

## ВПЛИВ ПАРАМЕТРІВ ГЕНЕРОВАНИХ ОПТИЧНИМ ПЕРЕДАВАЧЕМ ІМПУЛЬСІВ НА ПРОПУСКНУ ЗДАТНІСТЬ ВОЛОКОННО-ОПТИЧНОГО ЛІНІЙНОГО ТРАКТУ

**Serhiyenko I.-V. O., Katok V. B. The influence of parameters of pulses generated by the optical transmitter on the transmission capacity of fiber-optical line path.** Chromatic dispersion is the considerable factor that leads to a pulse distortion, in particular – to a pulse broadening. Accumulated broadening of pulses distributed along the single-mode optic fiber could be balanced by the application of passive dispersion compensators under certain conditions. However, the devices of the passive compensation need to be supplied with an additional optical amplifiers. One of the active methods of compensation of the chromatic dispersion is developed. It is based on the use of the spectrum dynamic widening properties of a pulse generated by the optical transmitter - pre-chirping. This allows the increase of the transmission distance without using dispersion compensation devices of passive type. The super-Gaussian shaped pulses are applied for the mathematical description.

**Keywords:** fiber-optic line, super-Gaussian pulse, chromatic dispersion, active compensation, pulse frequency pre-modulation within a transmitter, chirp

**Сергієнко І.-В. О., Каток В. Б. Вплив параметрів генерованих оптичним передавачем імпульсів на пропускну здатність волоконно-оптичного лінійного тракту.** Розроблено математичний алгоритм активного методу компенсації хроматичної дисперсії у лінійному тракті волоконно-оптичної системи передачі. Метод базується на сумісному використанні особливостей динамічного розширення спектра генерованого оптичним передавачем імпульсу на вході у волокно та наведеної дисперсією волокна частотної модуляції імпульсу. Для математичного моделювання використано імпульси супергаусової форми.

**Ключові слова:** волоконно-оптичний лінійний тракт, супер-Гаусів імпульс, активна компенсація, хроматична дисперсія, привнесена передавачем частотна модуляція імпульсу, чірп

**Сергиенко И.-В. А., Каток В. Б. Влияние параметров генерирующих оптическим передатчиком импульсов на пропускную способность волоконно-оптического линейного тракта.** Разработан математический алгоритм активного метода компенсации хроматической дисперсии в линейном тракте волоконно-оптической системы передачи. Метод базируется на совместном использовании особенностей динамического расширения спектра генерирующего оптическим передатчиком импульса на входе в волокно и приведенной дисперсией волокна частотной модуляции импульса. Для математического моделирования использованы импульсы супергаусовой формы.

**Ключевые слова:** волоконно-оптический линейный тракт, супер-Гауссов импульс, хроматическая дисперсия, активная компенсация, привнесенная передатчиком частотная модуляция импульса, чирп

**1. Вступ і постановка задачі.** Сучасні фіксовані телекомунікаційні мережі базуються на використанні фізичного середовища одномодових оптичних волокон (ООВ), як найбільш широкосмугових засобів передавання інформації на великі відстані. У волокні потік інформації передається у вигляді послідовності оптичних імпульсів. В процесі проходження у волокні імпульси зазнають спотворення, що ускладнює їх відновлення на прийомному кінці і призводить до обмеження можливої швидкості передачі бітів та довжини волоконно-оптичного лінійного тракту (ВОЛТ) між оптичним передавачем і приймачем (або регенератором/ретранслятором), і, отже, – до зменшення пропускну здатності лінійного тракту волоконно-оптичної системи передачі (ВОСП).

Хроматична дисперсія, спричинена відмінністю групових швидкостей спектральних складових імпульсу у передавальному середовищі оптичного волокна, є вагомим чинником спотворення імпульсу, і зокрема, – його розширення. Накопичувана у ВОЛТ дисперсія може бути компенсованою пристроями пасивної компенсації, наприклад, волоконними компенсаторами дисперсії або волоконними ґратками Брегга, тощо. Однак, в залежності від дисперсійних характеристик ООВ і параметрів оптичних імпульсів на вході у волокно, ці імпульси, рухаючись у волокні, можуть не лише розширюватися в часі, але й звужуватися. Зокрема, сумісний вплив попередньої частотної модуляції імпульсу в оптичному передавачі

(при вході у волокно) та наведеної дисперсією волокна частотної модуляції імпульсу може бути використаним для зменшення або й цілковитого усунення розширення імпульсу. На цьому базується один із активних методів компенсації дисперсії, які на відміну від методів пасивної компенсації не потребують застосування додаткових оптичних підсилювачів.

В публікаціях [1, 2] на базі аналітичних виразів, що описують змінення форми і фази імпульсу гаусової форми при його русі в оптичному волокні, сформульовано основні принципи широкосмужової пасивної компенсації хроматичної дисперсії й принципи створення ВОЛТ із самокомпенсацією дисперсії; ці аналітичні вирази було застосовано також і при розробці активного методу компенсації дисперсії [3].

Пропонована робота є подальшим розвитком вказаних досліджень. Для математичного моделювання генерованих оптичним передавачем імпульсів обрано імпульси супергаусової форми з частотною модуляцією (ЧМ), які при окремому значенні параметра крутизни фронтів є гаусовими імпульсами. Розроблено аналітичні вирази для опису в загальній формі еволюції форми і фази поширюваного по одномодовому волокну окремого імпульсу довільної форми. Але загальна форма математичного алгоритму дозволяє розрахунок вказаних характеристик динаміки імпульсу лише наближеними числовими методами, за умови задання конкретної форми імпульсу на вході у волокно. Аналіз показує, що при русі у волокні супергаусів імпульс втрачає свою початкову форму на відміну від імпульсу гаусової форми. Тому йтиметься про розробку аналітичних виразів для величини змінення середньоквадратичного значення ширини імпульсу за його руху у волокні та подальший розрахунок спричинених хроматичною дисперсією обмежень на відстань і швидкість передачі даних. Вважається, що ширина спектра оптичного джерела нехтовно мала порівняно з ефективною шириною смуги модуляції, – це є прийнятним при високій швидкості передачі бітів в однохвильовому каналі.

## 2. Математичний опис поширюваного в одномодовому волокні оптичного імпульсу.

Електричне поле імпульсу на вході у волокно опишемо змінною в часі проекцією вектора напруженості на напрямок  $\mathbf{x}_0$  лінійної поляризації поля:

$$\tilde{E}(z, t) \Big|_{z=0} = \tilde{E}(0, t) = a(t) \exp(i \omega_0 t), \quad (1)$$

де  $z$  – поздовжня вісь волокна, в напрямку якої поширюється імпульс у волокні, значенню просторової координати  $z=0$  відповідає вхідний торець волокна;

$a(t)$  – обвідна вхідного імпульсу, яка враховує амплітудну модуляцію випромінення оптичного джерела (носійної хвилі з частотою  $\omega_0$ ) інформаційним сигналом;  $a(t)$  може бути комплексно-значною величиною при наявності в генерованому оптичним передавачем імпульсі чірпу – малого порівняно з частотою  $\omega_0$  змінення миттєвої частоти  $\omega(t)$  протягом тривалості імпульсу (наявності в імпульсі привнесеної передавачем частотної модуляції).

Якщо перетворення Фур'є вхідного імпульсу записано у вигляді

$$F(\omega - \omega_0) = \int_{-\infty}^{\infty} [a(t) \exp(i \omega_0 t)] \exp(-i \omega t) dt,$$

то обвідній  $a(t)$  відповідає її інтеграл Фур'є

$$a(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) \exp(i \omega t) d\omega. \quad (2)$$

Отже, імпульс є хвильовим пакетом з енергетичним спектром  $|F(\omega - \omega_0)|^2$ .

Вважаємо, що електричне поле імпульсу після проходження ним відстані  $z$  у волокні може бути описане виразом

$$\tilde{E}(z, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega - \omega_0) \exp[i(\omega t - \beta(\omega)z)] \exp(-\gamma z) d\omega, \quad (3)$$

тобто, кожна спектральна складова хвильового пакету набуває погонної фазової затримки  $\tau_{\phi}(\omega) = 1/v_{\phi}(\omega) = 1/(\omega/\beta(\omega))$ , у відповідності з коефіцієнтом фази  $\beta(\omega)$  основної моди волокна, і

знає зменшення амплітуди згідно з множителем  $\exp(-\gamma z)$ , що відповідає експоненціальному згасанню потужності оптичного випромінення за законом  $\exp(-2\gamma z)$ , – для оптично прозорих діелектричних середовищ нехтують залежністю від частоти коефіцієнта  $\gamma$  згасання хвиль (за умови  $(\omega-\omega_0)/\omega_0 \ll 1$  вузької ширини частотного спектру хвильового пакета).

Нехай в околі частоти  $\omega_0$  носійної хвилі імпульсу залежність  $\beta=\beta(\omega)$  (дисперсійна характеристика напрямленої волоконної моди) описується функцією, що достатньо повільно змінюється і допускає розклад в ряд Тейлора

$$\beta(\omega) = \beta_0 + \beta_1 \cdot (\omega - \omega_0) + \frac{1}{2!} \beta_2 \cdot (\omega - \omega_0)^2 + \frac{1}{3!} \beta_3 \cdot (\omega - \omega_0)^3 \dots;$$

$$\beta_0 = \beta(\omega_0), \quad \beta_1 = \left( \frac{d\beta(\omega)}{d\omega} \right)_{\omega=\omega_0}, \quad \beta_2 = \left( \frac{d^2\beta(\omega)}{d\omega^2} \right)_{\omega=\omega_0}, \quad \beta_3 = \left( \frac{d^3\beta(\omega)}{d\omega^3} \right)_{\omega=\omega_0} \dots \quad (4)$$

З використанням (4), формула (3) набуває вигляду:

$$\tilde{E}(z, t) = \frac{1}{2\pi} \cdot e^{-\gamma z - i\beta_0 z} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega - \omega_0) \cdot e^{-i \left[ \beta_1(\omega - \omega_0) + \frac{\beta_2(\omega - \omega_0)^2}{2} + \frac{\beta_3(\omega - \omega_0)^3}{6} \dots \right] z} \cdot e^{i\omega t} d\omega. \quad (5)$$

Знехтувавши у виразі (5) під знаком інтеграла в показнику експоненти всіма доданками крім перших двох, дістанемо наступне наближення:

$$\tilde{E}(z, t) \approx \frac{e^{-\gamma z - i\beta_0 z}}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega - \omega_0) \exp \left[ -i \left( \beta_1(\omega - \omega_0) + \frac{\beta_2(\omega - \omega_0)^2}{2} \right) z \right] e^{i\omega t} d\omega. \quad (6)$$

Позначимо через  $\tilde{b}(z, t)$  обернене перетворення Фур'є величини  $F(\omega) \exp(-i\beta_2 \omega^2 z/2)$ ,

$$\tilde{b}(z, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) \exp \left[ -i \frac{\beta_2 \omega^2}{2} z \right] e^{i\omega t} d\omega. \quad (7)$$

Базуючись на властивостях перетворення Фур'є, після послідовного застосування теореми про зсув на часовий проміжок  $\beta_1 \cdot z = z/v_{gp}$  функції  $\tilde{b}(z, t)$  і теореми про модуляцію, для імпульсу (6) одержимо вираз:

$$\tilde{E}(z, t) \approx \tilde{b}(z, t - z/v_{gp}) \left\{ \exp(-\gamma z) \exp \left[ i(\omega_0 t - \beta_0 z) \right] \right\}, \quad (8)$$

$$\tilde{b}(z, t - z/v_{gp}) = b(z, t - z/v_{gp}) \exp \left[ i(\varphi(z, t - z/v_{gp})) \right]. \quad (9)$$

Тут  $b(z, t - z/v_{gp})$ ,  $\varphi(z, t - z/v_{gp})$  – амплітуда та відповідно фаза обвідної імпульсу (при фіксованому значенні  $z$  для наглядності величину  $t - z/v_{gp} = T$  вважаємо внутрішнім часом імпульсу), згасання амплітуди імпульсу враховано окремим множителем  $\exp(-\gamma z)$ ;

$v_{gp}$ , км/с, – групова швидкість хвильового пакету (швидкість перенесення енергії), обчислена при значенні частоти  $\omega_0$  носійної хвилі імпульсу,

$$v_{gp} = 1/\beta_1 = \left[ \left( \frac{d\beta(\omega)}{d\omega} \right)_{\omega=\omega_0} \right]^{-1};$$

$$\beta_2 = \left( \frac{d^2\beta(\omega)}{d\omega^2} \right)_{\omega=\omega_0} = \left[ \frac{d \left[ (v_{gp}(\omega))^{-1} \right]}{d\omega} \right]_{\omega=\omega_0} = -\frac{1}{v_{gp}^2} \left[ \frac{dv_{gp}(\omega)}{d\omega} \right]_{\omega=\omega_0}, \text{ пс}^2/\text{км}, \quad (10)$$

тобто, величина  $\beta_2$  характеризує інтенсивність розкидання групових швидкостей навколо групової швидкості, обчисленої при значенні частоти  $\omega_0$  носійної хвилі, – цю величину називають дисперсією групових швидкостей.

У нормативних документах щодо параметрів і передавальних характеристик ООВ регламентується величина  $D$  коефіцієнта хроматичної дисперсії, який пропорційний величині  $\beta_2$  дисперсії групових швидкостей напрямленої волоконною модою,

$$D = -2\pi c\beta_2/\lambda^2, \text{ пс}/(\text{нм}\cdot\text{км}), \quad (11)$$

де коефіцієнт  $D$  береться при значенні  $\lambda$  довжини хвилі,  $\lambda=2\pi c/\omega$  (довжина хвилі у вакуумі).

З урахуванням формули (10), вираз (11) для коефіцієнта  $D$  дисперсії волокна може бути перетворений і записаний у такому вигляді:

$$D = [\omega_0^2/(2\pi c v_{gp}^2)] \cdot (dv_{gp}/d\omega), \text{ пс}/(\text{нм}\cdot\text{км}). \quad (12)$$

### 2.1. Особливості наведеної дисперсією волокна частотної модуляції імпульсу.

Відповідно до формул (8), (9) обвідна імпульсу переміщається зі швидкістю  $v_{gp}$ . Із порівняння виразу (7) при  $\beta_2 \neq 0$  з виразом (2) випливає, що обвідна імпульсу після пробігу ним у волокні відстані  $z$  відрізняється від обвідної  $a(t)$  вхідного імпульсу і загалом буде комплексно-значною величиною зі змінною в часі фазою, – навіть якщо величина  $a(t)$  є дійсною (якщо вхідний імпульс не мав чірпу – привнесеної передавачем ЧМ). Тобто, може виникнути наведена дисперсією волокна частотна модуляція імпульсу.

Якщо інтеграл (7) для обвідної  $\tilde{b}(z, t)$  імпульсу береться в замкненій формі, то буде відомим аналітичний вираз  $\tilde{E}(z, t)$ , (8), для імпульсу після проходження ним відстані  $z$  у волокні. Зокрема, це має місце у випадку вхідного імпульсу гаусової форми. При поширенні у волокні імпульс зберігає гаусову форму (якщо не враховується дисперсія вищого порядку), при цьому вхідний гаусів імпульс без ЧМ при його русі у волокні з ненульовим значенням величини  $D$  набуває частотної модуляції, особливості якої визначаються знаком коефіцієнта  $D$  (протилежним знаку величини  $\beta_2$  дисперсії групових швидкостей). А саме: за додатного знаку величини  $D$  відповідно до формули (12) похідна  $dv_{gp}/d\omega > 0$ , отже високочастотні спектральні складові хвильового пакету рухаються з більшими груповими швидкостями порівняно з низькочастотними (аномальна дисперсія групових швидкостей), і пробігають відстань  $z$  у волокні першими, заповнюючи передній фронт імпульсу; натомість, низькочастотні складові зосереджуються на задньому фронті імпульсу. Таким чином, миттєва частота спадатиме в часі від переднього фронту імпульсу до його заднього фронту. Відмінність між груповими затримками у волокні спектральних складових імпульсу призводить до його дисперсії: розширення імпульсу в часі і появи наведеної дисперсією волокна ЧМ імпульсу. В даному випадку маємо аномальну дисперсію імпульсу. І навпаки, імпульс, уведений у волокно з від'ємним значенням коефіцієнта  $D$ , зазнає нормальної дисперсії. Цей результат загалом справджується для вхідного імпульсу довільної форми.

**3. Особливості динамічного розширення спектра генерованого оптичним передавачем імпульсу.** Явище динамічного розширення спектра генерованого оптичним передавачем імпульсу, що полягає в незначних відхиленнях миттєвої частоти  $\omega(t)$  протягом тривалості імпульсу від частоти  $\omega_0$  носійної хвилі джерела оптичного випромінення, називають чірпуванням імпульсу (привнесенням в імпульс частотної модуляції).

При використанні лазерів з внутрішньою модуляцією може відбутися інтенсивне динамічне розширення спектра генерованого імпульсу, що супроводжується зміщенням в часі високочастотних складових спектра імпульсу до його переднього фронту, а низькочастотних складових – до заднього фронту (імпульс має додатний чірп).

Кількісно міра чірпування генерованого імпульсу описується  $\alpha$ -параметром чірпу оптичного передавача, величину якого розраховують за формулою [4]:

$$\alpha = \frac{\frac{d\phi}{dt}}{\frac{1}{2P} \frac{dP}{dt}}, \text{ рад}. \quad (13)$$

Тут  $d\phi/dt$  – відхилення миттєвої частоти протягом тривалості імпульсу від частоти  $\omega_0$  носійної хвилі джерела оптичного випромінення, рад/с;  $\phi$  – миттєва величина відносної фази імпульсу;  $P$  – миттєва потужність імпульсу.

Через значне динамічне розширення спектра генерованого імпульсу лазери з внутрішньою модуляцією використовуються при невисоких швидкостях передачі цифрових даних (приблизно до 2,5 Гбіт/с); в цьому випадку  $\alpha$ -параметр чірпу може сягати великих і лише додатних значень (до 100 рад) [4]. При високих швидкостях передачі застосовують оптичні передавачі із зовнішньою модуляцією лазерного випромінення, для них динамічне розширення спектра генерованого імпульсу є значно меншим за величиною, знак і величина  $\alpha$ -параметра чірпу можуть бути регульованими, а можливі значення  $\alpha$ -параметра належать діапазону від  $-1$  до  $1$  радіан [4, 5]. Коли  $\alpha$ -параметр чірпу передавача має від'ємний знак, то відбувається зміщення низькочастотних складових спектра вдовж генерованого імпульсу до його переднього фронту, а високочастотних – до заднього фронту.

Якщо привнесена в генерований оптичним передавачем імпульс частотна модуляція має характер, протилежний характеру наведеної дисперсією волокна частотної модуляції, то імпульс після проходження ним певної відстані у волокні зазнаватиме стиснення в часі, що може бути використаним для активної компенсації хроматичної дисперсії вдовж лінійного тракту. Отже, необхідна умова активної компенсації дисперсії імпульсу: протилежність знаків  $\alpha$ -параметра чірпу генерованого оптичним передавачем імпульсу і коефіцієнта  $D$  дисперсії волокна. Далі досліджується активна компенсація дисперсії у лінійному тракту, якщо імпульс на вході у волокно має супергаусову форму.

**4. Супергаусів імпульс та його параметри.** Нехай генерований оптичним передавачем імпульс на вході в оптичне волокно може бути описаним виразом (1) з обвідною супергаусової форми

$$a(T) = \exp \left[ -\frac{1-i\alpha}{2} \left( \frac{T}{T_0} \right)^{2m} \right], \quad (14)$$

де  $\alpha = const$  – параметр ЧМ, привнесеної в імпульс передавачем (параметр чірпу), рад;

$m$  – параметр крутизни фронтів імпульсу (одне з натуральних чисел);

$T$  – час з початком відліку такому, що при  $T=0$  величина  $|a(T)|$  амплітуди імпульсу досягає максимуму; отже, на передньому фронті імпульсу  $T < 0$ , а на задньому фронті  $T > 0$ ;

$T_0$  – напівширина імпульсу (напівтривалість) на рівні  $1/e^{1/2}$  вниз від максимуму розподілу в часі амплітуди  $|a(T)|$  імпульсу (відповідає рівню  $1/e$  за розподілом потужності імпульсу).

Отже, для вхідного імпульсу маємо вираз:

$$\tilde{E}(z, T) \Big|_{z=0} = \tilde{E}(0, T) = \exp \left[ -\frac{1-i\alpha}{2} \left( \frac{T}{T_0} \right)^{2m} \right] \times \exp(\pm i\omega_0 T). \quad (15)$$

При значенні  $m=1$  параметра крутизни фронтів формула (15) описує Гаусів імпульс. Якщо параметр  $m$  збільшується, форма супергаусового імпульсу наближається до прямокутної з крутими переднім та заднім фронтами. Параметр  $m$  може бути визначеним замірюванням значення  $T_0$  та величини  $T_p$  тривалості наростання потужності імпульсу від 10% до 90% відносно її пікового значення, згідно з наближеною формулою  $T_p \approx T_0/m$  [6].

Відхилення миттєвої частоти імпульсу (15) від частоти  $\omega_0$  носійної хвилі дорівнює значенню похідної по  $T$  від відносної фази імпульсу:

$$\Delta\omega(T) = \frac{d\phi}{dT} = -\frac{d}{dT} \left[ \left( \omega_0 T + \frac{\alpha}{2} \left( \frac{T}{T_0} \right)^{2m} \right) - \omega_0 T \right] = -\frac{\alpha \cdot m}{T_0} \left( \frac{T}{T_0} \right)^{2m-1}, \text{ рад/с.} \quad (16)$$

Ця формула описує привнесену в генерований оптичним передавачем імпульс частотну модуляцію. Оскільки потужність  $P$  вдовж імпульсу пропорційна величині  $|a(t)|^2$  квадрата його амплітуди (14), неважко переконатися, що параметр  $\alpha$  імпульсу (15) збігається з величиною  $\alpha$ -параметра чірпу оптичного передавача, розрахованого за формулою (13).

**4.1. Окремий випадок гаусового імпульсу.** Аналітичний вираз  $\tilde{E}(z,t)$  для вхідного імпульсу (15) супергаусової форми після проходження ним відстані  $z$  у волокні не вдається знайти в замкненій формі за довільного значення параметра  $m$ . Але у випадку вхідного гаусового імпульсу ( $m=1$ ) при поширенні у волокні імпульс зберігає гаусову форму – змінюється лише його ширина; при цьому зберігається добуток величини пікової потужності на ширину імпульсу (тривалість імпульсу), за умови відсутності втрат потужності сигналу чи підсилення. Згідно з формулою (16), привнесена в генерований оптичним передавачем імпульс частотна модуляція лінійно змінюється в часі. Виявляється, також і наведена дисперсією волокна частотна модуляція імпульсу при його русі у волокні змінюється в часі за лінійним законом. Середньоквадратичні значення тривалості та ширини спектра імпульсу, форма якого близька до гаусової, в інженерних розрахунках оцінюються характеристиками еквівалентного гаусового імпульсу з підбором корегуючих множників. На практиці тривалість імпульсу оцінюють значенням  $T_{\text{ширина}}$  його повної ширини на рівні половини від максимуму потужності імпульсу (пропорційної інтенсивності випромінення). Для гаусового імпульсу ця величина пов'язана з його параметром  $T_0$  – напівшириною імпульсу на рівні  $1/e$  вниз від максимуму розподілу в часі потужності імпульсу формулою

$$T_{\text{ширина}} = (\ln 2)^{1/2} \cdot (2T_0) \approx 0,8325 \cdot (2T_0).$$

Величина змінення частоти  $\omega(t)$  генерованого оптичним передавачем імпульсу на протязі його тривалості може бути оціненою за формулою (16). Для  $T_0=T_0/2=1/(2B)$  дістанемо:

$$(\Delta\omega/\omega_0)_{T=\pm T_0} = (\pm 2m\alpha B / (2\pi\nu_0)).$$

При  $\lambda_0 \approx 1,55$  мкм  $\rightarrow \nu_0 \approx 200$  ТГц маємо:  $(\Delta\omega/\omega_0)_{T=\pm T_0} \approx (\pm m\alpha B / 6) \cdot 10^{-5}$ , де береться числове значення  $B$  швидкості передачі бітів в Гбіт/с. Для  $|\alpha| \approx 1$  рад,  $B=40$  Гбіт/с отримаємо:  $(\Delta\omega/\omega_0)_{T=\pm T_0} \approx m(\pm 10^{-4})\%$ , звідки у випадку гаусового імпульсу дістаємо

$$(\Delta\omega/\omega_0)_{T=\pm T_0} \sim (\pm 10^{-4}) \rightarrow 0,01\%.$$

Спектральна функція  $F(\omega-\omega_0)$  (перетворення Фур'є) гаусового імпульсу має гаусову форму. Величина  $\Omega$  напівширини спектра на рівні  $1/e^{1/2}$  пов'язана з напівтривалістю  $T_0$  імпульсу, визначеному на такому самому рівні, співвідношенням  $\Omega = (1+\alpha^2)^{1/2} / T_0$ , із якого величина  $|\alpha|$  параметра чірпу може бути обчисленою вимірюванням величин  $\Omega$  і  $T_0$ .

Отже, при відносно малій величині  $(\Delta\omega/\omega_0)$  змінення миттєвої частоти  $\omega(t)$  імпульсу, відбувається суттєве зростання ширини спектра імпульсу з чірпом, яка для гаусового імпульсу в  $(1+\alpha^2)^{1/2}$  разів більша порівняно з шириною спектра за відсутності чірпу ( $\alpha=0$ ).

**5. Математичний алгоритм для активного методу компенсації хроматичної дисперсії у волоконно-оптичному лінійному тракті.** Нехай на вході у волокно імпульс має супергаусову форму. При русі вдовж волокна форма і тривалість імпульсу змінюються. Приведений в роботі [6] аналітичний вираз для коефіцієнта  $k$ , що описує величину змінення тривалості імпульсу, перетворимо до безрозмірної форми у такий спосіб:

$$k = \frac{\sigma_t}{\sigma_{t0}} = \left[ 1 + \frac{\Gamma(1/(2m))}{\Gamma(3/(2m))} (\alpha \cdot \text{sign}D) Z + \frac{m^2 \Gamma(2-1/(2m))}{\Gamma(3/(2m))} (1+\alpha^2) Z^2 \right]^{1/2}, \quad (17)$$

де  $\sigma_{t0}$  – середньоквадратичне значення тривалості вхідного імпульсу супергаусової форми;  
 $\sigma_t$  – середньоквадратичне значення тривалості імпульсу після проходження ним ділянки волокна довжиною  $z$ ;

$D$  і  $\text{sign}D$  – коефіцієнт хроматичної дисперсії волокна при значенні  $\lambda_0=2\pi c/\omega_0$  довжини носійної хвилі і відповідно знак коефіцієнта  $D$ ;

$Z = z/L_D$  – безрозмірна довжина шляху  $z$ , пройденого імпульсом у волокні;

$L_D$  – дисперсійна довжина, значення якої обчислюється за формулою

$$L_D = \frac{2\pi c T_0^2}{\lambda_0^2 |D|}; \quad (18)$$

$\Gamma$  – гамма-функція, яка набуває додатного значення при додатному значенні аргументу.

Оскільки  $Z=z/L_D$ , а дисперсійна довжина (18) обернено пропорційна абсолютній величині коефіцієнта  $D$  дисперсії волокна, то у відповідності до формули (17) за умови  $\alpha \times \text{sign}D > 0$ , як і при відсутності чірпу імпульсу від передавача ( $\alpha=0$ ), імпульс безперервно розширюється при його русі вдовж волокна (величина  $k > 1$ ,  $k$  зростає при збільшенні  $Z$ ). Навпаки, у разі протилежних знаків  $\alpha$ -параметра чірпу вхідного імпульсу та коефіцієнта  $D$ , імпульс спочатку звужується (стискається в часі) до деякої мінімальної величини його тривалості (величина  $k < 1$ ), а при подальшому русі у волокні – розширюється. Зменшення тривалості імпульсу може бути використаним для досягнення максимальної довжини обмеженої хроматичною дисперсією довжини регенераційної ділянки.

Нехай послідовність оптичних імпульсів передається зі швидкістю  $B$ , біт/с. Обернена величина  $1/B$ , складає значення тактового інтервалу  $T_\delta$  (тривалість біта). За лінійного кодування RZ (з поверненням до нуля) тривалість робочого циклу складає певну частину тривалості тактового інтервалу і дорівнює значенню  $f/B$ , де величина  $f < 1$  є імпульсним коефіцієнтом. Для NRZ-імпульсу (без поверненням до нуля на тактовому інтервалі)  $f=1$ .

Введемо безрозмірний параметр  $N_p$ , що дорівнює відношенню значення тривалості робочого циклу ( $f \cdot T_\delta$ ) до характерного проміжку часу  $2T_0$  супергаусового імпульсу

$$N_p = (f \cdot T_\delta) / (2T_0), \quad (19)$$

величина якого наглядно трактується. А саме: якщо  $N_p \geq 1$ , то часовий проміжок  $2T_0$  вхідного імпульсу належить часовому проміжку робочого циклу, співпадаючи з ним при  $N_p=1$ , і навпаки, при  $N_p < 1$  кінці часового інтервалу  $[-T_0; T_0]$  знаходяться зовні проміжку  $[-(f \cdot T_\delta)/2; (f \cdot T_\delta)/2]$  робочого циклу.

Оскільки реальні імпульси відрізняються від імпульсів гаусової форми, в інженерних розрахунках розглядають еквівалентні Гаусові імпульси, вводячи в розрахунки коефіцієнт форми  $N_\phi$  у такий спосіб. Нехай середньоквадратичне значення  $\sigma_{t0}$  тривалості вхідного імпульсу  $N_\phi$  разів розміщується на часовому проміжку робочого циклу [7],

$$N_\phi \cdot \sigma_{t0} = f/B \rightarrow N_\phi = (f \cdot T_\delta) / \sigma_{t0}.$$

Параметр  $N_p$  супергаусового імпульсу пов'язаний з величиною формфактора формулою:

$$\frac{N_\phi}{N_p} = \frac{(2T_0)}{\sigma_{t0}} = \left[ \frac{4\Gamma(1/(2m))}{\Gamma(3/(2m))} \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (20)$$

Значення коефіцієнта форми,  $N_\phi$ , залежить від форми імпульсу. Наприклад, часовий проміжок  $f/B$  робочого циклу включає: при  $N_\phi=4$  – 95,5% повної потужності вхідного гаусового імпульсу (при  $m=1$  згідно з формулою (20) дістанемо  $N_p=\sqrt{2}$ ); при  $N_\phi=2\sqrt{3} \approx 3.46$  – всю потужність імпульсу прямокутної форми.

Згідно з (20) параметр  $N_p$  пропорційний величині формфактора  $N_\phi$ , і отже, характеризує відсоток потужності вхідного імпульсу на часовому проміжку  $f/B=f \cdot T_\delta$  робочого циклу.

Нехай системою передачі допускається спричинене хроматичною дисперсією розширення імпульсу, середньоквадратичне значення  $\Delta t$  якого складає  $\epsilon$ -частину тривалості  $T_\delta$  біта [7].

Виходячи із співвідношень

$$\Delta t = \varepsilon \cdot T_{\theta}, \quad k = \sigma_t / \sigma_{t0} = \sqrt{1 + (\Delta t)^2 / \sigma_{t0}^2},$$

знайдемо зв'язок між допустимим значенням коефіцієнта  $k$  розширення імпульсу і величиною  $\varepsilon$ -допуску:

$$k^2 - 1 = \varepsilon^2 \cdot (T_{\theta}^2 / \sigma_{t0}^2). \quad (21)$$

Після підставлення величини (21) у вираз (17) отримаємо рівняння відносно значення  $Z=z_{\theta}/L_D$  для допустимої величини  $z_{\theta}$  відстані передачі, розв'язавши яке, дістанемо

$$Z = -\frac{M(\alpha \cdot \text{sign}D)}{1 + \alpha^2} + \sqrt{\frac{M^2 \alpha^2}{(1 + \alpha^2)^2} + \frac{E}{N(1 + \alpha^2)}}; \quad (22)$$

де

$$M = \frac{\Gamma(1/(2m))}{2m^2 \Gamma(2 - 1/(2m))}; \quad N = \frac{m^2 \Gamma(2 - 1/(2m))}{\Gamma(3/(2m))};$$

$$E = k^2 - 1 = \varepsilon^2 \frac{T_{\theta}^2}{\sigma_0^2} = \varepsilon^2 \left( \frac{T_{\theta}}{(2T_0)} \right)^2 \cdot \frac{12\Gamma(1 + 1/(2m))}{\Gamma(1 + 3/(2m))} = \left( \frac{\varepsilon}{f} \cdot N_p \right)^2 \cdot \frac{12\Gamma(1 + 1/(2m))}{\Gamma(1 + 3/(2m))}. \quad (23)$$

За умови  $\alpha \times \text{sign}D < 0$  та заданого параметра  $m$  крутизни фронтів супергаусового імпульсу, величина  $Z=z_{\theta}/L_D$  для допустимої величини відстані передачі досягає локального максимуму при оптимальному значенні  $\alpha$ -параметра чірпу:

$$\alpha_{\text{опт}} = \left[ \frac{-1 + \sqrt{1 + 4x(1+x)}}{2(1+x)} \right]^{\frac{1}{2}}; \quad x = \frac{M^2 N}{E}. \quad (24)$$

**6. Аналіз результатів розрахунку.** На Рис. 1 приведено графіки розрахованих згідно з формулою (24) залежностей оптимальних значень  $\alpha$ -параметра чірпу від параметра  $m$  крутизни супергаусового імпульсу.

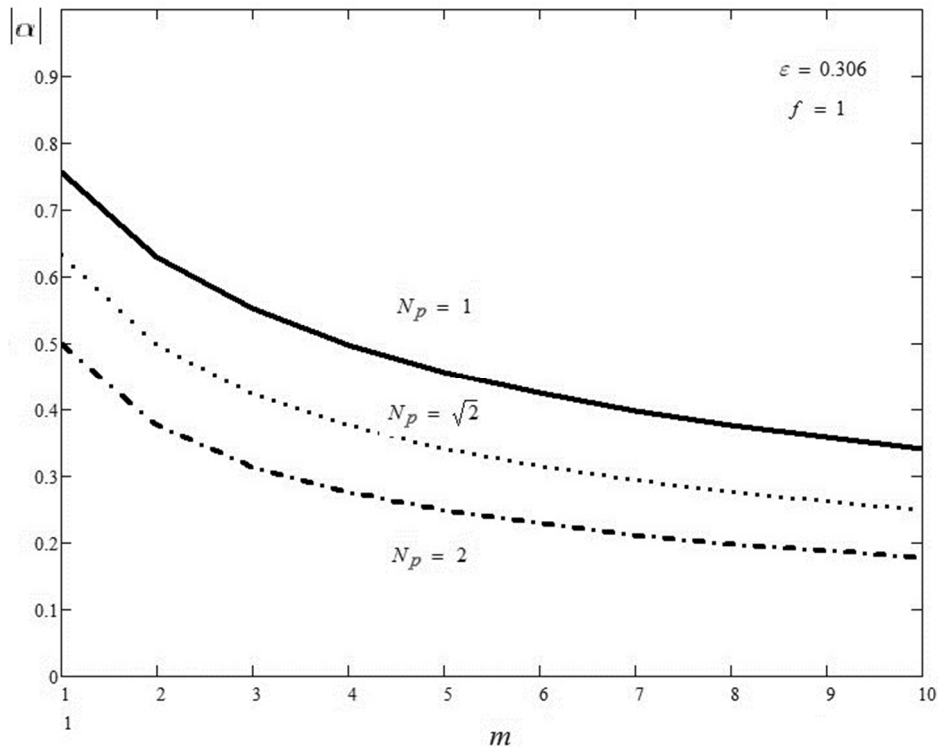


Рис. 1. Оптимальні значення  $\alpha$ -параметра чірпу в залежності від параметра  $m$  крутизни супергаусового імпульсу ( $m$  набуває значень натуральних чисел).



Розраховані за формулою (22) безрозмірні значення  $Z=z_\delta/L_D$  для допустимої величини  $z_\delta$  відстані передачі в залежності від величини  $\alpha$ -параметра чірпу при фіксованих значеннях параметра  $m$  крутизни супергаусового імпульсу та окремому значенні параметра  $N_p=1$ , вказано на Рис. 2, для випадку волокна з додатним коефіцієнтом хроматичної дисперсії ( $D>0$ ). При  $D<0$  графіки залежності  $Z(\alpha)$  є симетричним відображенням вказаних кривих відносно вертикальної прямої  $\alpha=0$ .

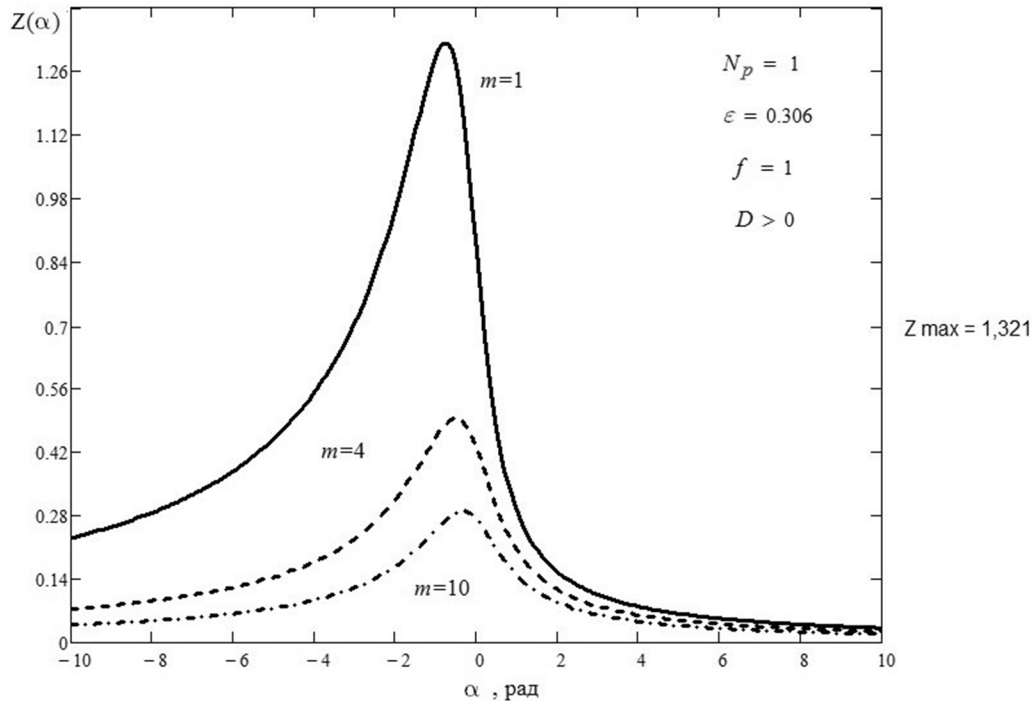


Рис. 2. Відносне значення величини  $Z=z_\delta/L_D$  для допустимої довжини  $z_\delta$  лінійного тракту між передавачем та приймачем в залежності від величини  $\alpha$ -параметра чірпу при фіксованих значеннях параметра  $m$  крутизни імпульсу

Оскільки в розрахункові формули (22), (24) параметри  $\epsilon, f, N_p$  входять лише в комплексі ( $\epsilon N_p/f$ ) посередньо величини  $E$ , (23), поведінка приведених на Рис. 1 і Рис. 2 графічних залежностей може бути проаналізована також і для інших значень параметрів, які складають цей комплекс. Розрахунки підтверджують справедливості цього припущення.

В Табл. 1, 2 подано результати розрахунків обмеженої хроматичною дисперсією ( $\epsilon=0,306$ ) довжини регенераційної ділянки  $z_\delta$  за різних значень  $\alpha$ -параметра чірпу та параметра  $N_p$  для вхідних імпульсів гаусової та майже прямокутної форми.

Результати розрахунку величини  $z_\delta$  для гаусового імпульсу ( $m=1$ )

Табл. 1

$m$	1									
$f$	1 (NRZ-формат лінійного кодування)									
$N_p$ $N_p=(f \cdot T_\delta)/(2T_0)$	1 (формфактор $N_\phi=2\sqrt{2}$ )					$\sqrt{2}$ (формфактор $N_\phi=4$ )				
$P, \%$	84					95,5				
	(% потужності вхідного імпульсу на проміжку $f/B=f \cdot T_\delta$ робочого циклу)									
$L_D, \text{км}$	115,3					57,65				
$\alpha \times \text{sign} D, \text{рад}$	-1	<b>-0,756</b>	0	1	3	-1	<b>-0,633</b>	0	1	3
$Z(\alpha)=z/L_D$	1,290	1,323	0,865	0,290	0,106	1,500	1,581	1,224	0,500	0,190
$z_\delta(\alpha_{\text{опт}})/z_\delta(\alpha)$	1,026	1	1,529	4,562	12,48	1,054	1	1,292	3,162	8,321
$z_\delta(\alpha), \text{км}$	148,7	<b>152,5</b>	99,8	33,4	12,2	86,5	<b>91,2</b>	70,6	28,8	11,0

Примітка до таблиці. Жирним шрифтом виділено значення, що відповідають оптимальній величині  $\alpha$ -параметра чірпу

Результати розрахунку величини  $z_\alpha$  для супергаусового імпульсу

Табл. 2

$m$ (параметр крутизни)	1 (імпульс гаусової форми)					4 (супергаусів імпульс майже прямокутної форми)				
$f$ (імпульсний коефіцієнт)	$\frac{1}{2}$ (RZ-формат лінійного кодування)					1 (NRZ-формат лінійного кодування)				
$N_p$ $N_p=(fT_0)/(2T_0)$	1 (формфактор $N_\phi=2\sqrt{2}$ )					1 (формфактор $N_\phi=3,25$ )				
$P, \%$	84					96,3				
$L_D, \text{ км}$	28,83					57,65				
$\alpha \times \text{sign}D, \text{ рад}$	-1	<b>-0,500</b>	0	1	3	-1	<b>-0,498</b>	0	1	3
$Z(\alpha)=z/L_D$	1,822	1,999	1,731	0,822	0,324	0,452	0,496	0,430	0,205	0,081
$z_\alpha(\alpha_{\text{опт}})/z_\alpha(\alpha)$	1,097	1	1.155	2,432	6,170	1,097	1	1,153	2,420	6,123
$z_\alpha(\alpha), \text{ км}$	52,5	<b>57,6</b>	49,9	23,7	9,3	52,1	<b>57,2</b>	49,6	23,6	9,34

Величину  $z_\alpha(\alpha)$  допустимої відстані передачі в км, розраховано для значень:  $\lambda_0=1,55 \text{ мкм}$ ;  $|D|=17 \text{ пс}/(\text{нм}\cdot\text{км})$ ;  $B=10 \text{ Гбіт}/\text{с}$ . Отже, допоміжні в розрахунках величини набувають таких значень:

$$L_D = \frac{2\pi c T_0^2}{\lambda_0^2 |D|} = \frac{0,19601}{|D|} \cdot (2T_0)^2 \text{ при } \lambda_0 = 1,55 \text{ мкм}; \quad (2T_0) = \frac{f \cdot 10^3}{B \cdot N_p} = \frac{f \cdot 100 \text{ нс}}{N_p} \text{ при } B=10 \text{ Гбіт}/\text{с}.$$

При інших значеннях  $\lambda_1, |D_1|, B_1$  відповідну довжину в км можна одержати, домножуючи вказані в таблицях значення  $z_\alpha(\alpha)$  на величину відношення  $[(\lambda_0 B)^2 |D|] / [(\lambda_1 B_1)^2 |D_1|]$ .

В результаті аналізу розроблених формул та проведених розрахунків з'ясовано наступне.

Оптимальні значення  $\alpha_{\text{опт}}$  параметра чірпу за абсолютною величиною не перевищують значення  $0,756$  радіан, тобто належать діапазону від  $-1$  до  $1$  радіан можливих значення  $\alpha$ -параметра чірпу оптичних передавачів із зовнішньою модуляцією лазерного випромінення, які застосовуються при високих швидкостях передачі.

Величина  $z_\alpha(\alpha_{\text{опт}})/z_\alpha(\alpha)$ , що характеризує “відносний виграш” для допустимої величини  $z_\alpha$  відстані передачі за фіксованої величини параметрів  $m, N_p$  (дані передостаннього рядка таблиць), не залежить від значень  $D, \lambda, B$ . Значення “виграшу” для допустимої відстані передачі у відсотках:

$$[z_\alpha(\alpha_{\text{опт}})/z_\alpha(\alpha)-1] \cdot 100\%.$$

Для значень вихідних даних:  $\lambda_0=1,55 \text{ мкм}$ ;  $|D|=17 \text{ пс}/(\text{нм}\cdot\text{км})$ ;  $B=10 \text{ Гбіт}/\text{с}$  та значення параметра  $N_p=\sqrt{2}$  для імпульсу гаусової форми, розрахункова величина  $z_\alpha$  обмеженої хроматичною дисперсією відстані передачі складає такі значення (останній рядок в Табл.1):

- 91,2 км при оптимальній величині  $\alpha \times \text{sign}D = -0,633$  рад;
- 28,8 км при значенні  $\alpha \times \text{sign}D = 1$  рад, що суттєво відрізняється від оптимального;
- 70,6 км при  $\alpha = 0$  (за нехтування ЧМ імпульсу в оптичному передавачі), що узгоджується з розрахунком за алгоритмом, рекомендованим для застосувань в інженерній практиці [4].

Отже, величина “виграшу” для допустимої відстані передачі складає 29%, тобто 20,6 км.

Для  $N_p=1$ , коли в розрахунковій моделі часовий проміжок  $f/B$  робочого циклу включає лише 84% потужності вхідного гаусового імпульсу (а не 95,5% як у попередньому випадку при  $N_p=\sqrt{2}$ ), відповідні розрахункові значення величини  $z_\alpha$  виявились завищеними [4].

У випадку параметра крутизни  $m=4$ , що відповідає майже прямокутній формі вхідного імпульсу, розрахункова величина  $z_\alpha$  обмеженої хроматичною дисперсією відстані передачі

складає значно менші значення (останній рядок в Табл.2), порівняно з приведеними вище числовими значеннями. Для імпульсів з більшою крутизною фронтів величина  $2T_0$  характерного проміжку часу є меншою (за однаковою повної потужності імпульсів), і відповідно ширина спектра – більшою. Отже, такі імпульси при русі у волокні зазнають більшого дисперсійного розширення.

**7. Висновок.** Для вирішення проблеми підвищення пропускної здатності ВОЛТ запропоновано новий підхід, реалізований у вигляді математичної моделі. Враховуючи особливості динамічного розширення спектра генерованих оптичним передавачем імпульсів, можна досягнути суттєвого збільшення обмеженої хроматичною дисперсією довжини регенераційної ділянки ВОЛЗ, без застосування пасивних пристроїв компенсації дисперсії, які потребують додаткових оптичних підсилювачів.

### **Література**

1. Katok V. Single-mode optic fibre for wideband dispersion compensations / V. Katok, M. Kotenko, I. Sergiyenko // Proc. International Conf. of Transparent Optical Network (ICTON 2001), June 18-21, 2001. – Cracow, Poland. – 2001. – P. 245-248.
2. Власов О. М. Підвищення пропускної спроможності волоконно-оптичних лінійних трактів на одномодових світловодах / О. М. Власов, Н. В. Омецинська, Іван-В. О. Сергієнко // Матеріали VII наукової конференції ДУІКТ «Сучасні тенденції розвитку технологій в інфокомунікаціях та освіті», Харків, 25–26 листопада, 2010. – С.132-137.
3. Sergijenko Ivan-V. Optimal values of chirp parameter of optical transmitters to compensation of the chromatic dispersion in tracts / Ivan-V. Sergijenko, Natalia Ometsyns'ka // Матеріали 6-й Международной молодежной научно-технической конференции «Современные проблемы радиотехники и телекоммуникаций «РТ-2010», 19–24 апреля 2010. – Севастополь. – 2010. – С. 47.
4. Optical interfaces for single channel STM-64 and other SDH systems with optical amplifiers // ITU-T Recommendation G.691 (2006).
5. Fibre optic communication system – Part 5: Accomodation and compensation of dispersion // IEC/TR 61282-5 (2002).
6. Агравал Г. Нелинейная волоконная оптика / Г. Агравал ; пер. с англ. под ред. П. В. Мамышева. – Москва : Мир, 1996. – 323 с.
7. Optical system design and engineering considerations // ITU-T G-series Recommendations – Supplement 39 (2012).

### *Автори статті*

**Сергієнко Іван-Вячеслав Олександрович** – аспірант кафедри телекомунікаційних систем, Державний університет телекомунікацій, м. Київ. Тел. +38 (093) 058 51 46. E-mail: ivan.sergijenko@gmail.com

**Каток Віктор Борисович** – кандидат технічних наук, професор кафедри телекомунікаційних систем, Державний університет телекомунікацій, м. Київ. Тел.: +38 (091) 114 03 00. E-mail: vkatok@ukrtelecom.ua

### *Author of the article*

**Serhiyenko Ivan-Vyacheslav Oleksandrovych** – postgraduate student of the telecommunication systems department, State University of Telecommunications, Kyiv. Tel. +380 (93) 058 51 46. E-mail: ivan.sergijenko@gmail.com

**Katok Victor Borysovych** – candidate of sciences (technical), professor of the telecommunication systems department, State University of Telecommunications, Kyiv. Tel.: +380 (91) 114 03 00. E-mail: vkatok@ukrtelecom.ua

Дата надходження в редакцію: 21.01.2016 р.

Рецензент: д.т.н., проф. О. О. Манько