

Рубан Ігор Вікторович*Харківський національний університет радіоелектроніки, м. Харків*

ORCID 0000-0002-4738-3286

Ткачов Віталій Миколайович*Харківський національний університет радіоелектроніки, м. Харків*

ORCID 0000-0002-6524-9937

**МОДЕЛЬ МІЖРІВНЕВИХ ПОРУШЕНЬ ТА ПОЛІТИК ВІДНОВЛЕННЯ
ІНФОРМАЦІЙНОЇ СИСТЕМИ НА МОБІЛЬНІЙ ПЛАТФОРМІ**

Анотація: Стаття присвячена моделюванню міжрівневих порушень та узгоджених політик відновлення для інформаційних систем на мобільній платформі як класу систем, що поєднує мобільність вузлів із переривчастою зв'язністю, частковою спостережуваністю та жорсткими ресурсними бюджетами. Запропоновано цілісну модель, яка розглядає три взаємопов'язані рівні (дані, процеси, ресурси) та формально фіксує їх «нормальні» інваріанти й зв'язки типу «припущення–гарантія» у віконній постановці (з урахуванням «вікон доступності» зв'язку). Міжрівневе поширення порушень описано алгеброю на основі тропічного підходу з параметром локалізації каскадів, що обмежує радіус впливу. Уведено єдиний інтегральний показник живучості, який є двошаровою монотонною композицією структурної (локальні та індуковані відхилення), контрактної (залишки припущення–гарантія) та ризикової (CVaR дефіцитів SLO) складових; показник інтерпретується як бар'єр живучості у термінах функціоналу Мінковського й узгоджується з вимогами сервісних рівнів. На основі моделі сформульовано умови коректності політик відновлення (безпека інваріантів, монотонний прогрес під пороги, незростання контрактних боргів на активних ребрах, локалізованість впливу, обмеження вартості). Для емпіричної валідації розроблено відкритий симулятор, який відтворює переривчастий зв'язок, часткову спостережуваність і міжрівневі каскади; досліджено дві репрезентативні політики (тригерну та міопічну) й зафіксовано набір відтворюваних метрик. Результати показують, що тригерна політика знижує середній рівень єдиного інтегрального показника живучості та площу перевищення порогів порівняно з міопічною при забезпеченні повного виконання SLO і нульових контрактних боргів у досліджених режимах.

Наукова новизна полягає у поєднанні віконних контрактів, тропічної алгебри міжрівневих порушень та єдиного інтегрального показника живучості, що забезпечують апаратно-незалежну, SLO-орієнтовану рамку оцінювання й керування живучістю інформаційної системи в мобільних умовах.

Ключові слова: інформаційна система, мобільна платформа, живучість, тропічна матриця, функціонал Мінковського.

**A MODEL OF CROSS-LAYER VIOLATIONS AND RECOVERY POLICIES FOR
INFORMATION SYSTEMS ON A MOBILE PLATFORM****Ruban Ihor***Kharkiv National University of Radio Electronics, Kharkiv*

ORCID 0000-0002-4738-3286

Tkachov Vitalii*Kharkiv National University of Radio Electronics, Kharkiv*

ORCID 0000-0002-6524-9937

Abstract: The paper addresses the modeling of cross-level violations and coordinated recovery policies for information systems on a mobile platform – a class of systems that combines node mobility with intermittent connectivity, partial observability, and tight resource budgets. A unified model is proposed that considers three interrelated levels (data, processes, resources) and formally fixes their “normal” invariants and assumption–guarantee links in a windowed formulation (accounting for communication availability windows). Cross-level propagation of violations is described by an algebra based on the tropical approach with a cascade localization parameter that limits the radius of impact. A single integral survivability indicator is introduced as a two-layer monotone composition of structural (local and induced deviations), contractual (assumption–guarantee residuals), and risk (CVaR of SLO deficits) components; the indicator is interpreted as a survivability barrier in terms of the Minkowski functional and is aligned with service-level requirements. Based on the model, conditions for the correctness of recovery policies are formulated (invariant safety, monotone

progress below thresholds, non-increase of contractual debts on active edges, localization of impact, cost constraints). For empirical validation, an open simulator is developed that reproduces intermittent connectivity, partial observability, and cross-level cascades; two representative policies (trigger-based and myopic) are examined and a set of reproducible metrics is recorded. The results show that the trigger-based policy reduces the average value of the single integral survivability indicator and the exceedance area over thresholds compared to the myopic policy, while ensuring full satisfaction of SLOs and zero contractual debts in the studied regimes.

The scientific novelty lies in combining windowed contracts, the tropical algebra of cross-level violations, and a single integral survivability indicator, which together provide a hardware-agnostic, SLO-oriented framework for assessing and managing the survivability of an information system under mobile conditions.

Key words: *information system; mobile platform; resilience; tropical matrix; Minkowski functional*

1. Вступ

На відміну від класичних інформаційних систем, що спираються на відносно стабільну інфраструктуру, стрімка інтеграція периферійних обчислень в гетерогенних середовищах створила окремий клас – інформаційні системи на мобільній платформі [1-2]. До них належать сервіси, розгорнуті на рухомих (мобільних) вузлах (безпілотних і наземних роботизованих платформах, переносних обчислювальних вузлах, автономних сенсорних кластерах, «польових» мережах тощо). Ключова відмінність інформаційних систем на мобільній платформі – поєднання мобільності носія інформаційної системи з переривчастою доступністю зв'язку, частковою спостережуваністю, жорсткими енергетичними та обчислювальними бюджетами і гетерогенністю каналів/ресурсів [3]. Саме ця сукупність факторів переводить звичні питання живучості елементів інформаційної системи з локального рівня на міжрівневу проблему узгодженості між даними, процесами й ресурсами, що і вимагає розробки моделі живучості для мобільних умов.

Аналіз структур інформаційних систем на мобільній платформі показує, що в умовах мобільності відмова (порушення) одного елемента інформаційної системи рідко є локальною [4]. Порушення з'являються на одному рівні (даних, процесів або ресурсів), але проявляється багаторівнево [4]. Наприклад, затримка реплікації даних породжує недотримання часових обмежень виконання процесів (дедлайнів), що, в свою чергу, змінює попит на ресурси та породжує подальші відхилення. Відтак забезпечення підвищеної живучості неможливо звести до ізольованих механізмів відмовостійкості – потрібна модель, яка описує міжрівневу природу порушень і узгоджує політики відновлення між рівнями. Але при цьому модель порушень окремо взятого рівня може виступати каталізатором у створенні комплексних рішень забезпечення живучості інформаційної системи у вертикальній та горизонтальній площині.

Дослідження відомих методик забезпечення живучості інформаційних систем показує, що, як правило, дослідники фокусуються на одному рівні абстракції (наприклад, лише на процесному рівні), використовують неявні припущення про сталість середовища (без переривань зв'язку та дефіцитів ресурсу) або опираються на середні показники, ігноруючи «хвости» розподілів, які є критичними для відомої концепції сервісних зобов'язань (SLO) [5-8]. У результаті залишається невирішеною задача формального описання породження, поширення та локалізації порушень між рівнями «дані – процеси – ресурси» та формулювання класу узгоджених політик відновлення, здатних утримувати систему в допустимій області функціональної здатності за умов переривчатості зв'язків, неповної інформації та часово-ресурсних обмежень.

Для вирішення означеної задачі виконується формальний опис міжрівневих порушень як узгоджених невідповідностей інваріантам рівнів і визначаються правила їхнього підйому/проекції між рівнями, що і лежить в основі моделі, що пропонується у цій статті.

2. Аналіз літературних даних і постановка проблеми.

В роботі [9] авторами формалізовано контракти (за принципом «припущення-гарантія»), що забезпечує чітку семантику сумісності компонентів, їхньої взаємодії та композиції властивостей у інформаційних системах. Водночас ці підходи традиційно зосереджені на компонентній сумісності та коректності, не задаючи явної теорії міжрівневих порушень і не прив'язуючи контракти до SLO та ризик-орієнтованих метрик, які відбивають роботу інформаційної системи в умовах переривчастого зв'язку й дефіциту ресурсів у мобільних сценаріях.

У роботі [10] автори розглядають архітектуру мережі, яка стійка до розривів (DTN, Delay-tolerant networking), вводять принципи проміжної буферизації та пропонують моделі взаємодії для середовищ функціонування систем із великими затримками й розривами з'єднання. Цей підхід є цікавим для мобільних реалізацій – він пояснює, як підтримувати доставку даних попри відсутність наскрізного

каналу і пропонує блочну архітектуру мережі. Проте DTN фокусується переважно на мережному рівні, а взаємодію з процесними дедлайнами та ресурсними бюджетами лишає на інших рівнях.

У роботі [11] авторами приводяться результати дослідження продуктивності великих розподілених сервісів. Ці результати показують, що навіть рідкісні епізоди високої затримки («тяжкі хвости») істотно впливають на функціонування інформаційної системи, так як усунути мінливість затримок повністю – практично не можливо. Автори акцентують увагу щодо необхідності ризик-чутливих метрик і стратегій, проте не пропонують формальної моделі, яка б пов'язувала такі метрики з міжрівневою структурою системи у мобільних умовах, де додатково присутні «вікна доступності» зв'язку та часткова спостережуваність.

Аналіз робіт [9-11] показує наявність часткових рішень, проте відсутня єдина модель, яка б формально описувала появи, поширення та локалізації порушень між рівнями інформаційної системи, узгоджувала їх із SLO, обмеженнями ресурсів/часу і була б адаптована до переривчастої зв'язності та часткової спостережуваності інформаційної системи на мобільній платформі. Відповідно запропонована у цій статті модель міжрівневих порушень та політик відновлення покликана усунути зазначені недоліки.

Проблема полягає в тому, що наявні підходи або розглядають рівні «дані–процеси–ресурси» формально ізольовано, або спираються на припущення про сталість середовища, тоді як у мобільних умовах порушення мають міжрівневу природу й поширюються через динамічну зв'язність та обмежені ресурси, а як наслідок – відсутня модель, яка б єдино описувала їх породження, локалізацію та узгоджене відновлення.

3. Мета і задачі дослідження

Мета дослідження – сформувати цілісну модель міжрівневих порушень та узгоджених політик відновлення інформаційної системи на мобільній платформі, яка в умовах «вікон доступності» зв'язку та часткової спостережуваності визначає інваріанти й зв'язки типу «припущення–гарантія» між рівнями «дані–процеси–ресурси», вводить алгебру порушень з операціями проекції та підйому для опису їхнього породження й поширення в інформаційній мережі, вводить композиційний бар'єр живучості для відображення локальних та індукованих міжрівневих відхилень, формалізує клас політик відновлення, узгоджених із SLO та ризик-чутливим оцінюванням дефіциту виконання, і забезпечує локалізацію впливу та умови повернення до допустимої області без прив'язки до конкретної апаратної платформи.

Задачі дослідження:

- скласти опис рівнів інформаційної системи на мобільній платформі з переривчастим зв'язком і частковою спостережуваністю та пояснити, які події й дії на них впливають;
- сформулювати, що вважається «нормальним режимом» на кожному рівні та як рівні пов'язані між собою через припущення й гарантії коректної взаємодії;
- визначити, як фіксуються порушення на кожному рівні, як вони впливають на сусідні рівні (проекція/підйом) і як поширюються мережею залежностей, включно з поняттям обмеження їхнього поширення;
- побудувати єдиний, узгоджений між рівнями інтегральний показник, який враховує локальні та міжрівневі відхилення, та пов'язати його з виконанням сервісних зобов'язань;
- описати, які політики відновлення вважаються коректними (з огляду на міжрівневі зв'язки і SLO) та зафіксувати набір метрик для подальшої перевірки моделі;
- виконати валідацію моделі на репрезентативних сценаріях із «вікнами доступності» та обмеженнями ресурсів; представити результати у встановлених метриках (частка міжрівневих порушень, динаміка бар'єра, частка виконаних SLO, «хвостові» втрати, час і радіус відновлення).

4. Основна частина

4.1. Елементи моделі та нотація міжрівневих зв'язків.

У цьому дослідженні інформаційна система на мобільній платформі розглядається як дискретно-часова динамічна система з трьома архітектурними рівнями – даних (D), сервісному (процесному) (S) та ресурсно-управляючому (R). Інформаційна система функціонує під впливом змінного середовища, «вікон доступності» зв'язку та часткової спостережуваності. На кроці $t \in \mathbb{N}$ глобальний стан позначається з використанням раніше введеного математичного апарату опису [12]:

$$x_t = x_{D,t}, x_{S,t}, x_{R,t} \in X_D \times X_S \times X_R =: X. \quad (1)$$

Доступні спостереження (результати моніторингу станів процесів, даних, інформація про події в системі) позначається як:

$$y_t = H x_t, e_t + v_t, \quad (2)$$

де e_t – параметри середовища (топология, профілі каналів, бюджети); v_t – похибки/пропуски вимірювань.

Далі необхідно виконати формалізацію кожного рівня системи. Для формалізації D -рівня множину сутностей даних (потокі, таблиці, журнали змін тощо) можна позначити як Γ . Стан $x_{D,t}$ задається як:

$$x_{D,t} = \psi_t, \chi_t, q_t^{synchro}, \wp_t \in X_D, \quad (3)$$

де $\psi_t = a_\gamma(t)_{\gamma \in \Gamma}$ – вектор втрати актуальні даних («старіння даних») ($a_\gamma(t)$ – час від останнього оновлення сутності γ); χ_t – індикатори причинно-часового порядку (факт наявності всіх залежних версій даних до потрібного часу); $q_t^{synchro}$ – черги реплікації / синхронізації даних за напрямками передачі; \wp_t – доступність фрагментів (масив бітових/дольових ознак, присутність фрагментів даних у підсистемі).

Для формалізації S -рівня множину сутностей можна позначити як \mathfrak{S} . Стан $x_{S,t}$ задається як:

$$x_{S,t} = q_t^{proc}, \mu_t, r_t, \kappa_t \in X_S, \quad (4)$$

де $q_t^{proc} = q_j(t)_{j \in \mathfrak{S}}$ – черги виконання процесів; $\mu_t = d_j(t)_{j \in \mathfrak{S}}$ – часові обмеження на виконання процесів; r_t – час відгуку / виконання процесу; κ_t – залежності від даних / ресурсів.

Для формалізації R -рівня множину сутностей (мобільні платформи, допоміжні підсистеми тощо) можна позначити як \mathfrak{N} . Стан $x_{R,t}$ задається як:

$$x_{R,t} = c_t, E_t, b_t, k_t \in X_R, \quad (5)$$

де $c_t = (c_n(t))_{n \in \mathfrak{N}}$ – запас обчислювального бюджету; $E_t = (E_n(t))_{n \in \mathfrak{N}}$ – запас ходу мобільної платформи; $b_t = b_{n \rightarrow n'}, t$ – пропускні здатності каналів для доступних напрямів передачі даних; k_t – регламенти використання ресурсів (квотність).

Для формалізації переривчастої зв'язності необхідно використати графовий підхід, тобто зв'язність задається часовим графом

$$G_t = (V, E_t), \quad V = \mathfrak{N}, \quad E_t \subseteq E, \quad (6)$$

де E_t – інтерпретуються як активні ребра на кроці t .

Вікном доступності буде інтервал t_1, t_2 на якому певне ребро або підграф стає доступним: $\forall t \in t_1, t_2, E_t \supseteq \bar{E}$. Нехай $A_t := E_t$, тоді вважається, що зміни A_t задаються зовнішнім процесом (залежним від мобільності, динаміки системи). Ці вікна визначають, коли можливі реплікації, міграції, віддалені виклики елементів системи тощо.

З урахуванням часткової спостережуваності (2) доцільно ввести поняття оцінки стану $\hat{x}_t = \Psi(y_{0:t})$. У подальших підпунктах усі перевірки/розрахунки виконуються над \hat{x}_t (за виключенням тих випадків, коли явно зазначено повні дані стану).

Подіями в інформаційній системі будуть визначатися атомарні зміни, що виникають екзогенно або ендогенно. Доцільно виділити наступну нотацію подій:

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_D \cup \mathcal{E}_S \cup \mathcal{E}_R \cup \mathcal{E}_{net}, \quad (7)$$

де \mathcal{E}_D – події отримання/втрати порції даних, завершення/зриву реплікації, створення коміту версії; \mathcal{E}_S – подія надходження задачі, зміна пріоритету, пропуск дедлайну, завершення процесу; \mathcal{E}_R – стрибок навантаження в інформаційній системі, падіння енергорівня мобільної платформи, зміна квот/пріоритетів над ресурсами; \mathcal{E}_{net} – динаміка ребер в A_t (зміна пропускної здатності).

Діями U в інформаційній системі будуть визначатися допустимі управляючі впливи між підсистемами – міграція даних, деградація якості, перепланування основної функції системи, репарація даних, перерозподіл ресурсів тощо. Дії застосовуються з урахуванням доступності каналів і бюджетів на кроці t .

Узагальнену динаміку інформаційної системи можна задати як:

$$x_{t+1} = F(x_t, u_t, e_t, w_t), \quad u_t \in U, \quad (8)$$

де w_t – неконтрольовані збурення (специфіка стохастичних ознак надходжень тощо).

Функція F враховує переривчастість через $A_t \in E$. Тобто, якщо потрібне ребро недоступне, частина складників функції F не виконується (операції стають відкладеними, а процеси можуть бути призупинені).

4.2. Формалізація нормального режиму рівнів та міжрівневих зв'язків типу «припущення–гарантія».

Далі у цьому дослідженні необхідно формалізувати нормальний режим кожного з трьох рівнів і ввести міжрівневі контракти типу «припущення–гарантія», що параметризовані переривчастою зв'язністю та бюджетами ресурсів.

Нехай для кожного рівня $L \in D, S, R$ задано набір елементарних умов $\phi_k^L : X_L \rightarrow \mathbb{R}_{k=1}^{m_L}$ (табл. 1), які відповідають вимогам нормального режиму цього рівня. Тоді інваріант рівня – це сукупність елементарних умов:

$$I_L(x_L) := \min_{1 \leq k \leq m_L} \phi_k^L(x_L). \quad (9)$$

З (9) локальний нормальний режим рівня L описується множиною:

$$\Gamma_L := \{x_L \in X_L : I_L(x_L) \geq 0\} \quad \text{при мірі порушень} \quad v_L(x_L) = [-I_L(x_L)]_+. \quad (10)$$

Варто зауважити, що в (9) усі елементарні умови мають дотримуватися. За потреби (наприклад, для нежорсткої агрегації) дозволено використовувати згладжений еквівалент, зберігаючи монотонність.

Глобальна множина нормальних станів без урахування зв'язків між рівнями:

$$\Gamma^{locale} := \Gamma_D \times \Gamma_S \times \Gamma_R. \quad (11)$$

Індикаторами активності міжрівневих вимог ϵ (6) та $\alpha_e(t) \in [0, 1]$ – індикатор активності ребра $e \in E$ на кроці t (при цьому для деградованих каналів – $\alpha_e(t) \in [0, 1]$).

Елементарні умови

Рівень системи	Назва умови	Математична інтерпретація	Легенда
D	Валідність	$\phi_{\psi}^D x_D = \min_{\gamma \in \Gamma} \tau_{\gamma} - a_{\gamma}$	a_{γ} – час існування сутності γ τ_{γ} – поріг валідності даних
	Причинно-часовий порядок	$\phi_{causal}^D x_D = 1 - \varepsilon'(x_D)$	$\varepsilon' \in [0, 1]$ – нормована міра порушення часткового порядку
	Доступність	$\phi_{\rho}^D x_D = \min_{\gamma} \rho_{\gamma} - \rho_{\gamma}^{\min}$	ρ_{γ} – частка доступних реплік
S	Дедлайн / час відгуку	$\phi_{\mu}^S x_S = \min_{j \in J} \theta_j - r_j$	θ_j – SLO для процесу j r_j – фактичний час відгуку
	Черги	$\phi_{proc}^S x_S = \min_j \bar{q}_j^{\max} - q_j$	–
R	Обчислювальні ресурси	$\phi_{cpu}^R x_R = \min_{n \in \mathbb{N}} c_n - \hat{c}_n$	\hat{c}_n – цикли обчислень
	Ресурси каналу передачі	$\phi_b^R x_R = \min_{n \rightarrow n'} b_{n \rightarrow n'} - \hat{b}_{n \rightarrow n'}$	–
	Енергетичний запас мобільної платформи	$\phi_E^R x_R = \min_n E_n - \hat{E}_n$	–

Відтак у якості способу означення формальної взаємодії рівнів інформаційної системи вводиться поняття контрактів припущень-гарантій. Так, для кожного орієнтованого ребра $e = L_1 \rightarrow L_2$ графа залежностей між рівнями інформаційної системи можна задати контракт:

$$C_e = A_e, G_{L_1}, M_e, \tag{12}$$

де: $A_e : X_{L_1} \times \mathcal{E} \rightarrow \mathbb{R}$ – припущення рівня-споживача L_2 щодо рівня-джерела L_1 (наприклад, які властивості рівня-джерела потрібні рівню-споживачу в поточному стані інформаційної системи); $G_{L_1} : X_{L_1} \times \mathcal{E} \rightarrow \mathbb{R}$ – гарантія рівня-джерела L_1 (наприклад, про реальну забезпеченість рівнем-джерелом рівня вимог за поточних бюджетів); M_e – маска застосовності (наприклад, правила, за яких контракт активний).

Миттєва узгодженість на кроці t вимагає:

$$M_e(t) = 1 \Rightarrow G_{L_1} x_{L_1,t}, e_t - A_e x_{L_1,t}, e_t \geq 0. \tag{13}$$

Але, якщо $M_e(t) = 0$ (наприклад, «обвал» каналу), то застосовується саме віконна узгодженість на інтервалі $t, t + \ell$:

$$\sum_{\tau=t}^{t+\ell} \alpha_e \tau G_{L_1} x_{L_1,\tau}, e_{\tau} - A_e x_{L_1,\tau}, e_{\tau} \geq 0, \tag{14}$$

тобто за час доступності сумарна гарантія не гірша за сумарну вимогу. Довжина вікна ℓ та форма сумування розглядається як параметр моделі. Маємо, що на відміну від класичних контрактів, тут моделюється переривчастість зв'язку через $\alpha_e t$ та віконну перевірку узгодженості, що дозволяє санкціонувати буферизацію даних під час періоду спокою, але вимагати компенсації у наступне «вікно доступності» інформаційної системи.

Задача приведення A_e та G_{L_1} до такого вигляду, що дозволяє їх порівнювати між собою, вирішується наступним чином. Вводяться нормувальні коефіцієнти $\gamma_e > 0$ і далі робота здійснюється з нормованими величинами:

$$\bar{A}_e = \frac{A_e}{\gamma_e}, \quad \bar{G}_{L_1} = \frac{G_{L_1}}{\gamma_e}. \quad (15)$$

Відтак невід'ємна «відстань» до порушення контракту на кроці t (зазор сумісності):

$$Y_e(t) := \alpha_e(t) G_{L_1} x_{L_1,t}, e_t - A_e x_{L_1,t}, e_t. \quad (16)$$

А міра невиконання (залишок контракту) представлена як:

$$R_e(t) := -Y_e(t)_+ = \alpha_e(t) \bar{A}_e - \bar{G}_{L_1}. \quad (17)$$

Для віконної перевірки аналогічно визначається інтегральний залишок:

$$R_e^{t,t+\ell} = \left[-\sum_{\tau=t}^{t+\ell} Y_e(\tau) \right]_+. \quad (18)$$

З урахуванням локальних інваріантів і контрактів (11-18) визначається глобальний нормальний режим:

$$T^{big}(t) := x \in X : I_D(x_D) \geq 0, \quad I_S(x_S) \geq 0, \quad I_R(x_R) \geq 0, \quad R_e(t) = 0 \quad \forall e \in E. \quad (19)$$

У віконній інтерпретації достатньо замінити в (19) $R_e(t)$ на $R_e^{t,t+\ell} = 0$ для активних вікон. Іншими словами, нормальність – це поєднання локальних умов рівнів і відсутності боргу за контрактами на активних зв'язках між рівнями в інформаційній системі.

Специфіка інформаційної системи на мобільній платформі вимагає параметризацію контрактів, що спричинено чутливістю контрактів до e_i та, власне, бюджетів ресурсів.

Беручи до уваги специфіку (19), виникає задача коректного подання узгодженості тріади $D-S-R$. Якщо тріаду $D-S-R$ подати як трикутник рівнів, то для будь-якого замкненого обходу $D \rightarrow S \rightarrow R \rightarrow D$ сумарний зазор сумісності (16) не повинен бути від'ємним:

$$Y_{D \rightarrow S} + Y_{S \rightarrow R} + Y_{R \rightarrow D} \geq 0. \quad (20)$$

Це (20) запобігає виникненню прихованих боргів, коли окремі пари ребер формально узгоджені, але в тріаді накопичується дефіцит (типова ситуація за переривчастої доступності). У скороченому вигляді вимога читається як відсутність негативного потенціалу на циклах контрактного графа.

Реалізація локальної вбудованості і глобальної перевірки SLO реалізується наступним чином. Частину SLO безпосередньо інкапсульовано в ϕ^S і, власне, в I_S . Інші аспекти SLO (наприклад, доступність, пропускна здатність) розмазано між рівнями й ребрами (потребують одночасно даних і ресурсів). Тому глобальна відповідність SLO у розроблюваній моделі перевіряється на двох рівнях: локально через $I_L \geq 0$ і міжрівнево через $R_e = 0$.

Отже, нормальний режим інформаційної системи на кроці t – це належність стану до

$$T^{norm}(t) = x \in X : x_L \in T_L \forall L, \quad R_e(t) = 0 \forall e \in E$$

Порушення «нормальності» може виникати у разі $v_L > 0$ або $R_e > 0$ на активних зв'язках.

4.3. Фіксація порушень, проєкція/підйом між рівнями та поширення у сітці залежностей.

У цьому підпункті буде розроблено порядок фіксації локальних порушень на кожному рівні; показано, яким чином порушення переходять (проєкція/підйом) на сусідні рівні інформаційної системи і як вони поширюються графом міжрівневих залежностей із урахуванням переривчастої зв'язності та локалізації впливу.

Фіксація локальних порушень під частковою спостережуваністю здійснюється наступним чином. На кроці t є введена в 4.1 оцінка стану \hat{x}_t , відповідно, для кожного рівня $L \in D, S, R$ міра локального порушення визначається з урахуванням (9)–(10):

$$v_{L,t} := \left[-I_L \hat{x}_{L,t} \right]_+ \in \mathbb{R}_{\geq 0}. \quad (21)$$

Щоби зменшити чутливість до «шуму» логів, використовується експоненційно згладжені оцінки. Тоді, з урахуванням (21):

$$\bar{v}_{L,t} := 1 - \lambda_L v_{L,t} + \lambda_L \bar{v}_{L,t-1}, \quad \lambda_L \in 0,1 .$$

$\bar{v}_{L,t}$ ідуть на вхід міжрівневих операторів, а параметри λ_L обираються згідно з характером «вікон доступності».

Далі розглядаються процеси переходу порушень (проєкція/підйом) на сусідні рівні інформаційної системи. Так, проєкція $\pi_L : X \rightarrow X_L$ узгоджена з вимірюваними ознаками і вже врахована в $I_L \hat{x}_{L,t}$, тоді оператор підйому (перенесення порушення між рівнями) на ребрі $e = L_1 \rightarrow L_2$:

$$\uparrow_e v, \hat{x}_t = \alpha_e(t) t_e g_e \hat{x}_t \times v ,$$

де $\alpha_e(t) \in 0,1$ – маска доступності ребра (при $\alpha_e = 0$ відбувається унеможливлення миттєвого переносу); $g_e \hat{x}_t \geq 0$ – підсилення шляху (наскільки порушення рівня-джерела здатне вплинути на рівень-споживача) задається як функція стану/середовища; t_e – насичувальна монотонна нелінійність, що обмежує «лавинні» ефекти.

Поширення порушень уздовж шляхів та їх локалізація може бути формалізована наступним чином. Нехай $p = L_0 \rightarrow L_1 \rightarrow \dots \rightarrow L_k$ – шлях у графі G , довжина $|p| = k$. Підйом уздовж шляху – це композиція підйомів ребер:

$$\uparrow_p v, \hat{x}_t := \uparrow_{L_{k-1} \rightarrow L_k} \circ \dots \circ \uparrow_{L_0 \rightarrow L_1} v, \hat{x}_t . \quad (22)$$

Радіус локалізації $r^* \in \mathbb{N}$ обмежує максимальну довжину шляху, що враховується. Тоді індуковане на L порушення у момент t :

$$\tilde{v}_{L,t} := \sup_{\substack{p: |p| \leq r^*, \\ p \rightarrow L}} \uparrow_p \bar{v}_{L_0,t}, \hat{x}_t . \quad (23)$$

На практиці \sup – це максимум по скінченному набору шляхів, сумісних із $\alpha_e(t)$. Особливістю (22)-(23) є те, що обмеження вбудовано в модель перенесення, а не додається «ззовні» евристичними керування, а це принципово для контрольованої міжрівневої взаємодії.

Далі пропонується використати тропічну матричну форму [13] для обчислення \tilde{v} . У цій задачі результат визначається «вузькими місцями» та найгіршими випадками: послідовні етапи поєднуються правилом максимуму (замість звичайного додавання), а множення відображає накопичення ваг/коефіцієнтів на переходах. У такому поданні обчислення \tilde{v} зводиться до звичного матричного

множення, але з урахуванням тропічної алгебри, зручно переписати (23) на тропічному напівкільці. Для цього вводиться матриця підсилень:

$$G_{t, L_2, L_1} := \alpha_{L_1 \rightarrow L_2} t \times g_{L_1 \rightarrow L_2} \hat{x}_t \geq 0, \quad (24)$$

у якій рядок – це цільовий рівень, а стовпець – рівень джерела. Тропічні операції можна означити як: $a \oplus b := \max a, b$, $a \otimes b := a \cdot b$. Тоді тропічний добуток матриці на вектор:

$$G_t \otimes v_i = \bigoplus_j G_{t, ij} \otimes v_j = \max_j G_{t, ij} v_j.$$

I, відповідно,

$$\tilde{v}_t = G_t \otimes \bar{v} \oplus G_t^{\otimes 2} \otimes \bar{v} \oplus \dots \oplus G_t^{\otimes r} \otimes \bar{v},$$

де $G_t^{\otimes k}$ – тропічний ступінь (відповідає усім шляхам довжин k).

За потреби, насичення t_e вбудовується на рівні ребер (тобто g_e уже враховує нелінійність у допустимий спосіб, що зберігає монотонність).

Таким чином, обчислення індукованих порушень редукується до тропічної алгебри, що інтерпретує «найкритичніший» шлях і масштабування впливів по ребрах із маскуванням доступності.

Мобільні умови функціонування інформаційної системи створюють складну проблему накопичення боргу між вікнами доступності. Боргом є узагальнений дефіцит, що накопичується під час відсутності зв'язку між вікнами доступності – обсяг невиконаних передач, транзакцій чи оновлень стану, які мали б відбутися за графіком, але не відбулися. Борг проявляється як черга повідомлень, відставання узгодження даних або недотримані SLO. У наступному вікні доступності цей борг треба погашати (пріоритезувати, пакетувати тощо), інакше накопичення спричиняє сплески навантаження, втрати та подальшу деградацію всього рівня інформаційної системи. Тож пропонується ввести стан індукованих порушень γ_t з коефіцієнтом так званого забування $\delta \in 0, 1$:

$$s_t = \delta s_{t-1} \oplus \tilde{v}_t. \quad (25)$$

В (25) δ гасить «старі» індуковані ефекти, а нові \tilde{v}_t додаються тропічно (тобто як максимум).

Якщо потрібно враховувати компенсацію під час активного вікна, необхідно змінити \tilde{v}_t на віконно-інтегровану версію:

$$\tilde{v}_t^\ell = \bigoplus_{\tau=t-\ell}^t G_t \otimes \bar{v}_\tau,$$

де ℓ – довжина поточного вікна.

Сукупне відхилення на рівні L визначається як локальна та індукована складова:

$$v_{L,t}^{total} = \bar{v}_{L,t} \oplus \tilde{v}_{L,t},$$

де $\bar{v}_{L,t} := \frac{\tilde{v}_{L,t}}{\gamma_L}$ – нормоване індуковане порушення.

Для подальшого аналізу корисний розклад за рівнями-джерелами:

$$\bar{v}_{L,t} = \max_{L_0 \in D.S.R} \max_{\substack{p: L_0 \rightarrow L, \\ |p| \leq r^*}} \chi_{p,t} \cdot \bar{v}_{L_0,t}, \quad (26)$$

де $\chi_{p,t} \in 0, \infty$ – добуток маскованих підсилень уздовж p .

Такий розклад (26) прямо показує, чиє міжрівневе порушення і за яким із шляхів це порушення максимально вплинуло на функціональну спроможність рівень інформаційної системи.

Далі необхідно з'ясувати яким чином виконується узгодженість з контрактами та R_e . Підсилення $g_e \hat{x}_t$ і маски $\alpha_e(t)$ узгоджуються з контрактами (12)-(18) якщо залишок контракту (17) $R_e(t) > 0$ (дефіцит гарантії відносно припущення), то відповідний канал перенесення отримує підсилення (наприклад, $g_e \uparrow$) або не обнуляється навіть при частковій доступності. Коли $R_e(t) = 0$, то шляхи з цим ребром не створюють індукованого боргу понад локальні \bar{v} (тобто $\chi_{p,t} = 0$ для шляхів, повністю компенсованих контрактами). Це робить контрактні борги повноцінними елементами алгебри перенесення (об'єктами першого класу), які так само композиціюються по ребрах вищенаведеного графу. Це дозволяє моделі ідентифікувати справжні вузькі місця, а не лише працювати з топологією рівнів, бо інтенсивність міжрівневого впливу подається як похідна від невиконання контрактів R_e .

4.4. Розробка єдиного інтегрального показника міжрівневих відхилень та його узгодження з SLO.

Даний підрозділ присвячений розробці єдиного скалярного показника B^* , який у кожен момент часу t узгоджено враховує локальні відхилення інваріантів рівнів інформаційної системи, міжрівневі (індуковані) відхилення, що поширюються графом залежностей за переривчастої зв'язності, борги контрактів «припущення-гарантія» на активних ребрах та ризик невиконання SLO на ковзному інтервалі.

Спочатку доцільно сформулювати базовий вектор нормованих відхилень:

$$z_t := [\bar{v}_{D,t}, \bar{v}_{S,t}, \bar{v}_{R,t}, \tilde{v}_{D,t}, \tilde{v}_{S,t}, \tilde{v}_{R,t}]^\top \in \mathbb{R}_{\geq 0}^6.$$

Для більш тонкого урахування довжини шляху та «глибини» каскаду необхідно ввести шляхові внески:

$$z_t^{(k)} := G_t^{\otimes k} \otimes \bar{v}_t \in \mathbb{R}_{\geq 0}^6, \quad k = 1, \dots, r^*, \quad (27)$$

де G_t – маскована матриця підсилень (24).

Далі необхідно зважити внески (27) коефіцієнтами затухання $\zeta_k \in 0, 1$:

$$z_t^{path} := \sum_{k=1}^{r^*} \zeta_k z_t^{(k)}.$$

Збірка нормованих залишків контрактів визначається як:

$$\bar{R}_l := \bar{R}_e(t)_{e \in E} \in \mathbb{R}_+^{|E|}, \quad \bar{R}_e(t) := \frac{R_e(t)}{s_e}.$$

Щоб явно можна було промоделювати взаємне підсилення за схемою «локально \leftrightarrow індуковано» на ребрі $e = L_1 \rightarrow L_2$ необхідно додати зчеплені члени (додаткові доданки моделі, які одночасно залежать від кількох рівнів і тим самим пов'язують їх динаміку):

$$c_e(t) := \eta_e \cdot \min \bar{v}_{L_1,t}, \tilde{v}_{L_2,t}, \quad \eta_e \geq 0,$$

і далі формується $c_t = c_e(t)_{e \in E}$.

Далі можна перейти до формування структурної частини єдиного інтегрального показника міжрівневих відхилень. Спочатку необхідно об'єднати локальні й шляхові складові через позитивні ваги $W_{str} \in \mathbb{R}_{+}^{m_{str} \times 9}$:

$$\xi_t^{str} := W^{str} \left[\bar{v}_{D,t}, \bar{v}_{S,t}, \bar{v}_{R,t}, \bar{v}_{D,t}, \bar{v}_{S,t}, \bar{v}_{R,t}, z_{t,D}^{path}, z_{t,S}^{path}, z_{t,R}^{path} \right]^T \in \mathbb{R}_{\geq 0}^{m_{str}}. \quad (28)$$

Тоді структурний субпоказник (28) можна формалізувати як:

$$B_t^{str} := \varphi_{str} \xi_t^{str}, \quad (29)$$

де φ_{str} – монотонний агрегатор (як правило, ℓ_{∞} , ℓ_p або $\tau \ln \sum_i e^{\frac{\xi_i}{\tau}}$).

Далі – контрактна частина єдиного інтегрального показника міжрівневих відхилень. Зважені залишки контрактів і зчеплені члени:

$$\xi_t^{ctr} := W_{ctr} \bar{R}_t \oplus W_{ctr} c_t \in \mathbb{R}_{\geq 0}^{m_{ctr}}, \quad (30)$$

де $W_{ctr} > 0$ – контрактна частина; $W_{ctr} > 0$ – додаткові доданки (зчеплення); \oplus – покомпонентний максимум.

Тоді структурний субпоказник (30) можна формалізувати як:

$$B_t^{ctr} := \varphi_{ctr} \xi_t^{ctr}. \quad (31)$$

Цей доданок штрафує як порушення контрактів (коли припущення не підтримані гарантіями), так і ризиковані поєднання локальних дефіцитів із індукованими на ребрах графа.

Далі – ризикова частина єдиного інтегрального показника міжрівневих відхилень (узгоджена зі SLO). На ковзному інтервалі довжиною H можна зважити «тяжкі хвости» дефіцитів SLO через відомий підхід CVaR (умовну середню в хвості) [14] при рівні $\alpha \in (0,1)$:

$$\text{CVaR}_{\alpha} \|\Delta_{\tau}\|_{\parallel} \Big|_{\tau=t-H+1}^t = \min \left\{ \eta + \frac{1}{(1-\alpha)H} \sum_{\tau=t-H+1}^t \left[\|\Delta_{\tau}\|_{\parallel} - \eta \right]_{+} \right\}. \quad (32)$$

Віднормований за опорним значенням $\gamma_{SLO} > 0$ вигляд (32):

$$B_t^{risk} := \frac{1}{\gamma_{SLO}} \text{CVaR}_{\alpha} \|\Delta_{\tau}\|_{\parallel} \Big|_{\tau=t-H+1}^t. \quad (33)$$

На базі (29), (31), (33) можна визначити вектор трьох субпоказників:

$$\zeta := [B_t^{str}, B_t^{ctr}, B_t^{risk}]^T \in \mathbb{R}_{+}^3. \quad (34)$$

З (34) можна вивести єдиний інтегральний показник міжрівневих відхилень:

$$B_t^* = \Phi W_* \zeta_t, \quad W_* \in \mathbb{R}_{++}^{m_* \times 3}, \quad (35)$$

де Φ – монотонний агрегатор.

Ця двохшарова композиція (35) забезпечує стабільну ієрархію: спочатку відбувається узгодження «всередині» кожного блоку (структура/контракти/ризик), а потім відбувається злиття їх у один скаляр.

Єдиний інтегральний показник міжрівневих відхилень (16) є практичним інструментом, що агрегує залишки контрактів, зчеплення та ризикові хвости й дає поріг прийнятності. Але такий показник має певні особливості – щойно змінюється нормування, додається блок або виникає необхідність аналітики загальних його властивостей – він стає незручним. Пропонується показати показник (16) як еквівалент через функціонал Мінковського [15]. Фактично показник переводиться у контекст відстані до множини допустимих станів із тим самим порогом. Для цього необхідно спочатку позначити множини «прийнятності» окремих блоків:

$$\Gamma_{str} := z : \xi^{str}(z) \leq 1, \quad \Gamma_{ctr} := \bar{R}, c : \xi^{ctr}(\bar{R}, c) \leq 1, \quad \Gamma_{risk} := \Delta_{t-H+1:t} : B^{risk} \leq 1.$$

Тоді B_t^* є функціоналом Мінковського для множини:

$$\Gamma_{\cap} := z, \bar{R}, c, \Delta : z \in \Gamma_{str}, \quad \bar{R}, c \in \Gamma_{ctr}, \quad \Delta \in \Gamma_{risk} \quad (36)$$

у напрямі вектора ознак $v_t := z_t, \bar{R}_t, c_t, \Delta_{t-H+1:t}$:

$$B_t^* = \inf \mathcal{G} \geq 0 : v_t \in \mathcal{G} \Gamma_{\cap}.$$

Форма (36) формалізує інтерпретацію: $B_t^* \leq 1$ еквівалентно належності всіх блоків до їхніх нормалізованих прийнятних множин.

Відносно порогових режимів, то тут обираються пороги $0 < \theta_{ok} < \theta_{warn}$ таким чином, аби виконувалися бінарна логічна зв'язка:

$$B_t^* \leq \theta_{ok} \Rightarrow \|\Delta_t\|_1 \approx 0, \quad B_t^* > \theta_{warn} \Rightarrow \|\Delta_t\|_1 - зростає. \quad (37)$$

На практиці (37) досягають параметричним налаштуванням $\gamma_L, \zeta_k, W_{str}, W_{ctr}, W_{cpl}, W_*, \gamma_{SLO}$ на контрольних сценаріях. Як наслідок, для подальших досліджень, рекомендується фіксувати три зони:

$$\begin{aligned} B_t^* &\leq \theta_{ok} \quad (\text{зелена зона}), \\ \theta_{ok} &< B_t^* \leq \theta_{warn} \quad (\text{жовта зона}), \\ B_t^* &> \theta_{warn} \quad (\text{червона зона}). \end{aligned} \quad (38)$$

У «жовтій» зоні (38) допускаються коригувальні дії з мінімальною вартістю; у «червоній» – вимоги накладають обов'язкове зменшення B_t^* не менше ніж на \mathcal{G} за крок.

4.5 Розробка політик відновлення та метрик їх перевірки.

У цьому підпункті будуть запропоновані політики відновлення, які впливають на живучість інформаційної системи, визначаються умови їх коректності з огляду на міжрівневі зв'язки та SLO, а також розроблені набір метрик, за якими можна буде виконати валідацію моделі.

Нехай на кроці t доступні: оцінка стану $\hat{x}_t = \Psi(y_{0:t})$, індикатори доступності ребер $\alpha_e(t)$ (вікна зв'язності), бюджети B_t (квоти обчислень / каналу / енергетичного запасу ходу мобільної платформи). Політика відновлення – це відображення:

$$\pi : y_{0:t}, \alpha_e(t), B_t \mapsto u_t \in U,$$

яке породжує дію u_t з числа вищеописаних у п. 4.1.

Допустимість дії формалізується множиною:

$$U_t(\hat{x}_t) = u \in U : C_\varphi u, \alpha(t) \wedge C_B u, B_t \wedge C_{ctr} u, \hat{x}_t \wedge C_{locale}(u) ,$$

Умови допуску:

- $C_\varphi u, \alpha(t)$ – дія не використовує недоступні ребра;
- $C_B u, B_t$ – витрати дії не перевищують бюджети;
- $C_{ctr} u, \hat{x}_t$ – дія забезпечує контрактну узгодженість;
- $C_{locale}(u)$ – локалізованість відбитку дії $\ell(u) \leq r^*$.

Надалі буде використана нотація $u_t \in U_t(\hat{x}_t)$.

Кожна дія може породжувати абстрактні ефекти на відхилення та бар'єр. Тому кожній дії u необхідно прописати моделі ефектів на локальні й індуковані відхилення:

$$\Delta v_{L,t} \leq f_L u_t, \hat{x}_t , \quad \Delta \tilde{v}_{L,t} \leq \tilde{f}_L u_t, \hat{x}_t , \quad L \in D, S, R . \quad (39)$$

У (39) $\Delta v_{L,t} := v_{L,t+1} - v_{L,t}$, $\Delta \tilde{v}_{L,t} := \tilde{v}_{L,t+1} - \tilde{v}_{L,t}$. Знак у f, \tilde{f} може бути негативним (очікуване зменшення). На рівні інтегрального показника (35) це стискається у

$$B_{t+1}^* - B_t^* \leq \Phi u_t, \hat{x}_t(t) .$$

Таблиця 2

Умови прийнятності

Назва умови	Зміст умови
Безпекова умова	$x_t^\tau \in \Gamma(\sigma) := x := I_L(x_L) \geq -\sigma_L, \forall L \quad \forall t = 0, \dots, T^*$
Умова прогресу бар'єру над порогом	Якщо $B_t^* > \beta$, то $B_{t+1}^* \leq B_t^* - \vartheta$ (якщо умова стохастична, то $\mathbb{E}[B_{t+1}^* y_{0:t}] \leq B_t^* - \vartheta$)
Умова контрактної узгодженості на активних ребрах	Для кожного e з $\alpha_e(t) = 1$: $R_e(t+1) \leq R_e(t)$, а у віконній формі на інтервалі $t, t + \ell$: $R_e^{t,t+\ell}$ – не зростає.
Умова узгодженості зі SLO	$\sum_{\tau=0}^{T^*} \ \Delta_\tau\ _1 \leq \kappa$ або $\text{CVaR}_\alpha \ \Delta_\tau\ _1 \Big _{t=0}^t \leq \kappa$
Умова локалізації і порогової вартості дій	$\ell(u_t) \leq r^*$ та $\sum_{t=0}^{T^*} c(u_t) \leq C_{\max}$

Політика π буде коректною на горизонті T^* з параметрами $\sigma \geq 0, \beta \geq 0, \vartheta \geq 0, \kappa \geq 0, C_{\max} \geq 0$, якщо для будь-якої послідовності $\alpha(t), B_t$ та збурень w_t виконуються умови (табл. 2).

За цих умов (табл. 2) початковий стан належить ядру міжрівневої живучості $K^* T^*, \beta, \sigma$, а політика забезпечує формальний «шлях повернення» з контрольованими дефіцитами SLO.

Тепер можна сформулювати репрезентативні класи політик:

1. Порогові (тригерні) політики. π активується при переходах B_t^* через $\theta_{ok}, \theta_{warn}$ або при зростанні контрактних залишків R_e . Вибір $u_t \in U_t(\hat{x}_t)$ мінімізує $\Phi u_t, \hat{x}_t$ за фіксованого $c(u)$.

2. Політики з ковзним горизонтом. На кроці t політика обирає u_t як перший елемент послідовності, що (за прогнозом) мінімізує

$$J_t = \sum_{\tau=0}^{H-1} [w_B B_{t+\tau}^* + w_\Delta \|\Delta_{t+\tau}\|_1 + w_c c u_{t+\tau}]$$

за умов (табл. 2) на горизонті H .

3. Ієрархічні/локалізовані політики. π оперує підграфом радіуса r^* навколо «осередку» порушення, що зменшує складність та імплементує C_{loc} .

Далі пропонується мінімально достатній набір метрик для перевірки політик відновлення (табл.

3). Усі обчислюються на траєкторіях x_t^{π} та похідних величинах.

Таблиця 3

Набір метрик для перевірки політик відновлення	
Назва метрики	Математична інтерпретація
Метрики інтегрального показника	
Середній рівень бар'єра	$M_{B,1} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T B_t^*$
Час у зонах	$M_{B,2}^{warn} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T 1_{\theta_{ok} < B_t^* \leq \theta_{warn}}$, $M_{B,2}^{crit} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T 1_{B_t^* > \theta_{warn}}$
Площа перевищення	$M_{B,3} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T B_t^* - \theta_{ok}$ +
Метрики SLO	
Частка виконання SLO	$M_{SLO,1} = 1 - \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T 1_{\ \Delta_t\ _1 > 0}$
Сумарний дефіцит	$M_{SLO,2} = \sum_{t=1}^T \ \Delta_t\ _1$
Хвостовий ризик	$M_{SLO,3} = \text{CVaR}_\alpha \ \Delta_\tau\ _1^T$
Контрактні метрики	
Інтегральний борг контрактів	$M_{ctr,1} = \sum_{t=1}^T \sum_{e \in E} \bar{R}_e(t)$
Максимальний миттєвий борг	$M_{ctr,2} = \max_t \max_{e \in E} \bar{R}_e(t)$
Циклова узгодженість	Частка інтервалів, де $\Upsilon_{D \rightarrow S} + \Upsilon_{S \rightarrow R} + \Upsilon_{R \rightarrow D} \geq 0$
Міжрівнева локалізація	
Реалізований радіус відновлення	$M_{loc,1} = \max_t \max_{k \leq r^*} \ z_t^{(k)}\ _\infty > \varepsilon$
Витік за межі локалізації	Частка разів, коли $\ z_t^{(k)}\ _\infty > \varepsilon$ для $k > r^*$ (у моделі має дорівнювати нулю; позитивне значення свідчить про помилки параметричного налаштування).
Вартість та стабільність управління	
Сумарна вартість дій	$M_{u,1} = \sum_{t=1}^T c(u_t)$
Частота втручань	$M_{u,2} = \frac{1}{T} \sum_{t=2}^T 1_{u_t \neq \text{idle}}$
Коливальність	$M_{u,3} = \sum_{t=2}^T 1_{u_t \neq u_{t-1}}$
Часові характеристики відновлення	
Час до відновлення	$T_{\text{recovery}} = \inf t : B_t^* \leq \beta$
Перевищення після відновлення	$M_{\text{recovery}} = \max_{t \geq T_{\text{recovery}}} B_t^*$

4.6 Експериментальна валідація моделі.

Метою експерименту є емпірична перевірка: спрацьовування віконних контрактів та тропічного поширення порушень, інформативності інтегрального показника B^* , адекватності умов коректності політик, чутливості метрик (табл. 3).

Експериментальну валідацію виконано в середовищі Python 3.11.7 із пакетами NumPy 1.26.4, Pandas 2.2.2, Matplotlib 3.8.4, PyYAML 6.0.1 під Ubuntu 22.04 LTS (64-bit) на робочій станції класу Intel Core i7 (8 ядер, 16 потоків), 32 ГБ оперативної пам'яті, SSD; графічні прискорювачі не застосовувалися. Інструкції запуску та конфігурація параметрів наведені в репозиторії [16].

Параметри середовища [16]: дискретний час $t = 0, \dots, T$; три рівні та часткова спостережуваність; переривчаста зв'язність моделюється масками $\alpha_{D \rightarrow S}, \alpha_{S \rightarrow R}, \alpha_{R \rightarrow D} \in 0, 1$ з різною імовірністю «вікон доступності»; бюджети каналу / обчислень / енергетичного запасу ходу мобільної платформи – випадкові, але корельовані з доступністю.

Параметри моделі: на кожному кроці обчислюються локальні порушення $v_L = -I_{L+}$, їх згладжені оцінки \bar{v}_L , маскована матриця підсилень G_t та індуковані відхилення через тропічний оператор з радіусом локалізації r^* . Для кожного ребра контрактні залишки $R_e(t)$ будуються з припущень A_e і гарантій G_{L_1} з маскуванням «вікон». Єдиний показник B^* – двошарова композиція структурного, контрактного і ризикового (CVaR) блоків.

Параметри політик: тригерна (реплікація / деградація / перерозподіл), орієнтована на найбільший внесок у B^* та R_e ; однокрокова оптимізація (вибір дії з мінімальним прогнозом B_{t+1}^* за простим Δ_v).

Метрики беруться ті, що зафіксовано у табл. 3: $M_{B,1}$, частки часу у «жовтій/червоній» зонах, площа перевищення, частка виконання SLO, CVaR-хвіст, контрактні борги тощо.

Програмний симулятор [16] відпрацьовував на двох політиках. Результати дослідження розміщено як FAIR-дані та доступні для ознайомлення [17].

Аналіз результатів показує, що за часовими рядами B^* (рис. 1) та гістограмою розподілу (рис. 2) тригерна політика утримує систему «лівише/нижче»: середній рівень $M_{B,1}$ дорівнює 0.0331 проти 0.0488 у міопічної; частка перебування у «жовтій» зоні – 0.0119 проти 0.0262; переходів у «червону» зону не зафіксовано в обох випадках.

Інтегральна «площа перевищення» порогу θ_{ok} становить 0.2488 проти 0.5323 (міопічна), що узгоджується з візуально меншою кількістю та амплітудою виходів на (рис. 1) і більш «щільною» лівою частиною гістограми на (рис. 2).

Зведені значення наведені в табл. 4.

Таблиця 4

Значення метрик для перевірки політик відновлення

Метрики	Політика	Тригерна політика	Міопічна політика
$M_{B,1}$		0.0331	0.0488
Час у жовтій зоні		0.0119	0.0262
Час у червоній зоні		0	0
Площа перевищення		0.2488	0.5323
Частка виконання SLO		1.0	1.0
CVaR SLO		0	0
Сума контрактних боргів		0	0
Максимальний контрактний борг		0	0
Частка каскадів		0.8595	0.8595
Сума вартості дій		140.0	68.6
Частота втручань		0.581	0.2667

Розклад на субпоказники (рис. 3) показує домінування структурної складової B_{str} над контрактною B_{ctr} ; ризикова складова B_{risk} практично нульова, що корелює з відсутністю дефіцитів SLO на часовому ряді та нульовими хвостовими ризиками ($CVaR = 0$ у табл. 4).

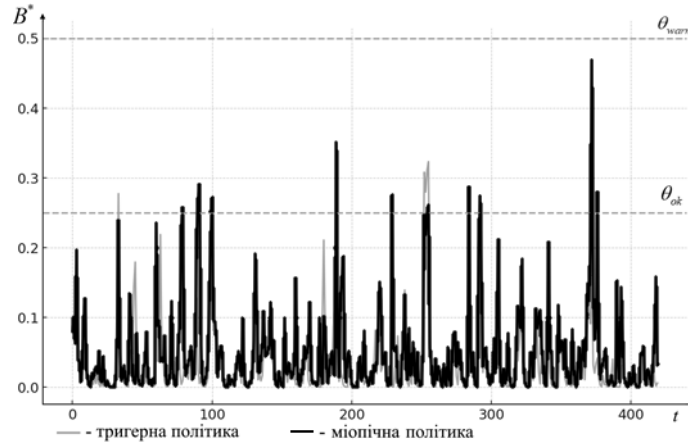


Рис. 1. Динаміка інтегрального показника $B^*(t)$

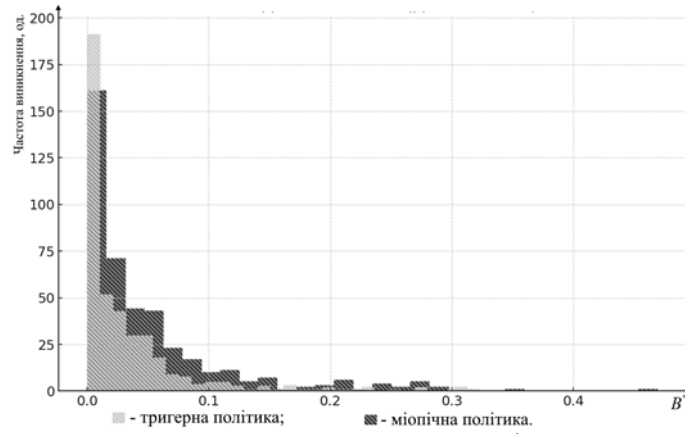


Рис. 2. Розподіл значень B^*

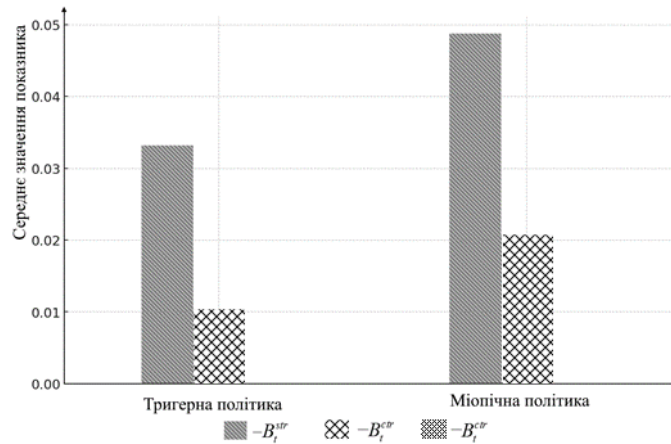


Рис. 3. Середні значення субпоказників

Максимальний контрактний борг по ребрах залишався на нулі для тригерної політики; сумарні борги та їхні максимуми дорівнюють 0 для обох підходів (табл. 4). Водночас висока частка кроків із міжрівневими проявами (~ 0.8595) підтверджує міжрівневу природу збурень; проте каскади залишаються локалізованими, що відбивається нижчими піками B^* у тригерної політики та стабільним виконанням SLO (частка виконання = 1.0).

5. Результати дослідження.

Експериментальний стенд [16] підтвердив коректність запропонованої рамки: віконні контракти з маскуванням доступності не накопичують «борги» за умов достатніх вікон зв'язності, а тропічний оператор поширення адекватно виявляє міжрівневі каскади (дані \rightarrow процеси \rightarrow ресурси) та їх локалізацію радіусом r^* . Єдиний інтегральний показник B^* відпрацював як узгоджений набір параметричних налаштувань між рівнями: його «зелена/жовта/червона» зони однозначно узгоджуються з дефіцитами SLO, залишками контрактів і локальними інваріантами. У сценаріях із коливною доступністю каналу і ресурсними обмеженнями B^* залишався чутливим до «найгіршого шляху» та хвостів навантаження, одночасно не реагуючи на дрібні, короткі збурення завдяки віконній перевірці сумісності.

Порівняння двох класів політик показало типовий Парето-компроміс: тригерна політика частіше втручається й утримує нижчий середній рівень бар'єра та меншу площу перевищень, тоді як міопічна – зменшує частоту дій і вартість керування ціною вищих піків. У всіх сценаріях виконувалися умови коректності (згідно з табл. 2), що емпірично валідують запропоновані інваріанти, віконні контракти та конструкцію інтегрального показника. Артефакти симуляцій (CSV/JSON і фігури) та вихідний код стенду оприлюднено у відкритому репозиторії [16] та сховищі даних [17].

6. Висновки і перспективи подальших досліджень

У статті вперше запропоновано модель міжрівневих порушень та політик відновлення для інформаційних систем на мобільній платформі, що принципово враховує переривчасту зв'язність і часткову спостережуваність, та безпосередньо спрямована на забезпечення підвищеної живучості інформаційних систем на мобільній платформі. На відміну від відомих підходів, які розглядають рівні «дані–процеси–ресурси» ізольовано або в припущенні стаціонарності, запропонована модель поєднує: віконні контракти типу «припущення–гарантія» з маскуванням доступності та інтегральними «залишками»; алгебру поширення порушень у тропічному формалізмі з параметром локалізації r^* і умовами циклічної узгодженості тріади рівнів; єдиний інтегральний показник B^* як двошарову монотонну композицію структурної, контрактної та ризикової (CVaR-SLO) складових з інтерпретацією через функціонал Мінковського. Разом це дає апаратно-незалежну й SLO-орієнтовану основу для аналізу та порівняння політик відновлення інформаційної системи в мобільних умовах.

Подальші дослідження спрямовані на ідентифікацію параметрів живучості інформаційної системи на реальних трасах, розширення до безперервного часу та стохастичної постановки з частковою спостережуваністю для автоматизованого синтезу політик, інтеграцію безпекових рівнів і мультирівневих конфліктів за ресурси. Запропонований стенд [16] уже забезпечує відтворюваність і стане базою для розширених експериментів.

Список використаної літератури

1. Inspection Mobile Robot's Control System with Remote IoT-based Data Transmission / Y. Kondratenko et al. Journal of Mobile Multimedia. 2021. DOI: <https://doi.org/10.13052/jmm1550-4646.1742>.
2. Jo D., Kwon Y. Generation of Critical Information and Sharing Mechanism for Multi-Robot Mission Success. IEEE Access. 2025. P. 1. DOI: <https://doi.org/10.1109/access.2025.3600319>.
3. Lyapunov-Controlled Quadrotor Landings on Dynamic Mobile Platforms / D. Kumar et al. IEEE Access. 2025. P. 1. DOI: <https://doi.org/10.1109/access.2025.3557372>.
4. Додонов О. Г., Кузнецова М. Г., Горбачик О. С. Моделювання і оцінювання функціональної стійкості інформаційних систем. Реєстрація, зберігання і обробка даних. 2025. Т. 27, № 1. С. 76–88. DOI: <https://doi.org/10.35681/1560-9189.2025.27.1.335752>.
5. Аналіз побудови інтелектуальної інформаційної системи на основі поняття функціональної стійкості / М. Ю. Миронюк та ін. Зв'язок. 2024. Т. 167, № 1. С. 3-8. DOI: <https://doi.org/10.31673/2412-9070.2024.010308>.
6. Models of Resilient Systems with Online Verification Considering Changing Requirements and Latent Failures / V. Kharchenko et al. System Dependability - Theory and Applications. Cham, 2024. P. 90–99. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-031-61857-4_9.
7. HiSTGNN: Hierarchical Spatio-Temporal Graph Neural Network for Multi-UAV Survivability Assessment / J. Guo et al. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. 2025. P. 1–11. DOI: <https://doi.org/10.1109/taes.2025.3610796>.

8. A Cross-Layer, Mobility and Congestion-Aware Routing Protocol for UAV Networks / S. Garg et al. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. 2022. P. 1–18. DOI: <https://doi.org/10.1109/taes.2022.3232322>.
9. Compositional Synthesis of Signal Temporal Logic Tasks via Assume-Guarantee Contracts / S. Liu et al. 2022 IEEE 61st Conference on Decision and Control (CDC), Cancun, Mexico, 6–9 December 2022. 2022. DOI: <https://doi.org/10.1109/cdc51059.2022.9992715>.
10. Routing in Delay-Tolerant Networks under uncertain contact plans / F. D. Raverta et al. Ad Hoc Networks. 2021. Vol. 123. P. 102663. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.adhoc.2021.102663>.
11. A Tail Latency SLO Guaranteed Task Scheduling Scheme for User-Facing Services / Z. Wang et al. IEEE Transactions on Parallel and Distributed Systems. 2025. P. 1–16. DOI: <https://doi.org/10.1109/tpds.2025.3542638>.
12. Method of ensuring the survivability of highly mobile computer networks / V. Tkachov et al. Advanced Information Systems. 2021. Vol. 5, no. 2. P. 159–165. DOI: <https://doi.org/10.20998/2522-9052.2021.2.24>.
13. Joswig M. Essentials of Tropical Combinatorics. American Mathematical Society, 2021. 398 p.
14. Bayesian portfolio selection using VaR and CVaR / T. Bodnar et al. Applied Mathematics and Computation. 2022. Vol. 427. P. 127120. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.amc.2022.127120>.
15. Boelens A. M. P., Tchelepi H. A. QuantImPy: Minkowski functionals and functions with Python. SoftwareX. 2021. Vol. 16. P. 100823. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.softx.2021.100823>.
16. GitHub - tikey/sim_mobile_resilience_package. GitHub. URL: https://github.com/tikey/sim_mobile_resilience_package.
17. Tkachov V., Ruban I. Mobile Survivability Results (v1.0) – Inter-level Violations & Recovery Policies. Zenodo. DOI: <https://doi.org/10.5281/zenodo.17219092>.