

Хорольський Марко Володимирович

аспірант

Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського, Київ

ORCID 0009-0006-2744-5757

ОПТИМІЗАЦІЯ МАРШРУТУ БПЛА ДЛЯ МАКСИМАЛЬНОГО ПОКРИТТЯ ОБ'ЄКТІВ СПОСТЕРЕЖЕННЯ З УРАХУВАННЯМ ОБМЕЖЕНЬ НА ДАЛЬНІСТЬ

Анотація. Технологічний розвиток безпілотних літальних апаратів (БПЛА) зумовив їх широке впровадження в інженерному менеджменті, моніторингу інфраструктури, будівництві, екологічному нагляді та інших прикладних галузях. Застосування БПЛА дозволяє підвищити ефективність обстежень, зменшити ризики для персоналу та забезпечити доступ до важкодоступних або небезпечних об'єктів, що робить такі системи конкурентною альтернативою традиційним методам інспекції.

У статті розглядається задача планування маршруту безпілотного літального апарата (БПЛА) для обстеження об'єктів з урахуванням обмежень на довжину польоту. Метою дослідження є максимізація кількості обстежених об'єктів під час переміщення БПЛА між двома заданими точками базування.

Запропоновано математичну постановку задачі, що враховує координати об'єктів, індивідуальні радіуси спостереження та граничну довжину маршруту. Особливістю запропонованої математичної постановки є врахування можливості віддаленого обстеження за рахунок вибудовування області покриття. Задачі планування маршруту БПЛА з обстеженням множини об'єктів належать до класу NP-складних. У зв'язку з цим у практичних застосуваннях широко використовуються евристичні та метаевристичні підходи, зокрема жадібні алгоритми, генетичні та еволюційні методи, гібридні стратегії. Кожен із цих підходів має власні переваги та обмеження, що зумовлює необхідність обґрунтованого вибору методу для конкретної прикладної задачі.

Для розв'язання задачі оптимізації реалізовано два підходи: жадібний алгоритм і еволюційний метод оптимізації. Для побудови алгоритмів розглядається розбиття області з об'єктами на сітку, через вузли якої прокладається маршрут.

Жадібний алгоритм реалізований за принципом ітеративного додавання до існуючого маршруту нового відрізка через невиключені об'єкти дослідження. Для еволюційного алгоритму побудовані функції кросовера, мутації та схрещування.

Здійснено порівняння алгоритмів на різних сітках та за різними умовами. Показано, що жадібний алгоритм забезпечує отримання швидкого наближеного рішення, а еволюційний алгоритм дозволяє підвищити якість отриманого рішення, але потребує додаткових часових витрат.

Ключові слова: безпілотний літальний апарат, задача маршрутизації, оптимізація маршрутів з обмеженням на довжину, жадібні алгоритми, еволюційні алгоритми

Khorolskyi Marko

postgraduate

Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute, Kyiv

ORCID 0009-0006-2744-5757

OPTIMIZATION OF THE UAV ROUTE FOR MAXIMUM COVERAGE OF OBSERVATION OBJECTS TAKING INTO ACCOUNT RANGE LIMITATIONS

Abstract. The technological development of unmanned aerial vehicles (UAVs) has led to their widespread implementation in engineering management, infrastructure monitoring, construction, environmental supervision and other applied fields. The use of UAVs allows to increase the efficiency of inspections, reduce risks for personnel and provide access to hard-to-reach or dangerous objects, which makes such systems a competitive alternative to traditional inspection methods.

The article considers the problem of planning the route of an unmanned aerial vehicle (UAV) for inspection of objects taking into account flight length restrictions. The aim of the study is to maximize the number of inspected objects during the movement of the UAV between two given basing points.

A mathematical formulation of the problem is proposed, which takes into account the coordinates of objects, individual observation radii and the maximum length of the route. A feature of the proposed mathematical formulation is the consideration of the possibility of remote inspection by building a coverage area. UAV route planning problems with surveying a set of objects belong to the class of NP-hard. In this regard, heuristic and metaheuristic approaches are widely used in practical applications, in particular greedy algorithms, genetic and evolutionary methods, and hybrid

strategies. Each of these approaches has its own advantages and limitations, which necessitates a well-founded choice of method for a specific applied problem.

Two approaches are implemented to solve the optimization problem: a greedy algorithm and an evolutionary optimization method. To build algorithms, we consider dividing the area with objects into a grid, through the nodes of which the route is laid.

The greedy algorithm is implemented according to the principle of iteratively adding a new segment to the existing route through the excluded objects of study. For the evolutionary algorithm, crossover, mutation, and crossing functions are constructed.

The algorithms are compared on different grids and under different conditions. It is shown that the greedy algorithm provides a fast approximate solution, while the evolutionary algorithm allows to improve the quality of the obtained solution, but requires additional time costs.

Keywords: unmanned aerial vehicle, routing problem, route optimization with length constraint, greedy algorithms, evolutionary algorithms

1. Вступ

Технологічний розвиток безпілотних літальних апаратів (БПЛА) зумовив їх широке впровадження в інженерному менеджменті, моніторингу інфраструктури, будівництві, екологічному нагляді та інших прикладних галузях. Застосування БПЛА дозволяє підвищити ефективність обстежень, зменшити ризики для персоналу та забезпечити доступ до важкодоступних або небезпечних об'єктів, що робить такі системи конкурентною альтернативою традиційним методам інспекції.

Разом із цим ключовою проблемою практичного використання БПЛА залишається оптимізація та планування маршруту польоту. У реальних умовах виконання місії ускладнюється наявністю просторових і часових обмежень, обмеженими ресурсами апарата. Побудова ефективного маршруту є критично важливою для мінімізації витрат енергії, скорочення часу виконання завдання та підвищення загальної продуктивності системи.

Задачі планування маршруту БПЛА з обстеженням множини об'єктів належать до класу NP-складних. У зв'язку з цим у практичних застосуваннях широко використовуються евристичні та метаевристичні підходи, зокрема жадібні алгоритми, генетичні та еволюційні методи, гібридні стратегії. Кожен із цих підходів має власні переваги та обмеження, що зумовлює необхідність обґрунтованого вибору методу для конкретної прикладної задачі.

У даній роботі розглянуто задачу побудови маршруту БПЛА для обходу заданих точок у межах прямокутної області з урахуванням дискретизації простору та обмеженнями на час польоту. Запропоновано математичну модель, яка враховує обмеження на побудову маршруту. Для розв'язання задачі оптимізації реалізовано два підходи: жадібний алгоритм і еволюційний метод оптимізації. Здійснено їх порівняння на різних сітках та за різними умовами.

2. Постановка проблеми.

Сучасні системи моніторингу на основі БПЛА широко застосовуються для обстеження інфраструктурних об'єктів, промислових майданчиків, транспортних мереж, зон надзвичайних ситуацій та природних територій. У таких прикладних задачах ефективність використання БПЛА визначається не лише точністю сенсорів або швидкістю збору даних, а насамперед раціональністю побудови маршруту польоту. Обмежений запас енергії, час автономної роботи та вимоги безпеки зумовлюють необхідність виконання місії в межах заданої максимальної довжини маршруту.

У реальних умовах часто постає задача не обов'язкового обстеження всіх об'єктів, а максимізації кількості обстежених об'єктів за наявності обмежень на довжину маршруту. Така постановка є типовою для ситуацій із високою щільністю цілей, динамічними умовами або суворими ресурсними обмеженнями, коли повне покриття множини об'єктів є неможливим або економічно недоцільним. У цьому випадку основним критерієм ефективності стає не мінімізація шляху для фіксованого набору точок, а оптимальний вибір підмножини об'єктів, які можуть бути обстежені в межах допустимого ресурсу.

Нехай розглядається система, що складається з одного безпілотного літального апарата (БПЛА) та множини об'єктів, які необхідно обстежити. Нехай задано множину об'єктів $O = \{1, 2, \dots, n\}$, кожному з яких відповідає точка на площині з відомими координатами. Також задано дві точки базування транспортного засобу: початкова точка A_1 та кінцева точка A_2 , координати яких відомі. Для кожного об'єкта визначено радіус, у межах якого БПЛА може здійснити обстеження об'єкта без необхідності точного проходження через координати відповідної точки. Максимальна довжина маршруту БПЛА обмежена величиною L_{\max} .

План польоту передбачає, що БПЛА стартує з транспортного засобу в точці A_1 . Після запуску БПЛА транспортний засіб починає рух у напрямку до точки A_2 , а політ БПЛА здійснюється незалежно з метою обстеження максимальної кількості об'єктів уздовж маршруту між цими двома точками. БПЛА повинен завершити політ у точці A_2 , не перевищивши допустиму довжину шляху. Об'єкт вважається обстеженим, якщо траєкторія польоту БПЛА проходить на відстані, не більшій за задану величину.

Завдання полягає в побудові маршруту БПЛА від точки A_1 до точки A_2 , що не перевищує задану максимальну довжину, за якого кількість обстежених об'єктів є максимальною.

3. Аналіз останніх досліджень та публікацій.

Розвиток БПЛА (безпілотних літальних апаратів), їх застосування в різних сферах людської життєдіяльності призвело до активних наукових досліджень в області рішення задач управління БПЛА.

Сучасні дослідження фокусуються на розробці складних математичних моделей для побудови оптимальних траєкторій БПЛА, використовуючи широкий спектр інтелектуальних підходів. Науковці (Гуляницький Л. Ф., Олексенко О. О., Dorigo M., Di Caro G.) активно впроваджують біоінспіровані методи, зокрема мурашині алгоритми та системи «ройового інтелекту», які дозволяють координувати групові польоти в динамічному середовищі [1,2]. Для генерації субоптимальних маршрутів за дефіциту часу та обчислювальної потужності Журавська І. М. пропонує нейронні мережі Хопфілда [3], а Дудко М. В. використовує нечітку логіку для обробки невизначеності при розвідці [4].

Традиційний підхід, де призначення цілей та розрахунок шляху відбуваються окремо, часто веде до конфліктів та перетину маршрутів. Для вирішення цієї проблеми розробляються методи побудови наближено оптимальних маршрутів на кшталт алгоритму мурашиної колонії, бджолиного рою тощо [5-7].

4. Мета і задачі дослідження.

Метою даного дослідження є розробка методів оптимізації шляху з обмеженням часу для навігації безпілотних літальних апаратів з урахуванням просторових та часових обмежень для забезпечення максимальної ефективності обробки об'єктів.

Для досягнення мети поставлено такі завдання:

- розробити математичну постановку задачі планування маршруту БПЛА для оптимізації маршруту його використання;
- розробити методи розв'язання задачі планування маршруту;
- запропонувати напрямки подальших досліджень в цій області

5. Результати дослідження.

Математична модель для задачі планування маршруту БПЛА з урахуванням ефективності виконання технічного завдання.

Нехай область спостереження представляє собою прямокутну ділянку, у якій розміщено N об'єктів $O = \{(x_i, y_i, r_i)\}_{i=1}^N$, де:

(x_i, y_i) – координати об'єкта на площині,

r_i – відстань, на яку БПЛА повинен наблизитися до об'єкта для того, щоб вважати об'єкт дослідженим.

Початкова точка маршруту $A_1 = (x_1, y_1)$

Кінцева точка маршруту $A_2 = (x_2, y_2)$

Максимально допустима довжина маршруту БПЛА – L_{max}

Необхідно побудувати маршрут $R = [A_1, P_1, P_2, \dots, P_{k-1}, A_2]$, де $P_i \in R^2$ – точки маршруту, які з'єднуються відрізками.

Необхідно, щоб довжина загального маршруту, утвореного відрізками, не перевищувала заданого ресурсу БПЛА.

Метою розв'язання задачі є отримання маршруту, який буде охоплювати максимальну кількість об'єктів.

Перейдемо до уточнення даної постановки.

Нехай:

$A_1 \in R^2$ – початкова точка маршруту БПЛА;

$A_2 \in R^2$ – кінцева точка маршруту;

$L_{max} \in R$ – максимальна довжина маршруту;

$O = \{i = 1, 2, \dots, N\}$ – множина об'єктів, які потрібно обстежити. Кожен об'єкт – це коло з центром (x_i, y_i) і радіусом r_i , тобто

$$C_i: (x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 = r_i^2$$

$R = [P_0, P_1, P_2, \dots, P_{k-1}, P_k | P_0 = A_1, P_k = A_2]$, де $P_i \in R^2$ – маршрут БПЛА: кожна пара P_j, P_{j+1} утворює пряму лінію, яка задається рівнянням

$$P_j P_{j+1}: \frac{x - x_j}{x_{j+1} - x_j} = \frac{y - y_j}{y_{j+1} - y_j}$$

Необхідно знайти маршрут R , який максимізує кількість обстежених об'єктів:

$$\left\{ \exists j \in \{0, \dots, k-1\}: \left[(x_j + t(x_{j+1} - x_j) - x_i)^2 + (y_j + t(y_{j+1} - y_j) - y_i)^2 \leq r_i^2 \right] \neq \emptyset \right\}$$

за умови

$$\sum_{j=0}^{k-1} \|P_{j+1} - P_j\| \leq L_{max},$$

$$\|P_{j+1} - P_j\| = \sqrt{(x_{j+1} - x_j)^2 + (y_{j+1} - y_j)^2}$$

З формальної точки зору задача поєднує риси задачі комівояжера, задачі покриття множини та задачі маршрутизації з обмеженнями ресурсів, що зумовлює її належність до класу NP-складних. Кількість можливих маршрутів та комбінацій вибору об'єктів зростає експоненціально зі збільшенням числа точок, а додаткові просторові обмеження у вигляді радіусів спостереження ускладнюють процес оптимізації. Це робить неможливим застосування точних методів для задач реалістичного масштабу та обґрунтовує використання евристичних і метаевристичних підходів [8-11].

Алгоритми рішення задачі.

Для рішення задачі було запропоновано два алгоритми: жадібний алгоритм та генетичний алгоритм.

I. Жадібний алгоритм розв'язання задачі планування маршруту БПЛА

Вхідні дані:

$A_1 \in R^2$ – початкова точка маршруту БПЛА;

$A_2 \in R^2$ – кінцева точка маршруту.

$L_{max} \in R$ – максимальна довжина маршруту;

$O = \{i = 1, 2, \dots, N\}$ – множина об'єктів, які потрібно обстежити.

$g \subset R^2$ – сітка допустимих проміжних точок, згенерована з кроком h .

Результатом роботи алгоритму є побудова маршруту R , впорядкованої послідовності точок з g :

$$R = [p_0, p_1, \dots, p_k], p_0 = A_1, p_k = A_2$$

Функція покриття:

Об'єкт o_i вважається обстеженим маршрутом R , якщо існує відрізок $[p_j, p_{j+1}] \in R$, що перетинає коло C_i з центром $c_i: (x_i, y_i)$ і радіусом r_i :

$$\exists j \in [0, k-1]: \text{dist}(C_i, [p_j, p_{j+1}]) \leq r_i$$

Позначимо множину обстежених об'єктів як $V(R) \subseteq \{1, 2, \dots, N\}$

Жадібна стратегія вибору:

Нехай:

$l(R)$ – поточна довжина маршруту R

$\Delta l = \text{dist}(p_{last}, p)$ – приріст довжини маршруту при додаванні точки p

V_p – нові об'єкти, які будуть обстежені при переході з p_{last} до p , але ще не входять в $V(R)$

Оціночна функція:

Обчислюється оцінка ефективності переходу до точки $p \in g \setminus R$

$$\phi(p) = \frac{|V_p|}{\Delta l}$$

Точка p з максимальною оцінкою $\phi(p)$ і такою, що $l(R) + \Delta l \leq L_{max}$, обирається наступною у маршрут.

Алгоритм (ітеративна побудова маршруту):

1. Ініціалізація:

$R := [A_1]$, $V(R) := \emptyset$

2. Поки існує така $p \in g \setminus R$, що:

$l(R) + \text{dist}(p_{last}, p) \leq L_{max}$ та $\phi(p) > 0$, виконуємо:

Знаходимо $p^* = \arg \arg \phi(p)$

Додаємо p^* до маршруту R

Оновлюємо $V(R)$ і $l(R)$

3. Спробувати додати A_2 , якщо залишок довжини дозволяє:

$l(R) + \text{dist}(p_{last}, A_2) \leq L_{max}$

Алгоритм намагається максимізувати кількість обстежених об'єктів $|V(R)|$, який не перевищує допустиму довжину L_{max}

Оцінимо часову складність алгоритму. У найгіршому випадку на кожному кроці перевіряються $O(m)$ точок. Для кожної з них здійснюється до $O(n)$ перевірок перетину. Тому загальна складність можна оцінити як: $O(k \cdot m \cdot n)$, де k – кількість ітерацій до завершення маршруту. Зазвичай, на практиці кількість ітерацій $k \ll m$, тож алгоритм досить швидкий, особливо при невеликих сітках.

II. Генетичний алгоритм

1. Представлення особини

Кожна особина – це послідовність точок маршруту:

$$R = [P_0, P_1, \dots, P_k], P_0 = A_1, P_k = A_2$$

Проміжні точки маршрутів P_1, \dots, P_{k-1} вибираються випадково зі згенерованої сітки.

2. Ініціалізація популяції

Створюється початкова популяція \mathcal{P}_0 з N_{pop} маршрутів. Кожен маршрут:

– починається у A_1 , закінчується в A_2 ,

– містить випадкову кількість проміжних точок (у заданому діапазоні),

– відкидається, якщо перевищує L_{max} .

3. Фітнес-функція

Дана функція оцінює ефективність особини (маршруту), використовуючи цільову функцію, тобто кількість обстежених об'єктів, якщо довжина маршруту не перевищує заданої максимальної довжини траєкторії БПЛА. Якщо довжина маршруту не задовольняє обмеженню, то функцію присвоюється -1 як штраф за перевищення довжини

$$f(R) = \{M, \text{якщо } \text{length}(R) \leq L_{max} - 1, \text{ в протилежному випадку}$$

M – кількість обстежених об'єктів.

Така фітнес-функція забезпечує цільовий пошук найкращих маршрутів.

4. Перевірка обстеження об'єкта

Об'єкт o_i вважається обстеженим, якщо для деякого $j \in \{0, \dots, k-1\}$, відрізок $P_j P_{j+1}$ перетинає коло o_i . Це визначається шляхом розв'язання квадратного рівняння:

$$\|P(t) - C_i\|^2 = r_i^2, P(t) = P_j + t(P_{j+1} - P_j), t \in [0,1]$$

5. Відбір (селекція)

Вибираємо N_{elite} найкращих особин (елітна частина) за ознакою найбільшої кількості обстежених об'єктів.

Решта $N_{pop} - N_{elite}$ формується через схрещування пар із еліти (випадкове парне схрещування з заміною).

6. Схрещування (кросовер)

Для кожної пари батьків:

випадково вибирається точка розрізу;

комбінуються частини маршрутів:

$$R_{child} = [A_1] + prefix\ from\ parent1 + suffix\ from\ parent2 + [A_2]$$

7. Мутація

Із ймовірністю p_{mut} до нащадка застосовується мутація – заміна однієї точки маршруту на нову випадкову;

8. Усунення недопустимих особин

Після кросоверу та мутації кожна нова особина перевіряється на дотримання обмеження на довжину маршруту:

Якщо $length(R_i) > L_{max}$, то дана особина відкидається.

Для підтримання популяції, щоб вона не виродилась, додаються випадкові нові особини

9. Умова зупинки

Алгоритм зупиняється в двох випадках: або досягнуто максимальну кількість поколінь, або не покращується найкраща особина протягом T поколінь (early stop).

10. Результат виконання алгоритму

Найкращим маршрутом є маршрут із найбільшою кількістю обстежених об'єктів, що не перевищує довжину L_{max} .

Для одного покоління часова складність оцінюється як $O(p \cdot L \cdot n)$. Тоді для g поколінь часова складність становитиме $O(g \cdot p \cdot L \cdot n)$.

6. Обговорення результатів дослідження

Для дослідження алгоритмів використовувалася умовна площину розміром 30×30 км з 10 об'єктами, які необхідно обстежити. Об'єкти розташовані на площині довільним чином та мають різні радіуси для кола обстеження (рис.1).

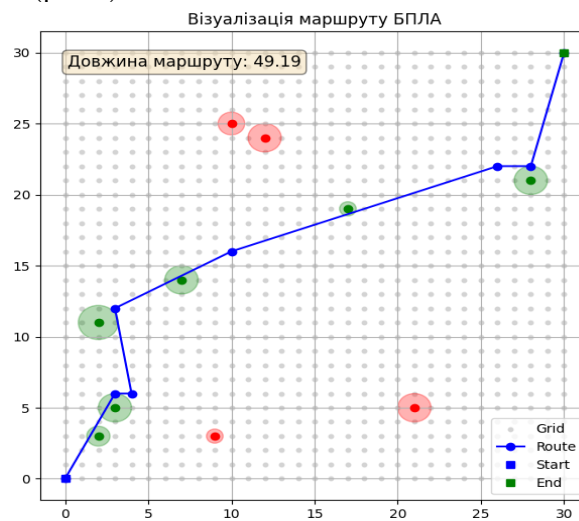


Рис. 1. Приклад побудови маршруту жадібним алгоритмом

Дослідження складалось з двох етапів. На першому етапі досліджувався вплив розміру кроку сітки на кількість обстежених об'єктів та довжину маршруту. Довжина кроку в експерименті змінювалась від 1 до 0.01.

На другому етапі досліджувався вплив максимального розміру маршруту на кількість обстежених об'єктів та довжину побудованого маршруту. Довжина L_{max} змінювалась від 45 до 130.

Для жадібного алгоритму експеримент показав нелінійну залежність загальної довжини маршруту від кроку сітки, тоді як кількість обстежених об'єктів фактично не змінюється (рис.2).

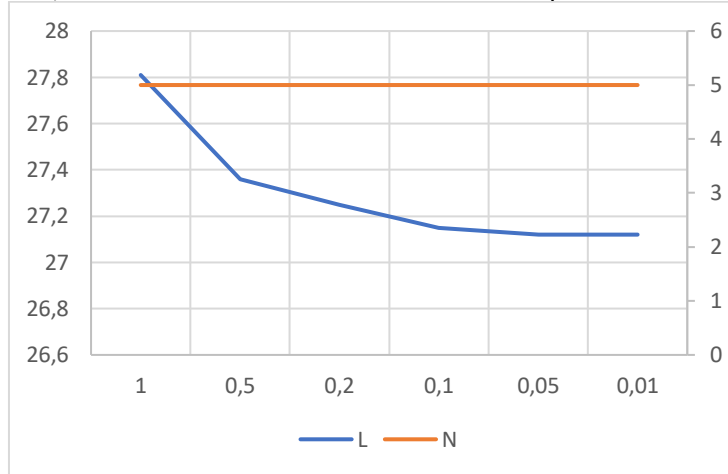


Рис. 2. Залежність довжини маршруту (L) та кількості обстежених об'єктів (N) від кроку сітки для жадібного алгоритму

На другому етапі експеримент для жадібного алгоритму показав пряму залежність довжини побудованого маршруту та кількості обстежених об'єктів від максимально допустимої довжини польоту (рис.3).

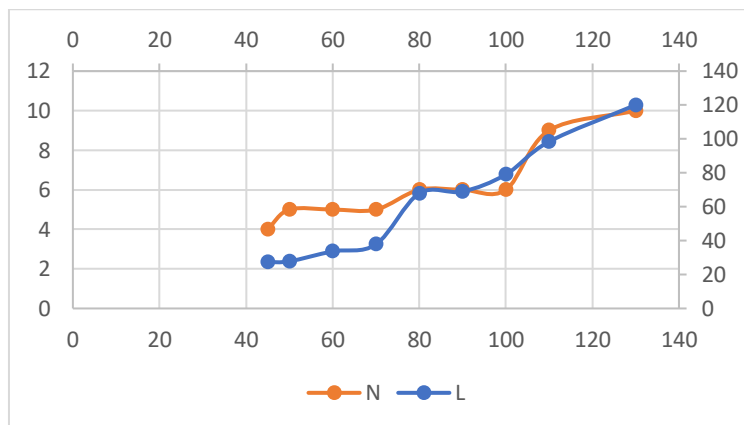


Рис. 3. Залежність довжини маршруту (L) та кількості спостережуваних об'єктів (N) від максимальної довжини маршруту при постійній величині кроку $h=1$

Проведений для еволюційного алгоритму експеримент показав, що довжина маршруту та кількість обстежених об'єктів залежить від величини кроку, однак у еволюційного алгоритму довжина запропонованого шляху більша, ніж у жадібного алгоритму, тоді як кількість обстежених об'єктів фактично однакова (рис.4)

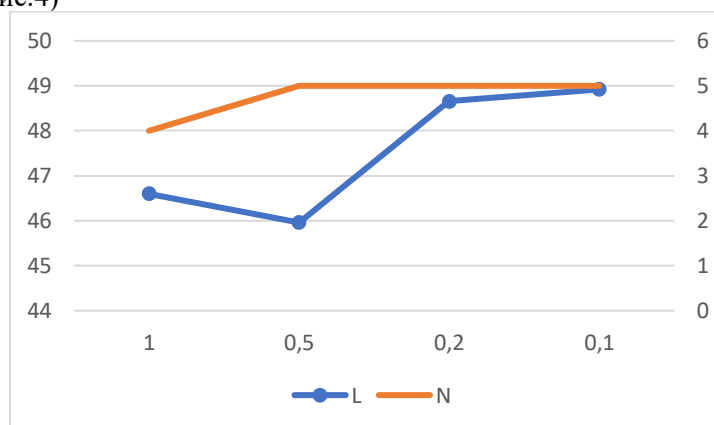


Рис. 4. Залежність довжини маршруту (L) та кількості спостережуваних об'єктів (N) від величини кроку сітки h при постійному $L_{max} = 50$

На другому етапі експерименту для еволюційного алгоритму було встановлено, що кількість обстежених об'єктів прямо залежить від довжини максимально допустимого маршруту (рис.5). Порівняно з жадібним алгоритмом еволюційний алгоритм забезпечує більшу кількість досліджених об'єктів при меншому ресурсі БПЛА.

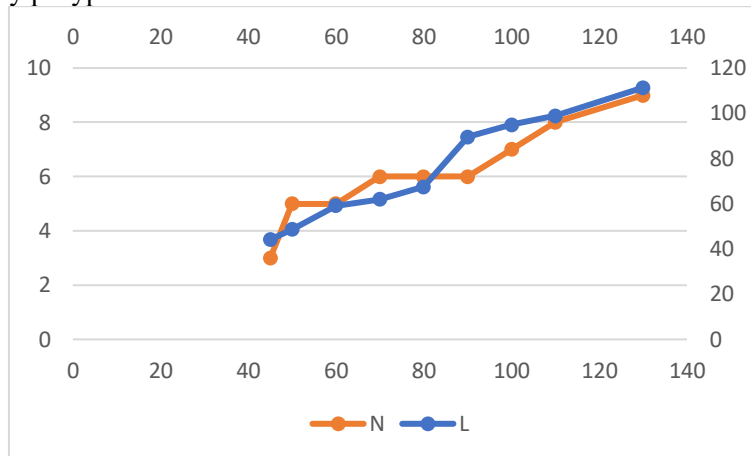


Рис.5. Залежність довжини маршруту (L) та кількості спостережуваних об'єктів (N) від максимальної довжини маршруту при постійній величині кроку $h=1$

7. Висновки

У результаті проведеного аналізу встановлено, що жадібний алгоритм є ефективним інструментом для задач оперативного планування маршруту БПЛА за умов обмежених обчислювальних ресурсів та необхідності швидкого отримання рішення. Його низька обчислювальна складність забезпечує можливість використання в режимі реального часу або на малопотужних обчислювальних платформах, зокрема безпосередньо на борту БПЛА. Хоча такий підхід не гарантує знаходження глобально оптимального маршруту, він дозволяє сформулювати прийнятне за якістю рішення з помірною довжиною шляху та мінімальними витратами ресурсів.

Водночас еволюційний алгоритм продемонстрував здатність знаходити більш якісні маршрути за рахунок дослідження ширшого простору можливих рішень. Використання популяційних механізмів пошуку, операцій комбінування та відбору дає змогу підвищити рівень покриття об'єктів за тієї самої максимальної довжини маршруту. Це робить еволюційний підхід доцільним у задачах, де пріоритетом є максимальна ефективність використання польотного ресурсу, а обчислювальні витрати та час планування не є критичними.

Таким чином, вибір методу планування маршруту БПЛА має здійснюватися з урахуванням вимог до якості рішення, наявних обчислювальних ресурсів та режиму застосування системи. Жадібний алгоритм доцільно використовувати для швидкого наближеного планування, тоді як еволюційний алгоритм є ефективним засобом для попереднього офлайн-розрахунку маршрутів підвищеної якості. Отримані результати підтверджують доцільність поєднання обох підходів у практичних системах планування польотів БПЛА залежно від конкретних умов застосування.

Подальші дослідження слід проводити в області розробки гібридних методів планування маршрутів БПЛА за умови максимальної ефективності виконання технічного завдання.

Декларація про штучний інтелект

Автор не використовував штучний інтелект при створенні матеріалів статті.

Конфлікт інтересів

Автор заявляє про відсутність конфлікту інтересів та підтверджує, що під час підготовки цієї роботи не існувало жодних комерційних, фінансових чи інших взаємовідносин, які могли б бути розцінені як такі, що здатні вплинути на результати дослідження або їх інтерпретацію. Робота виконана відповідно до принципів академічної доброчесності, етичних норм проведення наукових досліджень та вимог редакційної політики щодо запобігання конфлікту інтересів.

Список використаних джерел

1. Гуляницький Л. Ф., Сторчевий В. В. Оптимізація маршрутів групи БПЛА модифікованим алгоритмом мурашиних систем. *Комп'ютерна математика*. 2019. Вип. 1. С. 85-93. URL: http://nbuv.gov.ua/UJRN/Koma_2019_1_13
2. Dorigo M., Di Caro G. Ant colony optimization: a new meta-heuristic. Proceedings of the 1999 Congress on Evolutionary Computation-CEC99 (Cat. No. 99TH8406), Washington, DC, USA, 1999, pp. 1470-1477 Vol. 2, URL: doi: 10.1109/CEC.1999.782657.
3. Журавська І.М. Генерація субоптимальних маршрутів безпілотного літального апарата з використанням нейронної мережі Хопфілда. Проблеми інформаційних технологій. 2018. № 1. С. 181-185
4. Дудко М.В., Королук Н.О., Опенько П.В. Узагальнений алгоритм планування маршруту розвідувального польоту безпілотного літального апарату із використанням нечітких логічних систем. *Системи озброєння і військова техніка*. 2021. № 2(66). С. 44-50. <https://doi.org/10.30748/soivt.2021.66.06>
5. Jeong H.Y, Lee S. Drone routing problem with truck: Optimization and quantitative analysis. *Expert Systems with Applications*. 2023. 227. 120260. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2023.120260>
6. Pehlivanoglu V. Y., Pehlivanoglu P. An enhanced genetic algorithm for path planning of autonomous UAV in target coverage problems. *Applied Soft Computing*, 2021. Volume 112. 107796. <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2021.107796>.
7. Debnath D., Vanegas F., Sandino J., Hawary A.F., Gonzalez F. A Review of UAV Path-Planning Algorithms and Obstacle Avoidance Methods for Remote Sensing Applications. *Remote Sens*. 2024, 16, 4019. <https://doi.org/10.3390/rs16214019>
8. Jeong H.Y, Lee S. Drone routing problem with truck: Optimization and quantitative analysis. *Expert Systems with Applications*. 2023. 227. 120260. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2023.120260>
9. Tamke F., Buscher U. The Vehicle Routing Problem with Drones and Drone Speed Selection. *Computers & Operations Research*. 2023. 152. 106112. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2022.106112>
10. Zhang, F.; Liu, H. Path Planning Methodologies for UAV Navigation. *J. Robot. Autom.* 2023, 29, 12–25
11. Gagan G., Haque A. Path Planning for Autonomous Drones: Challenges and Future Directions. *Drones*. 2023. 7. 169. URL: <https://doi.org/10.3390/drones7030169>

References

1. Hulyanytskyi L., Storchevii V. Optimization of routes for a group of UAVs using a modified ant colony algorithm. *Computer Mathematics*. 2019. Issue 1. pp. 85–93. URL: http://nbuv.gov.ua/UJRN/Koma_2019_1_13
2. Dorigo M., Di Caro G. Ant colony optimization: a new meta-heuristic. Proceedings of the 1999 Congress on Evolutionary Computation-CEC99 (Cat. No. 99TH8406), Washington, DC, USA, 1999, pp. 1470-1477 Vol. 2, URL: doi: 10.1109/CEC.1999.782657.
3. Zhuravska I. Generation of suboptimal routes of an unmanned aerial vehicle using a Hopfield neural network. *Problems of Information Technologies*. 2018. No. 1. pp. 181–185.
4. Dudko M., Koroliuk N., Openko P. Generalized algorithm for planning the reconnaissance flight route of an unmanned aerial vehicle using fuzzy logic systems. *Systems of Arms and Military Equipment*. 2021. No. 2(66). pp. 44–50. <https://doi.org/10.30748/soivt.2021.66.06>
5. Jeong H.Y, Lee S. Drone routing problem with truck: Optimization and quantitative analysis. *Expert Systems with Applications*. 2023. 227. 120260. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2023.120260>
6. Pehlivanoglu V. Y., Pehlivanoglu P. An enhanced genetic algorithm for path planning of autonomous UAV in target coverage problems. *Applied Soft Computing*, 2021. Volume 112. 107796. <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2021.107796>.
7. Debnath D., Vanegas F., Sandino J., Hawary A.F., Gonzalez F. A Review of UAV Path-Planning Algorithms and Obstacle Avoidance Methods for Remote Sensing Applications. *Remote Sens*. 2024, 16, 4019. <https://doi.org/10.3390/rs16214019>
8. Jeong H.Y, Lee S. Drone routing problem with truck: Optimization and quantitative analysis. *Expert Systems with Applications*. 2023. 227. 120260. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2023.120260>
9. Tamke F., Buscher U. The Vehicle Routing Problem with Drones and Drone Speed Selection. *Computers & Operations Research*. 2023. 152. 106112. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2022.106112>
10. Zhang, F.; Liu, H. Path Planning Methodologies for UAV Navigation. *J. Robot. Autom.* 2023, 29, 12–25
11. Gagan G., Haque A. Path Planning for Autonomous Drones: Challenges and Future Directions. *Drones*. 2023. 7. 169. URL: <https://doi.org/10.3390/drones7030169>

Надійшла до редакції: 25.11.25

Прийнята до друку: 17.03.26

Опубліковано: 30.03.26