозу) технічного стану СВПКІ.

Фактично описуючи (апроксимуючи) області можливих значень помилок спостереження еліпсоїдом $\mathcal{E}^*(t)$ алгоритм розв'язання задачі пошуку мінімаксних оцінок

$\|a_{ij}\|_{i=1,j=0}^{n,m}$ полягає в знаходженні на кожному кроці контролю еліпсоїда мінімального об'єму

$$\mathcal{G}^*(t_k) = \mathcal{G}(\mathcal{h}_k^*, \mathcal{X}_k^*), \quad (5)$$

де \mathcal{h}_k^* – координати центру еліпсоїда, \mathcal{X}_k^* – симетрична додатновизначена матриця

$$\mathcal{G}(t_k) \cap \mathcal{E}^*(t_k), \text{ де } \mathcal{G}(t_k) \Leftrightarrow \mathcal{G}(\mathcal{h}_k, \mathcal{X}_k);$$

$$\mathcal{E}^*(t_k) = \left\{ (Q(t_k) - A \cdot F(t_k))^T \cdot R^{-1}(t_k) \cdot (Q(t_k) - A \cdot F(t_k)) \leq 1 \right\}, \quad t_k \in T_{\mathcal{X}} \setminus T_m.$$

При відсутності розходжень між реальним процесом $x(t)$ і його модельним представленням $\mathcal{G}^*(t_k)$ можуть бути знайдені мінімаксні або гарантовані оцінки $x(t)$, $t \geq t_k$. Якщо ж $x(t)$ лише наближено задовольняє співвідношення (1), то вплив помилок моделі призведе до зниження достовірності результатів прогнозу, отриманих в області $\mathcal{G}^*(t_k)$. Для усунення цього впливу в модель (1) можна ввести додаткову складову – матрицю Ψ розмірності $n \times (m + 1)$, значення якої лежать у відомому канонічному еліпсоїді $\Phi(0, \mathcal{W})$, де \mathcal{W} – додатновизначена симетрична матриця. Область $\Phi(0, \mathcal{W})$ забезпечує необхідну корекцію. Однак $\{\Phi(0, \mathcal{W}) + \mathcal{G}^*(t_k)\}$ в загальному випадку не є еліпсоїдом. При побудові гарантованих оцінок $x(t_{k+1})$ її доцільно апроксимувати еліпсоїдом найменшого об'єму

$$\mathcal{G}^{**}(t_{k+1}) \Leftrightarrow \mathcal{G}(\mathcal{h}_{k+1}^{**}, \mathcal{X}_{k+1}^{**}), \quad (6)$$

де \mathcal{h}_{k+1}^{**} – координати центру еліпсоїда, \mathcal{X}_{k+1}^{**} – симетрична додатновизначена матриця.

Основою для формування $\mathcal{G}^{**}(t_{k+1})$ фактично слугує область $\mathcal{G}(\mathcal{h}_k^*, \mathcal{X}_k^*)$. Зокрема, при

$$\Phi(0, \mathcal{W}) \in \mathcal{G}(\mathcal{h}_k^*, \mathcal{X}_k^*)$$

еліпсоїд $\mathcal{G}^*(t_k) \equiv \mathcal{G}^{**}(t_k)$ і $\mathcal{h}_k^* \equiv \mathcal{h}_{k+1}^{**}$, $\mathcal{X}_k^* \equiv \mathcal{X}_{k+1}^{**}$. При цьому умова $\Phi(0, \mathcal{W}) + \mathcal{G}^*(t_k)$ еквівалентна

$$\eta \leq -(n \cdot (m + 1))^{-1},$$

де $n \times (m + 1)$ – розмірність матриці A в моделі (1):

$$\eta = (1 - \mu) \left[\mu^2 \cdot \sqrt{(\mathcal{X}_k \cdot v, v)} \right]^{-1};$$

$$v = V^T(t_k) \cdot R^{-1}(t_k) \cdot (Q(t_k) - A \cdot F(t_k)),$$

де $V(t_k)$ – матриця розмірності $n \times ((n + 1)(m + 1))$, складається послідовним зсувом по рядках на $i \cdot (m + 1)$ позицій транспонованого вектора $\{f_j(t_k)\}_{j=0}^m$ (i – номер рядка в матриці $V(t_k)$);

$$\mu = \left(R^{-1}(t_k) \cdot (Q(t_k) - A \cdot F(t_k)), (Q(t_k) - A \cdot F(t_k)) \right)^{-\frac{1}{2}}.$$

Якщо $\eta \in [-(n(m + 1))^{-1}, 1]$, то

$$\mathcal{h}_k^* = \mathcal{h}_k + \frac{\eta \cdot n(m + 1) + 1}{n(m + 1) + 1} \cdot \frac{\mathcal{X}_k \cdot v}{\sqrt{(\mathcal{X}_k \cdot v, v)}}; \quad (7)$$

$$\mathcal{X}_{k+1}^* = \left(\frac{(n(m + 1))^2 - 1}{(n(m + 1))^2 (1 - \eta^2)} \cdot \mathcal{X}_k^{-1} + \frac{2(\eta + 1)(n(m + 1) + 1)}{(n(m + 1))^2 (1 - \eta^2)(1 - \eta)} \cdot \frac{v * v}{(\mathcal{X}_k \cdot v, v)} \right)^{-1};$$

$$\mathcal{H}_{k+1}^{**} = \mathcal{H}_k^*, \quad \mathcal{X}_{k+1}^{**} = (\beta^{-1} + 1) \cdot B(t_k) + (\beta + 1) \cdot \mathcal{X}_{k+1}^*,$$

де β – єдиний додатний корінь рівняння

$$\sum_{s=0}^{n(m+1)} \frac{1}{\lambda_s + \beta} = \frac{n(m+1)}{\beta(\beta+1)}; \quad (8)$$

$\lambda_s, s = \overline{0, n(m+1)}$ – корені рівняння $\det(B(t_k) - \lambda \cdot \mathcal{X}_{k+1}^*) = 0$.

Для побудови гарантованих оцінок $x(t)$ по області $\mathcal{G}^{**}(t_{k+1})$ можна використати співвідношення

$$\begin{aligned} Z(x(t)) &= V(t) \cdot \mathcal{X}_k^{*-1} \cdot V^T(t), \\ q(x(t)) &= V(t) \cdot \mathcal{H}_{k+1}, \end{aligned} \quad (9)$$

де $Z(x(t))$ – додатновизначена симетрична матриця, яка визначає параметри еліпсоїда для $x(t)$; $q(x(t))$ – координати центру еліпсоїда для $x(t)$.

Відтак рекурентний алгоритм отримання еліпсоїдальних оцінок коефіцієнтів матриці A та прогнозу шуканих параметрів $x(t)$ може бути представлений таким способом:

Крок 1. Ввести вихідні обмеження на коефіцієнти матриці A і $x(t_0)$, а також на помилки моделі і спостережень у вигляді еліпсоїдів.

Крок 2. Уточнення області варіації коефіцієнтів моделі з використанням результатів чергового спостереження за співвідношеннями (7).

Крок 3. Перевірка відповідності параметрів, які оцінюються при спостереженні за співвідношеннями (9).

Крок 4. Обчислення V_1 – об'єму області варіації коефіцієнтів моделі на момент чергового спостереження.

Крок 5. Обчислення V_2 – об'єму області варіації прогнозованих параметрів на момент t^* після чергового спостереження.

Крок 6. Перехід до кроку 2 триває доти, поки є спостереження. В іншому випадку – перехід до кроку 7.

Крок 7. Виведення результатів.

Розглянемо приклад.

Нехай результати контролю параметрів технічного стану системи $x(t) = \{a_1 + a_2 e^{0,001t}; a_3 + a_4 t\}$ в моменти експлуатації (в точках) $t_{m+1} = 500, t_{m+2} = 800, t_{m+3} = 1200$ задають вектори $Q(500) = \{6; 10,6\}, Q(800) = \{6,1; 10,9\}, Q(1200) = \{6,3; 11,4\}$.

З урахуванням трансформації моделі відносно $x(t)$ в модель відносно коефіцієнтів $\{a_1, a_2, a_3, a_4\} = \mathbf{a}$, еліпсоїд корекції моделі $\mathbf{a}(t)$ заданий як $\Phi_{\mathbf{a}}(0, \mathcal{W}_{\mathbf{a}})$, де $\mathcal{W}_{\mathbf{a}}$ – діагональна матриця. Помилки спостереження $\xi(t) \in \mathcal{E}^*(0, R)$, де R – діагональна матриця. При цьому

$$\mathcal{W}_{\mathbf{a}} = \begin{pmatrix} 2,2 \cdot 10^{-3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2,7 \cdot 10^{-6} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 7 \cdot 10^{-3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 7 \cdot 10^{-11} \end{pmatrix}; \quad R = \begin{pmatrix} 2,5 \cdot 10^{-4} & 0 \\ 0 & 2,8 \cdot 10^{-4} \end{pmatrix};$$

$$V(t) = \begin{pmatrix} 1 e^{0,001t} & 0 \\ 0 & 1 t \end{pmatrix}.$$

Знайдемо гарантовану оцінку $x(t)$ на момент $t_{m+4} = 5000$, якщо $Q(t_{m+4}) = \{35,3; 15,1\}$.

Виконуючи обчислення за алгоритмом еліпсоїдального оцінювання, отримуємо

$$q_{m+4} = \{35,32; 15, 1918\}; \quad Z(t_{m+4}) = \begin{pmatrix} 0,9955 & -0,0025 \\ -0,0025 & 0,0829 \end{pmatrix}.$$

При підстановці у вираз

$$(Q(t_{m+4}) - x(t_{m+4}))^T \cdot Z^{-1}(t_{m+4})(Q(t_{m+4}) - x(t_{m+4})) \leq 1,$$

отримано результат $0,1021 < 1$.

Відтак, отримана оцінка відповідає реальним значенням $x(t_{m+4})$.

5. Модель прогнозування ризиків у різницевій формі

За наведеним прикладом можна судити про збіжність запропонованого рекурентного алгоритму еліпсоїдального оцінювання. При цьому інтегральним критерієм збіжності може слугувати об'єм еліпсоїда помилок коефіцієнтів моделі, що визначається в темпі надходження результатів спостережень. Аналізуючи динаміку зміни зазначеної величини відповідно до початкових даних, неважко помітити, що збіжність у даному випадку фактично лінійна.

При експлуатації СВПКІ важливим є питання про те, коли (у які моменти часу експлуатації) найбільш доцільно проводити вимірювання параметрів, що характеризують їх працездатність. Відповідно, мінімаксий алгоритм планування спостережень параметрів стану СВПКІ повинен визначати моменти часу проведення спостережень та склад вимірюваних параметрів (план спостережень ϑ). Побудову даного алгоритму можна здійснити на основі використання методів варіаційного обчислення, тобто класичних методів умовно глобальної оптимізації.

Побудова програми спостережень на основі рекурентного алгоритму прогнозу стану СВПКІ вимагає приведення моделі виду (1) до різницевої форми. Таке перетворення можна здійснити наступним чином.

У виразі (1) невідомими величинами є коефіцієнти матриці A . В подальшому коефіцієнти матриці A можна розглядати як компоненти шуканого вектора параметрів, які оцінюються $\|a_{ij}\|_{i=1,j=0}^{n,m} \Rightarrow \mathcal{K}(t)$.

При цьому задача оцінювання стану системи зводиться до визначення $\mathcal{K}(t)$ відповідно до моделі

$$\begin{aligned} \mathcal{K}(t+1) &= \Phi_1 \cdot \mathcal{K}(t) + \Phi_2 \cdot \delta(t), & t \in T, \\ \mathcal{Q}(t_k) &= \vartheta_k \cdot \Gamma_k \cdot \mathcal{K}(t_k) + \xi(t_k), & t \in T_{\mathcal{K}} \subseteq T, \end{aligned} \quad (10)$$

де $\Phi_1 = \Phi_1 = E_{mn}$ – одиничні матриці розмірності $(mn \times mn)$, $\Gamma_k(n \times mn) = F^T(t_k) \otimes E_n$ (\otimes – Кронекерів добуток матриць). Співвідношення (10) визначає всі потенційно можливі вимірювання, які відповідають плану вимірювань $\Theta = \{\vartheta_k, \Gamma_k\}_{k=1}^{\mathcal{K}}$, де $\{\vartheta_k\}$, $\vartheta_k \in \vartheta_k^* = \{0; 1\}$ – програма вимірювань; $\{\Gamma_k\}$, $\Gamma_k \in \Delta_k$ – послідовність матриць, яка вказує на склад параметрів, які вимірюються з потенційної множини Δ_k . Обмеження $\delta(t_k)$ і $\xi(t_k)$ зі співвідношення (10) можуть бути задані у вигляді незв'язаних еліпсоїдів типу

$$\begin{aligned} S(t_k) &= \{\delta = \delta(t_k): \delta^T \cdot I^{-1}(t_k) \cdot \delta \leq 1\}, & t_k \in T_{\mathcal{K}}, \\ \mathcal{E}(t_k) &= \{\xi = \xi(t_k): \xi^T \cdot R^{-1}(t_k) \cdot \xi \leq 1\}, & t_k \in T_{\mathcal{K}}. \end{aligned} \quad (11)$$

Затрати на процес спостережень характеризуються сумарною кількістю вимірювань:

$$\mathcal{K}_{\Sigma} = \sum_{k=1}^{\mathcal{K}} \vartheta_k.$$

Область можливих варіацій помилок моделі вимірювань $\Omega = S \times \mathcal{E}$, де $S = S(t_1) \times S(t_2) \times \dots \times S(t_p)$, $\mathcal{E} = \mathcal{E}(t_1) \times \mathcal{E}(t_2) \times \dots \times \mathcal{E}(t_p)$. Розширений вектор похибки експерименту $\omega \in \Omega$.

Задача формування Θ^{opt} може бути представлена таким способом:

$$g^* = \max_{\omega \in \Omega} G(\omega) \rightarrow \min_{\Theta = \{\vartheta_k, \Gamma_k\}}, \quad \vartheta_k \in \vartheta_k^*, \quad \Gamma_k \in \Delta_k, \quad k = \overline{1, \mathcal{K}},$$

де $G(\omega)$ – заданий критерій оптимальності програми спостережень в процесі управління експлуатацією.

Представлена задача є задачею умовно глобальної оптимізації, в якій задані обмежувальні умови (11) включені в критерій $G(\omega)$ за допомогою множників Лагранжа $\varphi_i = \{0; 1\}$, $i = \overline{1, (2\mathcal{K} + 1)}$ [16]. При цьому формування Θ^{opt} можна реалізувати на основі методу послідовного планування [14]. Сенс цього методу полягає у послідовному наближенні до Θ^{opt} , розглядаючи результати мінімаксної обробки кожного чергового вимірювання як апріорної інформації для побудови нового Θ .

6. Висновки

У роботі охарактеризовано поведінку складних технічних систем, що реалізують властивість функціональної стійкості. Наведено математичну модель, що описує процес зміни технічного стану інформаційної системи відповідального призначення критичної інфраструктури у процесі її експлуатації. З метою вдосконалення і розробки методів організації виробничих процесів, що забезпечують функціональну стійкість технологічних процесів завдяки реалізації індивідуальної стратегії експлуатації відповідних систем запропоновано підхід до формування стратегії управління експлуатацією, що забезпечує функціональну стійкість відповідного технологічного процесу. Досліджено індивідуальну стратегію планування експлуатації технічних систем в залежності від їх фактичного стану з урахуванням особливостей даної конкретної системи.

Розглянуто одну з можливих постановок задачі планування експлуатації контрольованих складних систем відповідального призначення критичної інфраструктури, що виникають у рамках функціонально-параметричного напрямку теорії ризиків. Показано, що на основі запропонованих рекурентних алгоритмів мінімаксного оцінювання (прогнозу) технічного стану систем з використанням ідеї еліпсоїдального оцінювання можна реалізувати гарантуючу стратегію управління ризиками загроз втрати функціональної стійкості складних технічних систем.

Список використаної літератури

1. Monakhov Yu., Fayman O. Simulation Model Of Functional Stability Of Business Processes // Int. Journal of Engineering Research and Application, Vol. 3, Issue 6, Nov-Dec 2013, pp. 819-828.
2. Sobchuk A.V., Varabash O.V., Musienko A.P. Assessment methods of functional stability of wireless sensor networks // Науковий журнал «Телекомунікаційні та інформаційні технології». Київ, ДУТ, 2019. № 3 (64). С. 46 – 54.
3. Кучук Н.Г., Лукова-Чуйко Н.В., Собчук В.В. Оптимізація пропускних здатностей каналів зв'язку гіперконвективної системи // Наукове періодичне видання «Системи управління, навігації та зв'язку». – Полтава: ПНТУ, 2019. – Вип. 3 (55). – С 120–125.
4. Maksymuk O., Sobchuk V., Salanda I., Sachuk Yu. A system of indicators and criteria for evaluation of the level of functional stability of information heterogenic networks. // Mathematical Modeling and Computing. 2020. Vol. 7, No. 2. pp. 285 – 292.
5. Rozenbaum, F. N., Abramov O. V. Passive control of the operation of measuring instruments / F. N. Rozenbaum, // Measurement Techniques. 2004. Vol. 47, № 3. P. 233–239.

6. Jerry Cha-Jan Chang and William R. Measuring the Performance of Information Systems: A Functional Scorecard // *Journal of Management Information Systems*. Vol. 22, No. 1 (Summer, 2005), pp. 85-115.
7. Собчук В.В., Кучук Н.Г., Гавриленко С.Ю., Лукова-Чуйко Н.В. Перерозподіл інформаційних потоків у гіперконвергентній системі // *Науково-технічний журнал «Сучасні інформаційні системи»*. Харків: НТУ «Харківський політехнічний інститут», 2019. Т. 3, № 2. С. 116 – 121.
8. Barabash O., Lukova-Chuiko N., Sobchuk V., Musienko A. Application of petri networks for support of functional stability of information systems // *2018 IEEE First International Conference on System Analysis & Intelligent Computing (SAIC)*, p. 1-4.
9. Ghazanfari M., Jafari M., Rouhani S. A tool to evaluate the business intelligence of enterprise systems. // *Scientia Iranica*. Volume 18, Issue 6, December 2011, Pp. 1579-1590.
10. Собчук В.В. Методика створення єдиного інформаційного простору на виробничому підприємстві з функціонально стійким виробничим процесом // *Наукове періодичне видання «Системи управління, навігації та зв'язку»*. – Полтава: ПНТУ, 2019. Вип. 6 (58). С. 84 – 91.
11. В.В. Собчук, І.В. Замрій, Ю.І. Олімпієва, С.О. Лаптев. Функціональна стійкість технологічних процесів на основі нелінійної динаміки із застосуванням нейромереж // *Сучасні інформаційні системи*. 2021. Т.5, №2, 49–57.
12. Собчук, В., Барабаш, О., & Мусієнко, А. Вплив методу адаптивного самодіагностування на процес попередження наслідків відмов модулів інформаційної системи підприємства. // *Збірник наукових праць Військового інституту Київського національного університету імені Тараса Шевченка*, 2021. (70), 77–88.
13. Собчук В.В., Барабаш О.В., Мусієнко А.П., Капустян О.А. Методи контролю і діагностування інформаційної системи підприємства за принципом адаптивного накопичення діагностичної інформації – *Вісник Київського національного університету імені Тараса Шевченка. Серія фізико-математичні науки*, 2020, №.4, С. 69-78.
14. Собчук В.В., Замрій І.В., Власик Г.В., Зінченко О.В., Кравець В.І. Функціональна стійкість технологічних процесів та формування індивідуальної стратегії управлінням експлуатацією виробничих центрів. // *Телекомунікаційні та інформаційні технології*. 2021, № 1 (70). С.4-16.
15. Башляков О.М., Пічкур В.В. *Задача синтезу в теорії керування: Навчальний посібник*. К.: Вид-во "Сталь", 2012. 116 с.
16. Пічкур В.В., Капустян О.В., Собчук В.В. *Теорія динамічних систем (навчальний посібник)*. Луцьк: Вежа-друк, 2020 348 с.

References

1. Monakhov Yu., Fayman O. Simulation Model Of Functional Stability Of Business Processes // *Int. Journal of Engineering Research and Application*, Vol. 3, Issue 6, Nov-Dec 2013, pp. 819-828.
2. Sobchuk A.V., Barabash O.V., Musienko A.P. Assessment methods of functional stability of wireless sensor networks // *Scientific journal "Telecommunications and information technologies"*. Kyiv, DUT, 2019. № 3 (64). P. 46 – 54.
3. Kuchuk N.G., Lukova-Chuiko N.V., Sobchuk V.V. Optimization of bandwidths of communication channels of hyperconvective system // *Scientific periodical "Control, navigation and communication systems"*. Poltava: PNTU, 2019. Issue 3 (55). pp. 120–125.
4. Maksymuk O., Sobchuk V., Salanda I., SachukYu. A system of indicators and criteria for evaluation of the level of functional stability of information heterogenic networks. // *Mathematical Modeling and Computing*. 2020. Vol. 7, No. 2. pp. 285 – 292.

5. Rozenbaum, F. N., Abramov O. V. Passive control of the operation of measuring instruments / F. N. Rozenbaum, // Measurement Techniques. 2004. Vol. 47, № 3. P. 233–239.
6. Jerry Cha-Jan Chang and William R. Measuring the Performance of Information Systems: A Functional Scorecard // Journal of Management Information Systems. Vol. 22, No. 1 (Summer, 2005), pp. 85-115.
7. Sobchuk V.V., Kuchuk N.G., Gavrylenko S.Yu., Lukova-Chuiko N.V. Redistribution of information flows in a hyperconverged system // Scientific and technical journal "Modern information systems". Kharkiv: NTU "Kharkiv Polytechnic Institute", 2019. Vol. 3, No. 2. pp. 116 – 121.
8. Barabash O., Lukova-Chuiko N., Sobchuk V., Musienko A. Application of petri networks for support of functional stability of information systems / // 2018 IEEE First International Conference on System Analysis & Intelligent Computing (SAIC), p. 1-4.
9. Ghazanfari M., Jafari M., Rouhani S. A tool to evaluate the business intelligence of enterprise systems. // Scientia Iranica. Volume 18, Issue 6, December 2011, Pp. 1579-1590.
10. Sobchuk V.V. The method of creating a single information space at a production enterprise with a functionally stable production process // Scientific periodical "Control, navigation and communication systems". – Poltava: PNTU, 2019. Issue. 6 (58). P. 84 – 91.
11. V.V. Sobchuk, I.V. Zamrii, Y.I. Olimpieva, S.O. Laptev. Functional stability of technological processes based on nonlinear dynamics with the use of neural networks // Modern information systems. 2021. Vol. 5, No2, 49–57.
12. Sobchuk, V., Barabash, O., & Musienko, A. The influence of the method of adaptive self-diagnosis on the process of preventing the consequences of failures of the enterprise's information system modules. // Collection of scientific works of the Military Institute of Taras Shevchenko Kyiv National University, 2021. (70), 77–88.
13. Sobchuk V.V., Barabash O.V., Musienko A.P., Kapustyan O.A. Methods of control and diagnosis of the company's information system based on the principle of adaptive accumulation of diagnostic information - Bulletin of Taras Shevchenko Kyiv National University. Series of physical and mathematical sciences, 2020, №.4, pp. 69-78.
14. Sobchuk V.V., Zamriy I.V., Vlasyk G.V., Zinchenko O.V., Kravets V.I. Functional stability of technological processes and the formation of an individual strategy for managing the operation of production centers. // Telecommunications and information technologies.2021, № 1 (70). P.4-16.
15. Bashlyakov O.M., Pichkur V.V. The task of synthesis in control theory: Study guide. K.: "Stal" publishing house, 2012, 116 p.
16. Pichkur V.V., Kapustyan O.V., Sobchuk V.V. Theory of dynamic systems (study guide). Lutsk: Vezha-druk, 2020, 348 p.