УДК 621.396.662.072.078

Толубко В.Б., Беркман Л.Н., Козелков С.В., Дищук А.С.
Державний університет телекомунікацій

МЕТОД СИНТЕЗУ СИСТЕМ З ПОСТІЙНИМИ ПАРАМЕТРАМИ, ІНВАРІАНТНИХ ДО АДИТИВНИХ ЗАВАД

Tolubko V.B., Berkman L.N., Kozelkov S.V., Dyshchuk A.S. Method of synthesis of the systems with permanent parameters, invariant to the addition hindrances. Two methods of synthesis of invariant to the addition hindrances communication networks are considered with permanent parameters: optimization after a mean square deviation criterion and optimization after an equal criterion. It is shown that the tasks of realization of the offered methods behave to the class of tasks of the nonlinear programming. At the use of mean square deviation criterion of minimization main contradiction of decision of task is certain: than more complex is optimum signal, the terms of invariant are executed so much the better, but the heavier his searches by modern calculable methods. This contradiction not always succeeds to be settled. A method on the basis of optimization after an equal criterion brings this task over to the standard type of task of the linear programming. The improvement of the offered methods can be carried out by introduction of certain limitations. The concrete form of these limitations depends on physical maintenance of the decided task and from the type of co-ordinate functions.
Keywords**:** optimum signal, coherent reception, additional hindrance, optimization, mean-square criterion, permanent parameter

Толубко В.Б., Беркман Л.Н., Козелков С.В., Дищук А.С. Метод синтезу систем з постійними параметрами, інваріантних до адитивних завад. Розглянуті два методи вирішення задачі синтезу інваріантних до адитивних завад систем зв’язку з постійними параметрами: оптимізація за середньоквадратичним критерієм та оптимізація за рівномірним критерієм. Запропоновані математичні моделі методів, які відносяться до класу задач нелінійного програмування. Показані шляхи удосконалення запропонованих методів на основі введенням певних обмежень, які залежать від фізичного змісту розв'язуваної задачі.
Ключові слова**:** оптимальний сигнал, когерентний прийом, адитивна завада, середньоквадратичний критерій, постійний параметр

Толубко В.Б., Беркман Л.Н., Козелков С.В., Дищук А.С. Метод синтеза систем с постоянными параметрами, инвариантных к аддитивным помехам. Рассмотрены два метода решения задачи синтеза инвариантных к аддитивным помехам систем связи с постоянными параметрами: оптимизация за среднеквадратичным критерием и оптимизация за равномерным критерием. Предложены математические модели методов, которые относятся к классу задач нелинейного программирования. Показаны пути усовершенствования предложенных методов на основе введения определенных ограничений, которые зависят от физического содержания решаемой задачи.
Ключевые слова**:** оптимальный сигнал, когерентный прием, аддитивная помеха, среднеквадратический критерий, постоянный параметр

1. Вступ. Постановка задачі

Завданням ІТ галузі в даний час є забезпечення доступу абонентів до інфокомунікаційної мережі. При цьому якість одержуваної інформації визначається завадостійкістю каналу зв'язку. Проблема побудови інваріантної системи зв'язку виникає кожного разу, коли передача інформації здійснюється по каналах зі змінними параметрами чи з нестаціонарними завадами [3, 4].

В [8] проаналізовані основні засоби досягнення інваріантості до завад і випадкових змін параметрів каналів, розглянуті методи та особливості реалізації абсолютної чи відносної інваріантості таких систем зв’язку. Показано, що основними факторами, які впливають на їх вибір цих методів, є, в першу чергу, характеристики завади й ступінь їх апріорної визначеності; допустимість організації зворотного каналу зв'язку, затримки в передачі інформації; тривалість сеансу зв'язку і вимоги до часу входження в зв'язок тощо.

Питання завадостійкості цифрових систем прийому з фазорізницевою модуляцією розглянуті в [5, 6]. В роботі [1] розглянуті питання використання фазорізницевої модуляції високих порядків при формуванні багатопозиційного сигналу технологій 5G. Інваріантний підхід до задачі визначення параметрів ортогональних сигналів із частотним ущільненням та їх використання при побудові багатоканальних модемів описаний в [2].

Як показує аналіз літературних джерел, задача розробки систем модуляції, інваріантних до адитивних завад, а також способів і методів їх синтезу в наукових публікаціях розглядається в загальних рисах, без достатнього аналітичного опрацювання. Вказане обумовлює актуальність розглянутих у статті питань щодо розробки ефективних способів та методів синтезу інваріантних до адитивних завад синтезу систем зв'язку з постійними параметрами.

2. Методи прийому сигналів сучасних мереж доступу

Як відомо, основним недоліком відомих демодуляторів сигналів некогерентним прийомом є низька завадостійкість. Це обумовлене тим, що є певна невизначеність фази сигналу при роботі даного демодулятора сигналів, що викликає збільшення ймовірності помилки в порівнянні з реалізацією когерентного прийому [6-8].

Дійсно, ймовірність помилки при оптимальному некогерентному прийомі є ймовірністю того, що не буде виконуватись рівність $A_i = \arg\max A_{k,} \quad k \in [1, m]$, або нерівність $A_1 > A_к$, де A_1 – огинаюча виділяючого сигналу, $A_к$ – огинаюча взаємно корельованої функції на виході сумарного амплітудного детектора.

Визначимо ймовірність помилки для випадку m=2, коли

$$P = 1 - P\left(A_1 - A_2\right) = P\left(A_2 - A_1\right). \tag{1}$$

Враховуючи, що A_1 і A_2 в (1) являються випадковими величинами, то для визначення ймовірності помилки відомого демодулятора сигналів необхідно зафіксувати значення A_1 і визначити ймовірність $P(A_1)$ того, що A_2 буде більше цього фіксованого значення, тоді

$$P_0\left(A_1\right) = \int_{A_1}^{\infty} f_2\left(A_2\right) dA_2 , \tag{2}$$

де $f_2(A_2)$ – щільність розподілу A_2.

Середнє значення ймовірності помилки

$$P_{\text{ср}} = M\left[P(A_1)\right] = \int_0^{\infty} P\left(A_1\right) f_1\left(A_1\right) dA_1 . \tag{3}$$

Після інтегрування (2) із врахуванням (3) одержимо [6]:

$$P_{\text{ср}} = 0,5 e^{-0,5h}, \tag{4}$$

де $h = \dfrac{E}{\nu_0}$, E – енергія сигналу, ν_0 – спектральна щільність завади.

Аналогічно із (4) отримуємо формулу для ймовірності помилки при оптимальному некогерентному прийомі в багатопозиційній системі [1, 2]:

$$P_m \approx 0,5(m-1)e^{-0,5h} . \tag{5}$$

Однак відомо, що ймовірність помилки при когерентному прийомі при розрізненні m сигналів визначається як

$$P_{mk} \approx \frac{\left(m-1\right)^2}{\sqrt{2\pi hm \log m}} \exp\left(-\frac{m}{2\left(m-1\right)} h \log m\right) . \tag{6}$$

Зрівнюючи (5) і (6) видно, що при h=5 ймовірність помилки при оптимальному некогерентному прийомі в ~4 рази перевищує ймовірність помилки при когерентному прийомі.

Але можливість використовувати когерентний прийом зустрічається тільки в деяких каналах зв'язку, де можливо визначити початкову фазу сигналу.

Тому для підвищення завадостійкості доцільно застосовувати інваріантні методи формування сигналу.

3. Метод знаходження оптимального сигналу

Одним з методів синтезу систем з постійними параметрами, інваріантних до адитивної завади, є метод знаходження оптимального сигналу. Відповідно до нього оператор демодуляції $\Phi_{\text{опт}N}$ вибирається як оптимальний стосовно завади N, а відносна інваріантість до завади Ξ (якщо вона можлива) досягається вибором сигналу S, що мінімізує за тим чи іншим критерієм ефект дії завади Ξ на виході демодулятора. У статті більш детально розглядаються питання синтезу оптимального сигналу. Нагадаємо, що тут розглядаються системи передачі дискретної інформації з постійними параметрами і, отже, вони можуть бути інваріантні (абсолютно чи відносно) тільки відносно до квазідетермінованих завад.

Квазідетерміновану заваду можна записати у вигляді детермінованої функції часу з випадковими параметрами α, β, γ і т.д.:

$$\xi = \xi(t, \alpha, \beta, \gamma, ...). \tag{7}$$

У найпростішому випадку, який надалі будемо розглядати, випадковий параметр один, тобто вираз (7) буде представлений як:

$$\xi = \xi(\alpha, t). \tag{8}$$

За умовою відносної інваріантості для знаходження оптимального сигналу потрібно мінімізувати величину $\Phi_{\text{опт}N}(S, \xi)$.

3.1. Оптимізація за середньоквадратичним критерієм

Якщо використовується середньоквадратичний критерій мінімізації, то задача формулюється наступним чином:

$$J\left[S(t)\right] = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \left\{\Phi_{\text{опт }N}\left[S(t), \xi(\alpha, t)\right]\right\}^2 d\alpha = \min_{S(t)},$$

де $\left(\alpha_1, \alpha_2\right)$ – область зміни параметру α. Оптимальним алгоритмом демодуляції в гаусівському каналі є алгоритм когерентного прийому:

$$\Phi_{\text{опт }N}\left[S(t), \xi(\alpha, t)\right] = \int_0^T S(t)\xi(\alpha, t)dt.$$

Скористаємося представленням завади і сигналу у вигляді розкладів за ортонормованими функціями $\varphi_i(t)$:

$$S(t) = \sum_{i=n_1}^{n_2} a_i \phi_i(t); \tag{9}$$

$$\xi(\alpha, t) = \sum_{i=n_1}^{n_2} b_i(\alpha)\phi_i(t). \tag{10}$$

Тоді $\Phi_{\text{опт }N}\left[\left\{a_i\right\}, \alpha\right] = \sum_{i=n_1}^{n_2} a_i b_i(\alpha)$ і задача середньоквадратичної мінімізації запишеться у вигляді:

$$J\left[\left\{a_i\right\}\right] = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \left[\sum_{i=n_1}^{n_2} a_i b_i(\alpha)\right]^2 da = \sum_{i=n_1}^{n_2} a_i^2 \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} b_i^2(\alpha)d\alpha + \sum_{\substack{j,i=n_1 \\ i\neq j}}^{n_2} a_i a_j \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} b_i(\alpha)b_j(\alpha)d\alpha.$$

Позначимо:

$$c_i = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} b_i^2(\alpha)d\alpha = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \left[\int_0^T \xi(\alpha,t)\phi_i(t)dt \right]^2 d\alpha; \tag{11}$$

$$c_{ij} = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} b_i(\alpha)b_j(\alpha)d\alpha = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \left[\int_0^T \xi(\alpha,t)\phi_i(t)dt \int_0^T \xi(\alpha,t)\phi_j(t)dt \right] d\alpha. \tag{12}$$

Коефіцієнти c_i і c_{ij} у виразах (11) і (12) можуть бути обчислені заздалегідь, якщо до квазідетермінована завада задана у вигляді (8).

Таким чином, з урахуванням природного обмеження на енергію сигналу одержуємо:

$$J\left[\{a_i\}\right] = \sum_{i=n_1}^{n_2} c_i a_i^2 + \sum_{i=n_1}^{n_2} \sum_{\substack{j=n_1 \\ i \neq j}}^{n_2} c_{ij} a_i a_j = \min_{\{a_i\}}; \tag{13}$$

$$\sum_{i=n_1}^{n_2} a_i^2 = A, \tag{14}$$

тобто необхідно знайти таку сукупність коефіцієнтів α_i, що задовольняють умові (14), при якій сума (13) досягає мінімуму.

Дана задача у формулюванні (13), (14) відноситься до класу задач нелінійного програмування. Одним з методів її рішення є зведення до системи рівнянь.

Приведемо відповідні викладення. Перенумеруємо для простоти запису індекси в змінних і коефіцієнтів функції J: нумерацію від n_1 до n_2 замінимо на нумерацією від 1 до K, де $K = n_2 - n_1 + 1$. Тоді:

$$J\left[\{a_i\}\right] = \sum_{i=1}^{K} c_i a_i^2 + \sum_{i=1}^{K} \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^{K} c_{ij} a_i a_j; \tag{15}$$

$$\sum_{i=1}^{K} a_i^2 = A. \tag{16}$$

Знайдемо частинні похідні функції (15) за всіма змінними:

$$\frac{\partial J}{\partial a_1} = 2c_1 a_1 + 2\sum_{j \neq 1} c_{1j} a_j;$$

$$\frac{\partial J}{\partial a_2} = 2c_2 a_2 + 2\sum_{j \neq 2} c_{2j} a_j;$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\frac{\partial J}{\partial a_1} = 2c_K a_K + 2\sum_{j \neq K} c_{Kj} a_j.$$

Прирівнявши частинні похідні до нуля, одержуємо наступну систему лінійних однорідних рівнянь:

$$\left.\begin{array}{c} c_1 a_1 + \sum\limits_{j \neq 1} c_{1j} a_j = 0 \\ c_2 a_2 + \sum\limits_{j \neq 2} c_{2j} a_j = 0 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ c_K a_K + \sum\limits_{j \neq K} c_{Kj} a_j = 0 \end{array}\right\}. \tag{17}$$

Вона має ненульові рішення тільки в тому випадку, якщо визначник системи D дорівнює нулю:

$$D = \begin{vmatrix} c_1 & c_{12} & c_{13} & \cdots & c_{1K} \\ c_2 & c_{21} & c_{23} & \cdots & c_{2K} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ c_K & c_{K1} & c_{K2} & \cdots & c_{K(K-1)} \end{vmatrix} = 0.$$

Рішення системи лінійних рівнянь (17), очевидно, дасть точку екстремуму функції (15). Якщо цей екстремум є мінімумом, то задача може вважатися вирішеною.

Відзначимо, насамперед, що обмежуюча умова (16) у даному випадку несуттєва. Дійсно, нехай сукупність a_1^*, a_2^*, a_K^* є деяке ненульове рішення системи (17) таке, що $\sum_{i=1}^{K} \left(a_i^*\right)^2 = B \neq A$.

Позначимо $A / B = r^2$. Очевидно, що $ra_1^*, ra_2^*, ..., ra_K^*$ також є рішенням системи (17), але це рішення задовольняє умові (17), оскільки

$$\sum_{i=1}^{K} (ra_i^*)^2 = r^2 \sum_{i=1}^{K} (a_i^*)^2 = r^2 B = A.$$

Таким чином, рішенням задачі синтезу сигналу $\{a_i\}$ є будь-яке ненульове рішення системи (17), якщо тільки відповідний екстремум є мінімумом.

Існування рішення системи (17) є необхідною, але недостатньою умовою визначення мінімуму функції (15). По-перше, знайдене рішення системи може дати не мінімум, а максимум, а, по-друге, отриманий мінімум може бути не найменшим. Для остаточного рішення задачі необхідно використати достатні умови існування екстремуму функції багатьох змінних, а також безпосередню підстановку всіх отриманих рішень у вираз (15) і визначення того з них, яке забезпечує найменше значення величини J.

Відзначимо, що число членів у сумах виразу (15), а отже, порядок підлягаючої рішенню системи лінійних рівнянь (16) дорівнюють базі шуканого сигналу $K = 2\Delta f T$, де Δf – ширина спектра сигналу. Число ж належних обчисленню за формулами (11) і (12) коефіцієнтів рівнянь дорівнює квадрату бази сигналу. Для досягнення відносної інваріантності системи до квазідетермінованої завади необхідно використати досить складний сигнал з базою, рівною, принаймні, декільком десяткам. Рішення відповідної системи рівнянь можливе тільки чисельними методами з використанням цифрових обчислювальних машин.

Таким чином, при рішенні даної задачі ми зіштовхуємося зі звичайним протиріччям: чим складніший оптимальний сигнал, тим краще виконуються умови інваріантності, але тим важче його пошуки сучасними обчислювальними методами. Це протиріччя не завжди вдається вирішити.

У приведеному вище формулюванні задачі синтезу оптимального сигналу передбачалося, що параметр завади α розподілений рівномірно на інтервалі (α_1, α_2), тому що ніякому значенню α не віддавалася перевага. У загальному випадку α має деякий довільний розподіл. Позначимо відповідну щільність імовірності через $W(\alpha)$. Тоді необхідно мінімізувати функціонал

$$J\left[S(t)\right] = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \left\{\Phi_{onm\mathrm{N}}\left[S(t), \xi(\alpha, t)\right]\right\}^2 W(\alpha) d\alpha.$$

Надавши шуканий сигнал і заваду у вигляді розкладів (9), (10), одержимо:

$$J = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \left[\sum_{i=1}^{K} a_i b_i(\alpha)\right]^2 W(\alpha) d\alpha = \sum_{i=1}^{K} a_i^2 \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} b_i^2(\alpha) W(\alpha) da + \sum_{i=1}^{K} \sum_{j=1}^{K} a_i a_j \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} b_i(\alpha) b_i(\alpha) W(\alpha) d\alpha.$$

Введемо позначення: $c_i^* = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} b_i^2(\alpha) W(\alpha) d\alpha, \quad c_{ij}^* = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} b_i(\alpha) b_i(\alpha) W(\alpha) d\alpha.$

Одержуємо: $$J=\sum_{i=1}^{K} c_i^* a_i^2+\sum_{i=1}^{K}\sum_{\substack{j=1\\ i\neq j}}^{K} c_{ij}^* a_i a_j=\min_{\{a_i\}}.$$

Таким чином, з урахуванням розподілу випадкового параметра завади α задача зводиться до мінімізації функції, аналогічної (15), яка відрізняється від неї тільки коефіцієнтами.

Розглянутий метод знаходження оптимального сигналу є не єдиним. Оскільки задача зводиться до пошуку екстремуму функції багатьох змінних, її можна розв'язати на ЕОМ за допомогою різних регулярних і випадкових методів пошуку екстремуму.

3.2. Оптимізація за рівномірним критерієм

У цьому випадку задача синтезу оптимального сигналу має вигляд:

$$\max_{\alpha}\left|\Phi_{\text{опт}\,N}\left[S(t),\,\xi(\alpha,t)\right]\right|=\min_{S(t)},\tag{18}$$

де $S(t)$ – шуканий сигнал, а $\xi(\alpha,t)$ – квазідетермінована завада з одним випадковим параметром α, що змінюється в інтервалі (α_1,α_2).

Використовуючи розклади сигналу і завади (9) і (10), одержимо з рівності (18)

$$\max_{\alpha_1\le\alpha\le\alpha_2}\left|\sum_{i=n_1}^{n_2} a_i b_i(\alpha)\right|=\min_{\{a_i\}}.\tag{19}$$

Таким чином, задача зводитися до знаходження вектора $\{a_i\}$ з компонентами, що задовольняють умові

$$\sum_{i=n_1}^{n_2} a_i^2=A,\tag{20}$$

такого, що максимум модуля вихідного сигналу демодулятора, взятий за всіма значеннями випадкового параметра α, мінімальний. Задачу (19) можна вирішити методом лінійного програмування, замінивши умову (20) будь-яким лінійним еквівалентом.

Виконаємо перетворення, що приводять дану задачу до стандартного вигляду задачі лінійного програмування. Введемо змінну x, що задовольняє умові $x\ge\left|\sum_{i=n_1}^{n_2} a_i b_i(\alpha)\right|$. Оскільки x не може перевершити величину $\left|\sum a_i b_i(\alpha)\right|$, то мінімум x, очевидно, дорівнює максимуму цієї величини, тобто $\min x=\max\left|\sum a_i b_i(\alpha)\right|$, причому максимум береться за змінною α при фіксованих a_i. Тоді цю задачу можна замінити еквівалентною у вигляді:

$$\min x,\tag{21}$$

$$x\ge\left|\sum_{i=n_1}^{n_2} a_i b_i(\alpha)\right|,\tag{22}$$

що можна сформулювати таким чином: знайти сукупність коефіцієнтів розкладу сигналу $\{a_i\}$ таких, що змінна x, яка не переважає $\left|\sum a_i b_i(\alpha)\right|$, приймає мінімальне можливе значення при зміні α в інтервалі (α_1,α_2).

Для приведення задач (21), (22) до виду задачі лінійного програмування необхідно звільнитися від операції знаходження абсолютного значення функції і замінити функцію від змінної α сукупністю чисел.

З цією метою, по-перше, замінимо нерівність (22) двома:

$$x\ge\sum_{i=n_1}^{n_2} a_i b_i(\alpha),\qquad x\ge-\sum_{i=n_1}^{n_2} a_i b_i(\alpha);$$

і, по-друге, замінимо кожну з останніх нерівностей системою нерівностей для відліків функцій $b_i(\alpha)$ у точках $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, ..., \alpha_j, ..., a_n$, рівномірно розподілених на інтервалі (α_1, α_2). Одержимо:

$$\min x, \tag{23}$$

$$x \geq \sum_{i=n_1}^{n_2} a_i b_i(a_j); \tag{24}$$

$$x \geq -\sum_{i=n_1}^{n_2} a_i b_i(a_j), \tag{25}$$

де $i = n_1, n_1+1, ..., n_2; \qquad j = 1, 2, ..., n.$

Розмірність отриманої задачі лінійного програмування визначається числом членів у розкладі шуканого сигналу $K = n_2 - n_1 + 1$ і числом нерівностей у системі обмежень (24), (25), рівним $2n$. При синтезі сигналу середньої складності величини K і $2n$ мають порядок кількох десятків.

Складність рішення задач (23) – (25) визначається, однак, і тим, що без врахування обмеження (20) можна одержати тільки тривіальне нульове рішення. Тому варто ввести деяке лінійне обмеження, яке має той же зміст, що і (20). Конкретна форма цього обмеження залежить від фізичного змісту розв'язуваної задачі та від виду координатних функцій. Якщо, наприклад, відомі знаки шуканих коефіцієнтів, то умову (20) можна замінити лінійним обмеженням $\sum_{i=n_1}^{n_2} a_i \operatorname{sign} a_i = C$. У ряді випадків усі коефіцієнти за змістом задачі позитивні, тоді використовують прості додаткові обмеження: $\sum_{i=n_1}^{n_2} a_i = C, \quad a_i \geq 0.$

3.3. Приклад задачі синтезу оптимального сигналу

Як приклад сформулюємо задачу синтезу оптимального сигналу для квазідетермінованої завади, заданої у вигляді гармонійного коливання з випадковою частотою $\xi(\varepsilon, t) = \sin \alpha t$. Нехай частота завади змінюється від 300 до 1300 Гц, так що параметр α має межі від $2\pi \cdot 300$ і до $2\pi \cdot 1300$ рад/с, а тривалість елемента сигналу дорівнює $T = 2 \cdot 10^{-2}$ с. В якості базису простору сигналу і завади виберемо сукупність ортонормованих гармонійних функцій:

$$\phi_i(t) = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{T}} \sin \frac{2\pi}{T} it. \tag{26}$$

Якщо в сигналі й заваді є складові з частотами тільки від 300 до 1300 Гц, то базис розкладу складуть відповідні функції з індексами від $i = 6$ до $i = 26$, так що сигнал і завада представляються у вигляді:

$$S(t) = \sum_{i=6}^{26} \alpha_i \phi_i(t); \qquad \xi(\alpha, t) = \sum_{i=6}^{26} b_i(\alpha) \phi_i(t),$$

де a_i – шукані коефіцієнти розкладу сигналу;

$$b_i(\alpha) = \sqrt{\frac{2}{T}} \int_0^T \sin \alpha t \sin \frac{2\pi i}{T} t dt = (-1)^i \sqrt{\frac{T}{2}} \frac{i \sin \frac{\alpha T}{2}}{(\alpha T)^2 - (2\pi i)^2}. \tag{27}$$

Функція $|b_i(\alpha)|$ представлена на рис. 1. Найбільш характерними на осі абсцис є точки, які відповідають максимумам і нулям функції $|b_i(\alpha)|$. Ці точки виберемо в якості відліків за змінною α. Очевидно, що відповідні значення параметра α визначаються як:

$$\alpha_j = \frac{2\pi}{T}(3 + 0.5j). \tag{28}$$

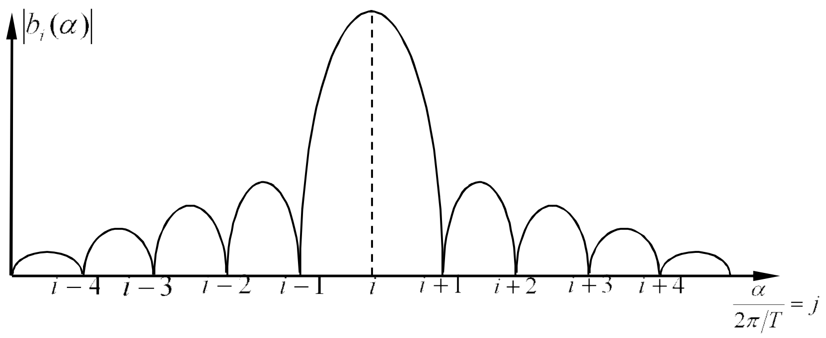

Рис. 1. Залежність коефіцієнта розкладу зосередженої завади від її частоти

Підставивши (28) у (27), одержимо: $b_i(\alpha_j) = (-1)^i K \dfrac{i \sin \pi(3+0.5j)}{(3+0.5j)^2 - i^2}$,

де $K = \dfrac{\sqrt{T}}{4\sqrt{2}\pi^2}$; $j = 6, 7, 8, ..., 46$.

Таким чином, задача лінійного програмування в даному прикладі приймає вигляд:

$$\min x; \quad x \ge \sum_{i=6}^{26} a_i b_i(\alpha_i); \quad x \ge -\sum_{i=6}^{26} a_i b_i(\alpha_i); \quad j = 6, 7, 8, ..., 46.$$

В число обмежень задачі, як видно, входить 82 нерівності, кожна з яких містить суму, що складається з 21 члена.

Відзначимо, що отримані в результаті застосування розглянутих вище способів оптимальні сигнали можуть бути важко реалізованими чи непридатними з інших причин, наприклад, через великий пікфактор. У цих випадках необхідно знайти сигнал, найближчий за визначеним критерієм до отриманого оптимального сигналу, але придатний до практичного використання. Якщо, наприклад, задана релейна форма сигналу, при якій він може приймати тільки два значення 1 і -1, то такий сигнал $S_{\text{рел опт}}(t)$ знаходиться з оптимального сигналу $S_{\text{опт}}(t)$ за правилом $S_{\text{рел опт}}(t) = sign\, S_{\text{опт}}(t)$. Такий релейний сигнал є найближчим до сигналу $S_{\text{опт}}(t)$ із класу релейних сигналів за середньоквадратичним критерієм, тобто виконується рівність:

$$\int_0^T [S_{\text{опт}}(t) - sign S_{\text{опт}}]^2 dt = \min_{S_{\text{рел}}}.$$

4. Висновки

У статті обґрунтована задача щодо необхідності розробки ефективних способів та методів синтезу інваріантних до адитивних завад систем зв’язку з постійними параметрами. Основною причиною низької завадостійкості є певна невизначеність фази сигналу при роботі демодуляторів сигналів некогерентним прийомом, що викликає збільшення ймовірності помилки в порівнянні з реалізацією когерентного прийому.

Розглянуті два методи вирішення задачі синтезу інваріантних до адитивних завад систем зв’язку з постійними параметрами: оптимізація за середньоквадратичним критерієм та оптимізація за рівномірним критерієм. Показано, що задачі реалізації запропонованих методів відносяться до класу задач нелінійного програмування.

При використанні середньоквадратичного критерію мінімізації визначене основне протиріччя рішення задачі: чим складніший оптимальний сигнал, тим краще виконуються умови інваріантності, але тим важче його пошуки сучасними обчислювальними методами. Це протиріччя не завжди вдається вирішити.

Метод на основі оптимізації за рівномірним критерієм приводить дану задачу до стандартного вигляду задачі лінійного програмування.

Удосконалення запропонованих методів може бути здійснене введенням певних обмежень. Конкретна форма цих обмежень залежить від фізичного змісту розв'язуваної задачі та від виду координатних функцій.

Література

1. Толубко В.Б Формування багатопозиційного сигналу технологій 5G на базі фазорізницевої модуляції високих порядків / В.Б. Толубко, Л.Н. Беркман, С.В. Козелков // Зв'язок. – 2016. – №4. – С. 5-7.

2 Толубко В.Б. Визначення параметрів ортогональних сигналів із частотним ущільненням для багатоканальних модемів: інваріантний підхід / В.Б. Толубко, Л.Н. Беркман, Є.В. Гаврилко, І.Е. Похабова // Зв'язок. – 2014. – №6 (112). – С. 3-7.

3. Стеклов В.К. Теорія електричного зв’язку : підручник / В.К. Стеклов, Л.Н. Беркман. – Київ : Техніка, 2006. – 548 с.

4. Стеклов В.К. Оптимізація та моделювання пристроїв і систем зв’язку : підручник для ВНЗ / В.К. Стеклов, Л.Н. Беркман, Є.В. Кільчицький. – Київ : Техніка, 2004. – 576 с.

5. Окунев Ю.Б. Помехоустойчивость двоичных систем с фазоразностной модуляцией второго порядка при различных методах приема / Ю.Б. Окунев, Л.М. Финк // Радиотехника. – 1984. – С. 3-8.

6. Окунев Ю.Б. Помехоустойчивость некогерентного приема сигналов с однократной ФРМ / Ю.Б. Окунев, Н.М. Сидоров, Л.М. Финк // Радиотехника. – 1985. – №11. – С. 36-38.

7. Стеклов В.К. Оптимізація параметрів багатоканальних модемів / В.К. Стеклов, Л.Н. Беркман, О.І. Чумак // Вісник Державного університету інформаційно-комунікаційних технологій. – 2002. – №2. – С. 124-131.

8. Чумак О.І. Аналіз методів синтезу інваріантних до адитивної завади систем з постійними параметрами / О.І. Чумак, І.А. Бойко, О.В. Зінченко, Г.С. Срочинська // Вісник Державного університету інформаційно-комунікаційних технологій. – 2013. – №3. – С. 49-55.

Автори статті

Толубко Володимир Борисович – доктор технічних наук, професор, ректор Державного університету телекомунікацій, Київ. Тел. +380 (44) 248 85 97. E-mail: v.tolubko@dut.edu.ua

Беркман Любов Наумівна – доктор технічних наук, професор, проректор з навчально-наукової роботи, Державний університет телекомунікацій, Київ. Тел. +380 (50) 179 42 67. E-mail: l.berkman@dut.edu.ua

Козелков Сергій Вікторович – доктор технічних наук, професор, директор Навчально-наукового інституту телекомунікацій та інформатизації, Державний університет телекомунікацій, Київ. Тел.: +380 (96) 017 31 80. E-mail: s.kozelkov@dut.edu.ua

Дищук Анатолій Станіславович – директор центру документально-інформаційного забезпечення та контролю, Державний університет телекомунікацій, Київ. Тел.: +380 (67) 273 46 82. E-mail: adishuk@mail.ru

Authors of the article

Tolubko Volodymyr Borysovych – sciences doctor (technic), professor, rector of the State University of Telecommunications, Kyiv. Tel. +380 (44) 248 85 97. E-mail: v.tolubko@dut.edu.ua

Berkman Lyubov Naumivna – sciences doctor (technic), professor, vice-rector for educational-scientific work, State University of Telecommunications, Kyiv. Tel. +380 (50) 179 42 67. E-mail: l.berkman@dut.edu.ua

Kozelkov Serhiy Viktorovych – doctor of sciences (technical), director of the Educational-Scientific Institute of Telecommunications and Informatization, State University of Telecommunications, Kyiv. Tel.: +380 (96) 017 31 80. E-mail: s.kozelkov@dut.edu.ua

Dyshchuk Anatoliy Stanislavovych – director of center of the documentary informative providing and control, State University of Telecommunications. Tel.: +380 (67) 273 46 82. E-mail: adishuk@mail.ru

Рецензент:

Дата надходження в редакцію: 27.08.2016 р.

доктор технічних наук, професор М.М. Климаш

Національний університет «Львівська політехніка»