УДК 621.391:004.722 DOI: 10.31673/2412-4338.2026.019007

Герасимчук Владислав Сергійович
аспірант кафедри телекомунікаційних систем та мереж
Державний університет інформаційно-комунікаційних технологій, м. Київ, Україна
ORCID: 0009-0003-8944-1952
h3rasymchuk@gmail.com

Пепа Юрій Володимирович
канд. техн. наук, доцент, професор кафедри технічних систем кіберзахисту
Державний університет інформаційно-комунікаційних технологій, м. Київ, Україна
ORCID: 0000-0003-2073-1364
yurka14@gmail.com

МОДЕЛІ ВИБОРУ ОПТИМАЛЬНОГО ТРАФІКУ ПЕРЕДАЧІ ДАНИХ В ІНФОКОМУНІКАЦІЙНИХ МЕРЕЖАХ

Анотація. *У статті розглянуто моделі вибору оптимального трафіку передавання даних в інфокомунікаційних мережах з урахуванням вимог до якості обслуговування, пропускної здатності каналів, затримок передавання та рівня мережевого навантаження. Актуальність дослідження зумовлена зростанням складності сучасних інфокомунікаційних систем, необхідністю підвищення ефективності використання мережевих ресурсів і забезпечення належного рівня захищеності інформації під час її передавання. Проаналізовано основні підходи до управління мережевим трафіком, зокрема методи, що базуються на теорії графів, оптимізаційних моделях маршрутизації та прогнозуванні навантаження мережі.*

Запропоновано математичну модель, у якій комбінаторну задачу вибору оптимального маршруту та розподілу потоків зведено до задачі з неперервними змінними. Такий підхід дає змогу формалізувати процес пошуку раціонального способу передавання трафіку та врахувати критерії ефективності функціонування мережі. Розроблено покроковий алгоритм визначення оптимального трафіку на основі аналізу матриці суміжності графа мережі та послідовного виділення множини ізольованих вершин максимальної потужності. Показано, що запропонований підхід дозволяє знаходити не лише найкоротші, а й найбільш ефективні маршрути передавання даних, орієнтовані на зниження перевантажень і підвищення стійкості мережі, а також на раціональний розподіл потоків між вузлами.

Наведено результати моделювання, які підтверджують доцільність поділу інформаційного блока на підблоки з подальшим їх передаванням альтернативними маршрутами. Це сприяє зменшенню перевантажень, скороченню затримок і підвищенню швидкодії передавання. Отримані результати можуть бути використані під час проектування та експлуатації інфокомунікаційних мереж з підвищеними вимогами до продуктивності, надійності та інформаційної безпеки.

Ключові слова: *інфокомунікаційні мережі, трафік даних, оптимізація, моделі вибору, якість обслуговування, маршрутизація.*

Vladyslav Herasymchuk
Ph.D. student in the Department of Telecommunications Systems and Networks
State University of Information and Communication Technologies, Kyiv, Ukraine
ORCID: 0009-0003-8944-1952
h3rasymchuk@gmail.com

Yuriy Pepa
Ph.D., Associate Professor, Professor in the Department of Technical Systems for Cyber Security
State University of Information and Communication Technologies, Kyiv, Ukraine
ORCID: 0000-0003-2073-1364
yurka14@gmail.com

MODELS FOR SELECTING OPTIMAL DATA TRANSMISSION TRAFFIC IN INFOCOMMUNICATION NETWORKS

Abstract. *This article examines models for selecting the optimal data transmission rate in information and communication networks, taking into account service quality requirements, channel bandwidth, transmission delays, and network load levels. The relevance of the study is driven by the increasing complexity of modern information and communication systems, the need to improve the efficiency of network resource utilization, and the need to ensure an adequate level of information security during transmission. The main approaches to network traffic management are analyzed, including methods based on graph theory, optimization models of routing, and network load forecasting.*

A mathematical model is proposed in which the combinatorial problem of selecting the optimal route and distributing flows is reduced to a problem with continuous variables. This approach allows formalizing the process of finding a rational method for transmitting traffic and taking into account criteria for network performance. A step-by-step algorithm for determining optimal traffic has been developed based on the analysis of the network graph's adjacency matrix and the sequential identification of a set of isolated vertices of maximum capacity. It is shown that the proposed approach allows finding not only the shortest but also the most efficient data transmission routes, aimed at reducing congestion and increasing network stability, as well as at the rational distribution of flows between nodes.

The results of the simulation confirm the feasibility of dividing the information block into sub-blocks and subsequently transmitting them via alternative routes. This helps reduce congestion, minimize delays, and improve transmission performance. The results obtained can be used in the design and operation of information and communication networks with increased requirements for performance, reliability, and information security.

Keywords: *information and communication networks, data traffic, optimization, selection models, quality of service, routing.*

Постановка проблеми. Сучасні інфокомунікаційні мережі (ІКМ) являють собою складний комплекс технічних засобів, програмного забезпечення, пристроїв керування та організаційної структури [1], що забезпечує спільне функціонування елементів комплексу та їх експлуатацію з територіально розподіленими кінцевими абонентами [2].

Основною тенденцією розвитку ІКМ є цифровізація мереж, яка передбачає побудову мережі на основі цифрових методів передавання та комутації [3] з використанням цифрових систем передавання і цифрових систем комутації. Це пояснюється такими суттєвими перевагами:

• висока завадостійкість;

• слабка залежність якості передавання від довжини ліній зв'язку;

• стабільність параметрів мереж зв'язку;

• ефективність використання пропускної здатності мереж для передавання інформаційних сигналів;

• можливість побудови цифрової мережі зв'язку;

• високі техніко-економічні показники.

Цифрові ІКМ включають як локальні, так і глобальні мережі. Тому деякі фахівці схильні виділяти проходження інформації через ІКМ в окремий канал, рівноцінний іншим каналам [2], але такий підхід не є оптимальним.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Із зростанням масштабів застосування засобів обчислювальної техніки для оброблення інформації та обміну нею на відстані виникла необхідність об'єднання зосереджених систем оброблення даних в ІКМ.

В роботі [4] розглянуто теорію графів як фундаментальна математична основа для представлення ІКМ у вигляді графів**,** де вузли відповідають мережевим пристроям, а ребра – каналам зв'язку, що дозволяє формалізувати завдання для побудови оптимальних маршрутів. Особлива увага приділяється алгоритмам знаходження найкоротших шляхів, але не оптимізації трафіку. В роботі [5] розглянуто математичне моделювання трафіку мережі з метою прогнозування інтенсивності мережевого навантаження та оптимізації розподілу мережевих ресурсів. Автори показують, що мережевий трафік має повтори та кореляції між послідовними днями, тижнями, що вказує на його періодичність, а значить описується стохастичними моделей. Автори трафік подають як періодично корельований випадковий процес і на основі нього проводять прогнозування майбутніх навантажень ІКМ.

Доцільність створення ІКМ зумовлюється можливістю використання територіально розосередженими користувачами програмного забезпечення та інформатизованих баз даних, що знаходяться в різних центрах мережі, а також можливістю організації «розподіленого оброблення» даних шляхом залучення обчислювальних ресурсів кількох обчислювальних центрів мережі для розв'язання особливо складних задач [2, 3]. ІКМ можна розглядати як систему з розподіленими по території апаратними, програмними та інформаційними ресурсами. В роботах [6, 7] здійснено огляд застосування графо-орієнтованого глибокого навчання у задачах оптимізації ІКМ для проходження пакетів даних мережею, що приводить до зростаючої складності операцій, управління та оптимізації сучасних ІКМ. Автори використовують графові нейронні мережі для обробки топологічної інформації без втрат структури даних., потім відбувається граф-глибоке навчання штучної мережі.

Дані, що передаються мережами, легко можуть бути втрачені, затримані, поставлені в черги, частково бути модифікованими, а значить це завдання прогнозування трафіку і оцінка втрат інформації у кінцевого користувача, як показано в [8, 9]. В роботах [10, 11] досліджено оптимізаційні моделі маршрутизації трафіку для великомасштабних ІКМ, що підвищує ефективності використання пропускної здатності, мінімізацію перевантажень і забезпечення вимог якості обслуговування (QoS). Автори вирішують задачі керування потоками даних у вигляді задач математичного програмування (лінійного, цілочисельного та змішаного цілочисельного програмування), що дозволяє знаходити оптимальні або наближено оптимальні схеми маршрутизації за різними критеріями – мінімізації затримок, вартості ресурсів і максимальної завантаженості каналів.

Це підводить нас до питання пошуку оптимального маршруту при заданому порозі QoS. Використання формальних оптимізаційних моделей забезпечить істотне покращення показників продуктивності мережі порівняно з іншими відомими евристичними методами. Тому трафік передавання даних у мережах необхідно прогнозувати так, щоб блок даних можна було розбити на підблоки та передавати їх різними трафіками на різних маршрутах, що вплине частково і на підвищення захисту інформації при перехопленні пакетів даних. Розгляду цих питань буде і присвячена ця робота.

Мета і задачі дослідження. Метою цієї роботи є розроблення моделі та алгоритму розв’язання комбінаторної задачі для визначення альтернативного та найбільш ефективного способу передачі трафіку в ІКМ.

Основні задачі:

1. Побудувати математичну модель задачі вибору маршрутів і потоків даних в мережі, як задачу з неперервними потоками;

2. Визначити критерії оптимальності з урахуванням якості обслуговування (QoS), пропускної здатності та затримок передачі;

3. Оцінити вплив параметрів мережі (пропускна здатність, затримки, рівень навантаження) на QoS.

Основна частина. Метод визначення оптимального трафіку передавання блоків даних розроблено на основі дослідження процесів, що відбуваються в моделях комбінаторних задач, які являють собою багатостійкі дискретні структури [11].

Метод ґрунтується на зведенні дискретної задачі визначення множини максимальної потужності ізольованих вершин графа (вузлів ІКМ) без петель і кратних ребер (резервних вузлів) до задачі оптимізації з неперервними змінними (трафіком).

Розглянемо змінні точки $X(\alpha)$ з координатами $x_i(\alpha)$, де $i = 1, 2, ..., n$ у n-вимірному декартовому прямокутному просторі, де α – параметр переміщення, а координати $x_i(\alpha)$ змінюються в межах

$$0 \le x_i(\alpha) \le 1. \quad (1)$$

Для параметра α розглядаються інтервали його зміни за яких координати $x_i(\alpha)$ набувають граничних значень

$$x_i(\alpha) \in \begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases} \text{при } i \in W,$$

де $W = \{i\}$ – множина натуральних чисел від 1 до n включно.

Нехай $W'(\alpha) \subseteq W$ – множина елементів i, для яких виконується умова (1). Очевидно, що $i \in W'(\alpha)$, якщо $x_i(\alpha)$ не дорівнює ні нулю, ні одиниці. Якщо $0 < x_i(\alpha) < 1$ в інтервалі $\alpha^{k-1} < \alpha < \alpha^k$ і при $\alpha = \alpha^k$ координата $x_i(\alpha)$ набуває граничного значення, вважаємо, що $i \in W'(\alpha)$ у цьому інтервалі, але при $\alpha^k < \alpha < \alpha^{k+1}$ маємо $i \notin W'(\alpha)$.

Із визначення видно, що при $\alpha^{k-1} < \alpha < \alpha^k$ потужність множини $W'(\alpha)$, тобто блоку даних, є сталою:

$$|W'(\alpha)| = const.$$

Область переміщення точки $X(\alpha)$ або пакету даних, окрім умови (1), обмежується рівняннями:

$$x_i(\alpha) + \alpha \sum_{j \in W'(\alpha)} a_{ij}(\alpha) x_j(\alpha) = 1; \qquad i \in W'(\alpha), \quad (2)$$

де

$$a_{ij}(\alpha) = 0 \text{ коли } i = j;$$
$$a_{ij}(\alpha) \geq 0 \text{ коли } i \neq j,$$

якщо

$$\sum_{i \in W'(\alpha)} a_{ij}(\alpha) = 1; \qquad j \in W'(\alpha). \tag{3}$$

У рівнянні (2) при $\alpha = 0$ координати $x_i(\alpha) = 1$, $i = 1, 2, ..., n$, а при $\alpha > 0$ координати $x_i(\alpha)$ та $x_j(\alpha)$ не можуть одночасно набувати значення 1, якщо $a_{ij}(\alpha) > 0$.

З рівняння (2) для одержуємо

$$\sum_{i \in W'(\alpha)} x_i(\alpha) + \alpha \sum_{i \in W'(\alpha)} \sum_{j \in W'(\alpha)} a_{ij}(\alpha) x_j(\alpha) = |W'(\alpha)|, \tag{4}$$

де

$$A(\alpha) = \sum_{i \in W'(\alpha)} x_i(\alpha) = \frac{|W'(\alpha)|}{1+\alpha}; \tag{5}$$

$$B(\alpha) = \alpha \sum_{i \in W'(\alpha)} \sum_{j \in W'(\alpha)} a_{ij}(\alpha) x_j(\alpha) = \alpha \frac{|W'(\alpha)|}{1+\alpha}. \tag{6}$$

Введемо нові змінні

$$y_{ij}(\alpha) = \alpha a_{ij}(\alpha) x_j(\alpha)$$

для яких, відповідно до умов (1) – (3), маємо

$$\alpha\left[1 - \sum_{j \in W'(\alpha)} y_{ij}(\alpha)\right] = \sum_{j \in W'(\alpha)} y_{ij}(\alpha); \quad i \in W'(\alpha). \tag{7}$$

Якщо переміщення точки $Y(\alpha)$ іншим маршрутом з координатами $y_{ij}(\alpha)$ у $n(n-1)$-вимірному декартовому прямокутному просторі здійснювати так, щоб за обмежень (7) для кожного значення $\alpha^{k-1} < \alpha \leq \alpha^k$ виконувалася умова

$$\sum_{i \in W'(\alpha)} \sum_{j \in W'(\alpha)} y_{ij}^2(\alpha) = min, \tag{8}$$

тоді точка $Y(\alpha)$ завжди перебуватиме на напрямі, що утворює мінімальний гострий кут із напрямом градієнта функції – оптимального маршруту:

$$\sum_{i \in W'(\alpha)} \sum_{j \in W'(\alpha)} y_{ij}(\alpha) = \alpha \frac{|W'(\alpha)|}{1+\alpha}. \tag{9}$$

Під час переміщення точки $Y(\alpha)$ у вказаному напрямі в інтервалі $\alpha^{k-1} < \alpha \leq \alpha^k$ забезпечується максимальне зростання функцій (6) та (9), що доводить ефективність QoS. При цьому відповідно до умов (1) – (4) точка $X(\alpha)$ у n-вимірній декартовій прямокутній системі координат переміщується таким чином, що забезпечується максимальне зменшення функції (5) – оптимальний маршрут.

У деякому інтервалі зміни параметра α можливі два випадки.

Випадок 1. У правій граничній точці інтервалу деякі $x_i(\alpha)$ набувають граничних значень 0 або 1, у наступному інтервалі відповідні їм елементи і виключаються з множини $W'(\alpha)$, і процес триває доти, доки не виконається умова $B(\alpha) = 0$. Тоді значення змінних $x_i(\alpha)$, отримані на межах розглянутих інтервалів і рівні 0 або 1, відповідатимуть розв'язанню задачі (1) – (3) за виконання умов

$$\sum_{i=1}^{n} x_i(\alpha) = min; \tag{10}$$

$$x_i(\alpha) = \begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases} \text{ причому } i = 1, 2, ..., n; \tag{11}$$

$$x_i = \alpha x_i(\alpha) = \begin{cases} 0 \text{ при } a_{ij}(\alpha) > 0; \\ 1 \text{ при } a_{ij}(\alpha) = 0; \end{cases} \tag{12}$$

$$i \neq j; \quad j = 1, 2, ..., n. \tag{13}$$

Це випадок організації найкоротшого маршруту для передачі трафіку, але він не є оптимальним і не завжди ефективним.

Випадок 2. На цьому інтервалі права гранична точка досягається при $\alpha \to \infty$. У такому разі до граничних значень

$$x_i(\alpha) = \begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases} \text{причому } i \in W \text{, а також } i \in W'(\alpha),$$

отриманих на попередніх етапах, додаються граничні значення змінних $x_i(\alpha)$; $i \in W'(\alpha)$, визначені таким чином: довільній змінній $x_i(\alpha)$; $i \in W'(\alpha)$, надається значення 1, а змінним $x_j(\alpha)$; $j \in W'(\alpha)$, якщо $a_{ij}(\alpha) > 0$, – значення 0. Отримане таким чином розв'язання задовольняє умови (10) – (13).

Отже, раніше розглянутий випадок 1 має місце тоді, коли на кожному інтервалі зміни α напрями переміщення точок $X(\alpha)$ та $Y(\alpha)$ не збігаються відповідно з напрямами антиградієнта функції $A(\alpha)$ та градієнта функції $B(\alpha)$. Випадок 2 виникає за збігу зазначених напрямів у деякому інтервалі зміни α.

Умова (8) виконується за

$$y_{ij}(\alpha) = \frac{1}{2}\frac{2\alpha}{1+\alpha^2}\left[\frac{z_i(\alpha)}{n_j} + \alpha\frac{z_j(\alpha)}{n_j}\right]; \; j \in W'(\alpha),$$

де n_j – кількість коефіцієнтів.

Якщо $a_{ij}(\alpha) > 0$ для $i \in W'(\alpha)$, тоді величини $z_j(\alpha)$; $j \in W'(\alpha)$, визначаються з рівнянь:

$$z_i(\alpha) + \frac{2\alpha}{1+\alpha^2}\sum_{j \in W'(\alpha)}\frac{b_{ji}}{n_j}z_j(\alpha) = 1; \; j \in W'(\alpha), \tag{14}$$

де

$$b_{ji} = \begin{cases} 0 \text{ при } a_{ij}(\alpha) = 0; \\ 1 \text{ при } a_{ji}(\alpha) > 0. \end{cases}$$

Якщо в рівняннях (2) при $a_{ij}(\alpha) > 0$ вважати, що

$$a_{ij}(\alpha) = \frac{1}{n_j}, \tag{15}$$

то вони набувають вигляду:

$$x_i(\alpha) + \alpha\sum_{j \in W'(\alpha)}\frac{b_{ji}}{n_j}x_j(\alpha) = 1. \tag{16}$$

Порівняння рівнянь (14) і (16) показує їх повну подібність за однієї відмінності: у рівняннях (14) параметр набуває значення $\frac{2\alpha}{1+\alpha^2}$, тоді як у рівняннях (16) значення параметра дорівнює α. За змінними $x_i(\alpha)$, знайденими з умов (16), визначають

$$y_{ij}(\alpha) = \frac{1}{2}\alpha\left[\frac{x_i(\alpha)}{n_j} + \frac{1-\sqrt{1-\alpha^2}}{\alpha}\frac{x_j(\alpha)}{n_i}\right], \; i, j \in W'(\alpha), \tag{17}$$

що задовольняє умову (8).

Із рівнянь (14) і (17) випливає, що достатньо розглянути зміну параметра в межах

$$0 \leq \alpha \leq 1. \tag{18}$$

При $\alpha \geq 0$ маємо

$$0 \le \frac{2\alpha}{1+\alpha^2} \le 1,$$

а за дійсних значень параметра в рівнянні (17) виконується умова $1-\alpha^2 > 0$, що має місце при виконанні (18). Значення коефіцієнтів (15) можна було отримати з мінімізації функції

$$\sum_{i\in W'(\alpha)} \sum_{j\in W'(\alpha)} \left[a_{ij}(\alpha)x_j(\alpha)\right]^2$$

за умови

$$\sum_{i\in W'(\alpha)} a_{ij}(\alpha) = 1;\ j \in W'(\alpha)$$

для довільних додатних значень $x_i(\alpha)$. Проте такий підхід не дає змоги аналізувати процес отримання елементарного розв'язання розглядуваної задачі.

Якщо вважати, що в задачі (1) – (3) множині вершин $V = \{v_i\}$; $i = 1, 2, ..., n$ графа $G = (V, U)$ відповідають змінні $x_i(\alpha)$; $i = 1, 2, ..., n$, а множині ребер $U = \{(i, j)\}$ – коефіцієнти $a_{ij}(\alpha)$, тоді:

$$x_i(\alpha) = \begin{cases} 0 \text{ при } v_i \,\overline{\in}\, V'; \\ 1 \text{ при } v_i \in V'; \end{cases} \qquad i = 1, 2, ..., n;$$

$$a_{ij}(\alpha) = 0 \text{ коли } (i, j) \in U;$$

$$a_{ij}(\alpha) > 0 \text{ коли } (i, j) \in U.$$

Тоді отримане розв'язання задачі (1) – (3) визначає $V' \subset V$ – множину максимальної потужності ізольованих вершин графа $G = (V, U)$ без петель і кратних ребер [6].

Основною складністю запропонованого методу є визначення значень змінних $x_i(\alpha)$ з рівнянь (16). Проте процес визначення координат $x_i(\alpha)$ можна істотно спростити.

Як видно з рівнянь (16), при $\alpha = 0$ змінні $x_i(\alpha)$ можуть бути подані у вигляді ряду Маклорена:

$$x_i(\alpha) = \sum_{p=0}^{\infty} \frac{\alpha^p}{p!} x_i^{(p)}(0),$$

де

$$x_i^{(0)}(0) = 1;$$

$$x_i^{(1)}(0) = -\sum_{j\in W'(\alpha)} \frac{b_{ji}}{n_j} x_j^{(0)}(0);$$

$$x_i^{(p)}(0) = -p \sum_{j\in W'(\alpha)} \frac{b_{ji}}{n_j} x_j^{(p-1)}(0).$$

Обчислення похідних за наведеними формулами не становить труднощів, оскільки на практиці достатньо обмежитися похідними низького порядку.

Якщо граф $G = (V, U)$ задано матрицею суміжності вершин, то у виразах для похідних замість коефіцієнтів b_{ij} виступають елементи матриці суміжності, а n_j визначається так:

$$n_j = \sum_{i\in W'(\alpha)} b_{ji}.$$

Під час обчислення $x_i(\alpha)$; $i \in W'(\alpha)$, порівняння значень похідних дає змогу встановити змінні, які на цьому етапі досягають граничних значень. Змінні набувають значення 1, тобто $x_i(\alpha) = 1$, якщо всі $x_i^p = 0$; $p = 1, 2, ..., \infty$, або значення 0, тобто $x_i(\alpha) = 0$, якщо при $\alpha > 0$:

$$x_i(\alpha) = \min_{i\in W'(\alpha)} x_i(\alpha). \tag{19}$$

Умову (19) можна подати у вигляді мінімізації та максимізації значень змінних $x_i(\alpha)$:

$$\min_{i \in W'(\alpha)} x_i(\alpha) + \max_{i \in W'(\alpha)} x_i(\alpha).$$

Змінні, для яких визначилися граничні значення, запам'ятовуються разом зі своїми значеннями. На наступному етапі розв'язання вони не розглядаються (елементи відповідних їм стовпців і рядків матриці суміжності виключаються з розгляду), що дає певний виграш у рівні швидкодії (рис. 1), і процес повторюється доти, доки не будуть визначені граничні значення всіх $x_i(\alpha)$.

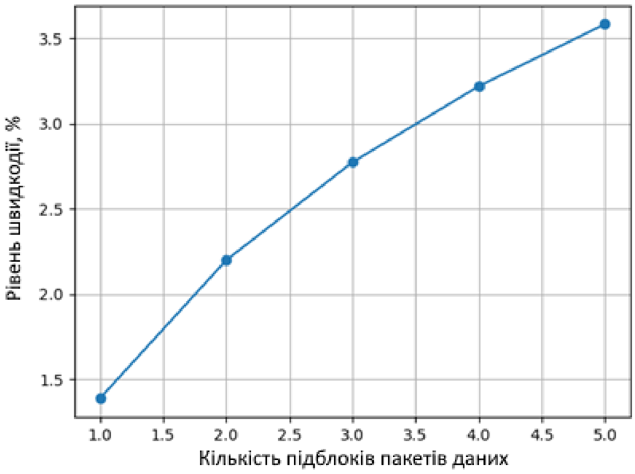

Рис. 1. Залежність рівня швидкодії від підблоків пакетів даних

Якщо на деякому етапі умова (19) не виконується, тоді для всіх $x_i(\alpha)$; $i \in W'(\alpha)$, значення 0 або 1 задаються довільно так, щоб пари $x_i(\alpha)$, що відповідають суміжним вершинам, не набували значення 1.

Для запропонованого методу розв'язання комбінаторної задачі розглянемо алгоритм. Алгоритм будується для задачі визначення множини максимальної потужності ізольованих вершин $V' \subset V$ неорієнтованого графа $G = (V, U)$, тобто для визначення оптимального трафіку передавання даних. Еквівалентність комбінаторних проблем дозволяє застосовувати його і для розв'язання інших задач [12].

Для розгляду алгоритму граф $G = (V, U)$ без петель і кратних ребер зручно подати у вигляді квадратної матриці суміжності вершин. Елемент матриці d_{ij} визначається так:

$$d_{ij} = \begin{cases} 0 \text{ при } (i, j) \notin U; \\ 1 \text{ при } (i, j) \in U; \end{cases} \qquad j = 1, 2, ..., n.$$

Запропонований алгоритм реалізується у кілька етапів. На кожному етапі визначається належність деяких вершин $v_i \in V$ множині V'. Номери цих вершин запам'ятовуються окремо, а в матриці суміжності викреслюються відповідні рядки і стовпці. Множина номерів рядків і стовпців, що розглядаються на даному етапі, позначається через N.

Розпишемо запропонований алгоритм вибору оптимального трафіку. На кожному етапі розв'язання виконуються такі операції:

Етап 1. Обчислення:

а) величини n_j для кожного $j \in N$:

$$n_j = \sum_{i \in N} d_{ij};$$

б) значень x_i^1 для кожного $i \in N$:

$$x_i^{(1)} = \sum_{j \in N} \frac{d_{ij}}{n_j}.$$

Етап 2. Визначення максимальної та мінімальної величин серед x_i^1; $i \in N$:

$$x_{max}^{(1)} = \max_{i \in N} x_i^1; \qquad x_{\min}^{(1)} = \min_{i \in N} x_i^1.$$

Етап 3. Порівняння величин $x_{max}^{(1)}$ та $x_{\min}^{(1)}$:

а) якщо $x_{max}^{(1)} = x_{\min}^{(1)}$, то здійснюється перехід до етапу 11;

б) якщо $x_{max}^{(1)} > x_{\min}^{(1)}$, то здійснюється перехід до етапу 4.

Етап 4. Визначення множини $N' \subset N$ тих номерів $i \in N$, для яких виконується умова $x_i^1 = x_{max}^{(1)}$.

Етап 5. Визначення потужності множини N':

а) якщо $|N'| = 1$, то вершина $v_i \in V'$; $i \in N'$. Номер i виключається з множини N. Із матриці суміжності викреслюються відповідні рядок і стовпець. Здійснюється перехід до етапу 6;

б) якщо $|N'| > 1$, здійснюється перехід до етапу 7.

Етап 6. Перевірка в матриці суміжності наявності рядків і стовпців, усі елементи яких дорівнюють нулю:

а) якщо наявні рядки і стовпці лише з нульовими елементами, вони виключаються з подальшого розгляду. Відповідні вершини належать множині V'. Номери цих вершин запам'ятовуються окремо і виключаються з множини N. Якщо $N \neq \varnothing$, виконується перехід до етапу 1. Якщо $N = \varnothing$, розв'язання завершено;

б) якщо в матриці немає рядків і стовпців, що містять лише нульові елементи, виконується перехід до етапу 1.

Етап 7. Обчислення

$$x_i^{(2)} = \sum_{j \in N'} \frac{d_{ij}}{n_j} x_j^{(1)}; \qquad i \in N'.$$

Етап 8. Визначення серед x_i^2 мінімального значення $x_{\min}^2$:

$$x_{\min}^2 = \min_{i \in N} x_i^2.$$

Оптимізація маршруту відбувається поетапно згідно (19) і дозволяє знайти екстремум функції (рис. 2) та на наступних етапах розподілити пакети даних між вузлами з метою підбору оптимального маршруту передачі пакетів даних.

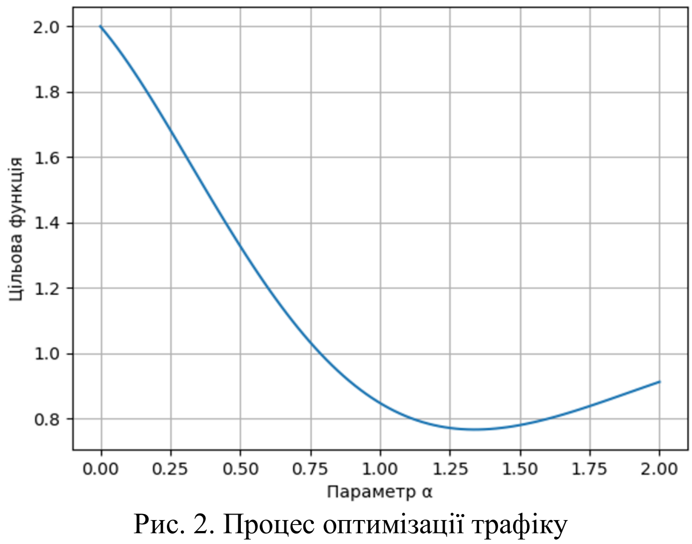

Рис. 2. Процес оптимізації трафіку

Етап 9. Визначення множини $N'' \subseteq N'$ тих номерів i, для яких виконується умова $x_i^2 = x_{\min}^2$.

Етап 10. Виключення з множини N номерів вершин $v_i \in V$; $i \in N''$, які не належать множині V'. Відповідні рядки і стовпці матриці суміжності викреслюються. Виконується перехід до етапу 6.

Етап 11. Приймається, що деяка вершина $v_i \in V$; $i \in N$, належить множині V'. Її номер i запам'ятовується окремо та виключається з множини N. Із множини N виключається також номер j, для якого виконується умова $d_{ij} = 1$. З матриці суміжності викреслюються рядки і стовпці з номерами i та j. Якщо $N \neq \varnothing$, здійснюється повторне звернення до етапу 11. Якщо $N = \varnothing$, розв'язання задачі завершено.

Задача розв'язана, а вершини $v_i \in V'$, визначені на окремих етапах і номери яких запам'ятовувалися окремо, утворюють множину максимальної потужності ізольованих вершин заданого графа, тобто визначається оптимальний трафік (рис. 2) передавання пріоритетного блока даних.

Висновки і перспективи подальших досліджень. Запропонована модель і покроковий алгоритм дає змогу визначити найбільш оптимальний маршрут передавання блоків даних, який забезпечує необхідний рівень їх захищеності. У разі потреби передавання інформаційного блока даних підблоками дає виграш у швидкодії передачі інформації приблизно у 2,5 рази, а можливість знаходження оптимального маршруту в ІКМ дозволяє розв'язати цю задачу швидко і з мінімальними часовими затримками.

Розроблені моделі дозволять ефективно визначати та прогнозувати оптимальний трафік передачі даних в ІКМ, їх можна у перспективі використовувати при проектуванні сучасних ІКМ.

Внесок авторів: Владислав Герасимчук – розробка математичної моделі, результати моделювання та їх обґрунтування; Юрій Пепа – аналіз джерел, теоретичні основи дослідження.

Декларація про штучний інтелект

Автор не використовував штучний інтелект при створенні матеріалів статті.

Конфлікт інтересів

Автор заявляє про відсутність конфлікту інтересів та підтверджує, що під час підготовки цієї роботи не існувало жодних комерційних, фінансових чи інших взаємовідносин, які могли б бути розцінені як такі, що здатні вплинути на результати дослідження або їх інтерпретацію. Робота виконана відповідно до принципів академічної доброчесності, етичних норм проведення наукових досліджень та вимог редакційної політики щодо запобігання конфлікту інтересів.

Список використаної літератури

1. Азаров О.Д., Кривуца В.Г., Коваль О.В. (2020) Комп'ютерні мережі [навч. посіб.]. Вінниця: ВНТУ. 302. ISBN: 978-9-66641-808-4.
2. Горбатий І.В., Бондарєв О.С. (2016) Телекомунікаційні системи та мережі. [навч. посіб.]. Харків: ХНУРЕ, Ч.1. 256. ISBN 978-6-17607-919-4.
3. Pavón-Mariño P. (2016) Optimization of Computer Networks: Modeling and Algorithms. Hoboken: Wiley. 312. ISBN 978-1-11901-335-8.
4. Rahman A., et al. (2019) Applications of graph theory in communication networks research. *Journal of Network and Systems Management.* Vol. 27. 819–846. https://doi.org/10.1007/s10922-019-09522-5.
5. Khvostivskyya M., et al. (2021) Mathematical modelling of daily computer network traffic. *Applied Mathematics & Information Sciences*. Vol. 15. No. 4. 487–496. https://ceur-ws.org/Vol-3039/short24.pdf.
6. Jiang W., et al. (2021) Graph-based deep learning for communication networks: A survey. *IEEE Communications Surveys & Tutorials*. Vol. 23. No. 4. 2663–2692. https://doi.org/10.1109/COMST.2021.3104851.
7. Andonov V. (2019) Analytical model of a queuing system in a telecommunication network. *Mathematics*. Vol. 7. No. 9. 842-848. https://doi.org/10.3390/math7090842.
8. Singh P., et al. (2024) Survey of traffic engineering solutions for telecommunication network optimization. *Computer Networks*. Vol. 235. 879–891. https://doi.org/10.25130/tjes.31.2.12.
9. Mao H., et al. (2021) Reinforcement learning based traffic engineering in SDN. *ACM SIGCOMM Computer Communication Review*. Vol. 51. No. 3. 34–40. https://doi.org/10.1145/3475135.3480629.
10. Pavón-Mariño P. (2017) Routing and traffic engineering optimization models for large-scale networks. *Journal of Network and Computer Applications*. Vol. 91. 1–15. https://doi.org/10.1016/j.jnca.2017.02.006.
11. Sharma R., et al. (2023) A survey of network optimization techniques for traffic engineering. *IEEE Access*. Vol. 11. 512–537. https://www.academia.edu/attachments/72155281/download_file/DISI-08-054.pdf.

12. Barkalov A., et al. (2024) Evaluation of traffic engineering routing models based on performance and reliability criteria. *Journal of Network and Computer Applications*. Vol. 229. 836–841. https://doi.org/10.3390/electronics13183638.

References

1. Azarov O.D., Kryvutsa V.H., Koval O.V. (2020) Kompiuterni merezhi [navch. posib.]. Vinnytsia: VNTU. 302. ISBN: 978-9-66641-808-4.

2. Horbatyi I.V., Bondariev O.S. (2016) Telekomunikatsiini systemy ta merezhi. [navch. posib.]. Kharkiv: KhNURE, Ch.1. 256. ISBN 978-6-17607-919-4.

3. Pavón-Mariño P. (2016) Optimization of Computer Networks: Modeling and Algorithms. Hoboken: Wiley. 312. ISBN 978-1-11901-335-8.

4. Rahman A., et al. (2019) Applications of graph theory in communication networks research. *Journal of Network and Systems Management*. Vol. 27. 819–846. https://doi.org/10.1007/s10922-019-9522-5.

5. Khvostivskyya M., et al. (2021) Mathematical modelling of daily computer network traffic. *Applied Mathematics & Information Sciences*. Vol. 15. No. 4. 487–496. https://ceur-ws.org/Vol-3039/short24.pdf.

6. Jiang W., et al. (2021) Graph-based deep learning for communication networks: A survey. *IEEE Communications Surveys & Tutorials*. Vol. 23. No. 4. 2663–2692. https://doi.org/10.1109/COMST.2021.3104851.

7. Andonov V. (2019) Analytical model of a queuing system in a telecommunication network. *Mathematics*. Vol. 7. No. 9. 842-848. https://doi.org/10.3390/math7090842.

8. Singh P., et al. (2024) Survey of traffic engineering solutions for telecommunication network optimization. *Computer Networks*. Vol. 235. 879–891. https://doi.org/10.25130/tjes.31.2.12.

9. Mao H., et al. (2021) Reinforcement learning based traffic engineering in SDN. *ACM SIGCOMM Computer Communication Review*. Vol. 51. No. 3. 34–40. https://doi.org/10.1145/3475135.3480629.

10. Pavón-Mariño P. (2017) Routing and traffic engineering optimization models for large-scale networks. *Journal of Network and Computer Applications*. Vol. 91. 1–15. https://doi.org/10.1016/j.jnca.2017.02.006.

11. Sharma R., et al. (2023) A survey of network optimization techniques for traffic engineering. *IEEE Access*. Vol. 11. 512–537. https://www.academia.edu/attachments/72155281/download_file/DISI-08-054.pdf.

12. Barkalov A., et al. (2024) Evaluation of traffic engineering routing models based on performance and reliability criteria. *Journal of Network and Computer Applications*. Vol. 229. 836–841. https://doi.org/10.3390/electronics13183638.

Надійшла до редакції: 27.11.25
Прийнята до друку: 17.03.26
Опубліковано: 30.03.26