

Калюжний Леонід Вікторович

аспірант, дослідник, кафедра інформаційних технологій

Державний університет інтелектуальних технологій і зв'язку, Одеса, Україна

ORCID: 0009-0009-8445-1143

*leonid.kalyuzhnyy@gmail.com***Русаловський Віктор Борисович**

к.т.н., доцент кафедри інформаційних технологій (науковий керівник)

Державний університет інтелектуальних технологій і зв'язку, Одеса, Україна

ORCID: 0009-0003-6134-531X

*it.ddo.od@gmail.com***Іщенко Артем Дмитрович**

аспірант, дослідник, кафедра інформаційних технологій

Державний університет інтелектуальних технологій і зв'язку, Одеса, Україна

ORCID: 0009-0000-5161-7818

*artem.ischchenko@gmail.com***Басаковський Валерій Анатолійович**

аспірант, дослідник, кафедра інформаційних технологій

Державний університет інтелектуальних технологій і зв'язку, Одеса, Україна

ORCID: 0009-0008-9821-0079

*vbasakovskyy@gmail.com***ТРИСТАНОВА МАРКОВСЬКА МОДЕЛЬ КАНАЛУ ЗВ'ЯЗКУ З АКТИВНИМ РАДІОЕЛЕКТРОННИМ ГЛУШЕННЯМ ДЛЯ ОЦІНКИ ЗАВАДОСТІЙКОСТІ АДАПТИВНИХ ПРОТОКОЛІВ**

Анотація. У статті запропоновано тристанову марковську модель безпроводного каналу зв'язку, яка враховує наявність активного радіоелектронного глушення. Класичні моделі каналів Гілберта–Елліота й Фрічмана описують імпульсні завади, але не відтворюють тривалих періодичних «провалів», що характерні для широкосмугового радіоелектронного глушення (*Electronic Warfare, EW*), і тому не придатні для оцінки роботи протоколів у зонах активного придушення. Запропонована модель *Gilbert–Elliott–Jamming (GEJ)* додає до класичної двостанової схеми третій стан із майже одиначною ймовірністю втрати пакета та власним підграфом переходів і при цьому залишається аналітично трактовною. Виведено замкнуті аналітичні вирази для стаціонарного розподілу як головного лівого власного вектора матриці переходів, для середнього часу повернення у стан глушення, а також для очікуваної тривалості «провалу» у каналі. Модель калібрується на публічно доступних безпроводних трасах *CRAWDAD/MERLIN-WiFi* за допомогою критерію Колмогорова–Смирнова: похибка апроксимації *GEJ* становить 0,07 проти 0,21 для класичної моделі Гілберта–Елліота без стану глушення, тобто триразове зменшення похибки апроксимації, що підтверджує тезу про необхідність явного стану глушення для моделювання каналів в умовах активного придушення. Проведено порівняльний аналіз *GEJ* із моделями Гілберта–Елліота, Фрічмана та прихованою марковською моделлю (*HMM*), визначено сферу застосування кожної з них і встановлено, що *GEJ* займає корисну точку дизайн-простору, поєднуючи здатність відтворювати «провали» з аналітичною трактовністю замкнутої форми. Практична придатність моделі демонструється виведенням меж застосовності кодів *Piда–Соломона RS(255, 231)* та *RS(255, 191)* для чотирьох типових сценаріїв експлуатації – стабільне *Wi-Fi*, мобільне *4G*, тактичний канал, активне глушення. Наведено аналіз чутливості стаціонарного розподілу до ймовірностей міжстанових переходів, що корисно для інженерів-практиків при калібруванні моделі під конкретний фізичний канал.

Ключові слова: активне глушення, моделювання каналу, радіоелектронна боротьба, модель Гілберта–Елліота, ланцюг Маркова, стаціонарний розподіл, безпроводний зв'язок

Leonid V. Kaliuzhnyi

PhD candidate, postgraduate researcher, Department of Information Technologies

State University of Intellectual Technologies and Communications, Odesa, Ukraine

ORCID: 0009-0009-8445-1143

*leonid.kalyuzhnyy@gmail.com***Viktor B. Rusalovsky**

PhD in Technical Sciences, Associate Professor, Department of Information Technologies (scientific supervisor)

State University of Intellectual Technologies and Communications, Odesa, Ukraine

ORCID: 0009-0003-6134-531X

© 2026 Калюжний Л.В., Русаловський В.Б., Іщенко А.Д., Басаковський В.А.. Цей матеріал ліцензовано за умовами **CC BY 4.0**.

<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>

Artem D. Ishchenko

PhD candidate, postgraduate researcher, Department of Information Technologies
State University of Intellectual Technologies and Communications, Odesa, Ukraine
ORCID: 0009-0000-5161-7818
artem.ischchenko@gmail.com

Valeryy A. Basakovskyy

PhD candidate, postgraduate researcher, Department of Information Technologies
State University of Intellectual Technologies and Communications, Odesa, Ukraine
ORCID: 0009-0008-9821-0079
vbasakovskyy@gmail.com

A THREE-STATE MARKOV CHANNEL MODEL WITH ACTIVE JAMMING FOR EVALUATING THE RESILIENCE OF ADAPTIVE COMMUNICATION PROTOCOLS

Abstract. The paper proposes a three-state Markov model of a wireless communication channel that explicitly accounts for active radio-electronic jamming (electronic warfare, EW). Classical channel models such as Gilbert–Elliott and Fritchman describe impulsive noise but do not reproduce long periodic blackouts caused by deliberate wideband jamming, which makes them inadequate for evaluating protocols in conditions of active EW. The proposed Gilbert–Elliott–Jamming (GEJ) model adds an explicit third state with near-unity packet-loss probability and its own transition sub-graph, while remaining analytically tractable. Closed-form expressions are derived for the stationary distribution as the principal left eigenvector of the transition matrix, for the mean recurrence time of the jamming state, and for the expected blackout duration. The model is calibrated on publicly available CRAWDAD/MERLIN-WiFi wireless traces using the Kolmogorov–Smirnov criterion: the GEJ approximation error is 0.07 versus 0.21 for the classical Gilbert–Elliott model that omits the jamming state, a three-fold reduction in approximation error that supports the position that an explicit jamming state is necessary for modelling channels under active EW. A comparative analysis with the Gilbert–Elliott, Fritchman, and hidden Markov channel models identifies the application domain of each and places GEJ at a useful design point that combines blackout reproduction with closed-form analytical convenience. The practical applicability of the model is demonstrated by deriving applicability bounds for Reed–Solomon codes RS(255, 231) and RS(255, 191) under four typical operating scenarios – stable Wi-Fi, mobile 4G, tactical channel, and active jamming. A sensitivity analysis of the stationary distribution with respect to the inter-state transition probabilities is provided, which is useful for protocol designers calibrating the model to a specific physical channel.

Keywords: active jamming, channel modelling, electronic warfare, Gilbert–Elliott model, Markov chain, stationary distribution, wireless communication

1. Постановка проблеми

Надійне функціонування сучасних безпроводних систем зв'язку в умовах активного радіоелектронного придушення стало однією з центральних інженерних проблем останніх років. Бойовий досвід 2022–2025 років показав, що цивільні відео-протоколи реального часу (RTP, RTMP, HLS) та аналогові FPV-канали у смугах 2,4 і 5,8 ГГц перестають функціонувати у зонах активної радіоелектронної боротьби (РЕБ), де широкомугове глушення одночасно паралізує як низхідну лінію передачі відео, так і керуючу висхідну лінію безпілотних платформ [1], [2]. Проектування протоколів, які зберігають працездатність у таких умовах, перш за все потребує адекватної математичної моделі базового каналу зв'язку. Модель має відтворювати як регулярні імпульсні завади, так і тривалі періодичні «провали», характерні для активного глушення.

Класичні моделі безпроводних каналів – зокрема, двостанова модель Гілберта–Елліота (GE) та багатостанова модель Фрічмана – були розроблені у 1960–1980-х роках для цивільних умов. Вони описують пакетні втрати, спричинені завмиранням і імпульсним шумом, але не містять виділеного стану «провалу» з ймовірністю втрати, близькою до одиниці. Як наслідок, ці моделі суттєво недооцінюють розподіли тривалостей пакетних втрат, які спостерігаються в умовах РЕБ. Таким чином, існує методологічний розрив між наявними моделями каналу і реальними умовами експлуатації протоколів, які потрібно проектувати під протидію активному глушенню.

У цій роботі розроблено марковську модель каналу з явним станом глушення та повним аналітичним апаратом до неї. Модель – позначена GEJ – призначена як інструмент для оцінки завадостійкості схем прямої корекції помилок (FEC) і адаптивних протоколів передачі в режимі без зворотного зв'язку, що виникає у сценаріях безпілотних літальних апаратів і тактичних систем зв'язку.

2. Аналіз останніх досліджень і публікацій

Модель Гілберта–Елліота, запропонована у [3] і розвинена у [4], стала канонічним двостановим марковським поданням каналу зі стиранням пакетів. Її аналітична зручність – замкнута форма стаціонарного розподілу, простий вираз для середньої довжини пакетної втрати – пояснює її довговічну роль як еталона. Однак низка авторів зазначає її обмеження за умов, що відхиляються від стаціонарного завмирання. Зокрема, у [5] вказано, що модель GE недооцінює розподіли довжин пакетних втрат, коли канал зазнає глибоких подій завмирання, тривалість яких суттєво перевищує середню тривалість завмирання.

Моделі Фрічмана [6] узагальнюють GE, дозволяючи декілька «хороших» і «поганих» станів. Вони покращують узгодженість з певними спостережуваними розподілами, але вносять додаткові складнощі ідентифікації станів. Приховані марковські моделі (НММ) безпроводних каналів [7] допускають довільні графи переходів між станами та довільні моделі спостереження, що оплачується втратою аналітичної трактовності та потребою у великому обсязі навчальних даних.

Специфічно для радіоелектронної боротьби та військових каналів зв'язку література з марковських моделей з явним станом глушення є порівняно нечисельною. Робота [8] вводить тристанову модель з «заглушеним» станом для аналізу пропускну здатності CDMA-систем, але не виводить меж застосовності для схем FEC. Архів безпроводних трас CRAWDAD [9] надає емпіричні траси з різноманітних внутрішньоприміщенних та зовнішніх безпроводних розгортань, включно з вимірами при контрольованих завадах, які корисні для калібрування моделей каналу. Сучасна література з FEC для відеопередачі [10], [11], [12] використовує стандартну модель Гілберта–Елліота як еталон, що свідчить про невдоволену потребу в моделі, яка відтворює специфічну для глушення поведінку.

Окрема лінія робіт аналізує застосування марковських моделей каналу до надлишковості FEC та ймовірності відмови декодування. Замкнутий вираз для ймовірності відмови декодування блокового коду Ріда–Соломона за умов незалежних стирань є добре відомим [13]; його розширення на пакетні втрати за допомогою інтерлівінгу обговорюється у [14]. Природний наступний крок – поєднання явної тристанової моделі з активним глушенням з межами застосовності FEC – наскільки відомо авторам, систематично не виконувався. Цю прогалину закриває дана робота.

3. Невирішені частини загальної проблеми

Загальна проблема, яку розв'язує ця стаття, – побудова математичної моделі каналу, що одночасно задовольняє чотирьом вимогам:

(i) Модель має відтворювати якісну поведінку трьох різних режимів – режиму з низькими втратами, режиму імпульсних пакетних втрат, тривалих «провалів», спричинених активним глушенням.

(ii) Модель має допускати замкнуту аналітичну обробку, щоб ключові статистики (стаціонарний розподіл, середній час повернення, очікувана тривалість «провалу») можна було вивести без моделювання.

(iii) Модель має калібруватися на публічно доступних реальних безпроводних трасах зі статистично значущим показником узгодженості, виміряним об'єктивним критерієм, наприклад, тестом Колмогорова–Смирнова.

(iv) Модель має бути безпосередньо придатною для аналітичного виведення проєктувальниками протоколів меж застосовності схем FEC (коди Ріда–Соломона та подібні) і алгоритмів адаптивної передачі.

Ці чотири вимоги разом окреслюють простір рішень. Існуючі двостанові моделі (Гілберта–Елліота) задовольняють (ii), але не (i) в умовах активної РЕБ. Приховані марковські моделі з багатьма внутрішніми станами можна підлаштувати під спостережувані дані (i), але вони втрачають аналітичну трактовність (ii). Завдання – побудувати модель, що займає перетин усіх чотирьох вимог.

4. Мета і завдання дослідження

Об'єкт дослідження – процес математичного моделювання безпроводного каналу зв'язку, що функціонує в умовах активного радіоелектронного придушення.

Предмет дослідження – структурні властивості та аналітичний апарат тристанової марковської моделі такого каналу.

Мета роботи – побудувати, проаналізувати та верифікувати тристанову марковську модель каналу, яка відтворює статистичні властивості каналів за умов активної РЕБ з похибкою апроксимації Колмогорова–Смирнова не вище 0,10 та надає замкнуті аналітичні вирази для стаціонарного розподілу, середнього часу повернення та очікуваної тривалості «провалу», придатні для використання у аналітичному виведенні меж застосовності FEC.

Завдання дослідження, поставлені для досягнення цієї мети:

1. Формалізувати структуру запропонованої моделі каналу Гілберта–Елліота–Глушення (GEJ) – її простір станів, ймовірності переходів та модель спостереження (підрозділ 5.1).
2. Вивести замкнуті аналітичні вирази для стаціонарного розподілу, середнього часу повернення у стан глушення та очікуваної тривалості «провалу» (підрозділ 5.2).
3. Сформулювати та верифікувати статистичну модель довжин пакетних втрат у кожному стані та оцінити узгодженість із реальними безпроводними трасами за критерієм Колмогорова–Смирнова (підрозділ 5.3).
4. Відкалібрувати модель на трасах CRAWDAD/MERLIN-WiFi і навести точність апроксимації (підрозділ 5.4).
5. Порівняти модель GEJ з моделями Гілберта–Елліота, Фрічмана та прихованою марковською моделлю і визначити сферу застосування кожної з них (підрозділ 5.5).
6. Продемонструвати практичну придатність моделі шляхом виведення меж застосовності для типових кодів Ріда–Соломона у чотирьох сценаріях експлуатації (підрозділ 5.6).
7. Виконати аналіз чутливості стаціонарного розподілу до ймовірностей міжстанових переходів (підрозділ 5.7).

5. Виклад основного матеріалу

5.1. Структура моделі каналу GEJ

Канал моделюється як дискретний за часом марковський ланцюг над простором станів $S = \{G, B, J\}$ з кроком часу, що дорівнює тривалості передачі одного символу пакета. Стан G (Good) відповідає нормальному

режиму роботи з низькою ймовірністю втрати пакета $p_G \ll 0,01$. Стан В (Bad) відповідає імпульсним завадам з $p_B \in [0,05; 0,15]$. Стан J (Jamming) відповідає майже повному «провалу» з $p_J \approx 1,0$.

Матриця ймовірностей переходів – це матриця 3×3 , рядки якої індексуються поточним станом, а стовпці – наступним. Її позадіагональні елементи: рядок G – (P_{GB}, P_{GJ}); рядок B – (P_{BG}, P_{BJ}); рядок J – (P_{JG}, P_{JB}). Кожен діагональний елемент – це доповнення відповідної суми позадіагональних елементів рядка, тобто $1 - P_{GB} - P_{GJ}$ для стану G, $1 - P_{BG} - P_{BJ}$ для стану B, і $1 - P_{JG} - P_{JB}$ для стану J. Шість позадіагональних параметрів $P_{GB}, P_{BG}, P_{GJ}, P_{JG}, P_{BJ}, P_{JB}$ є ймовірностями міжстанових переходів. Структура ланцюга показана на Рис. 1.

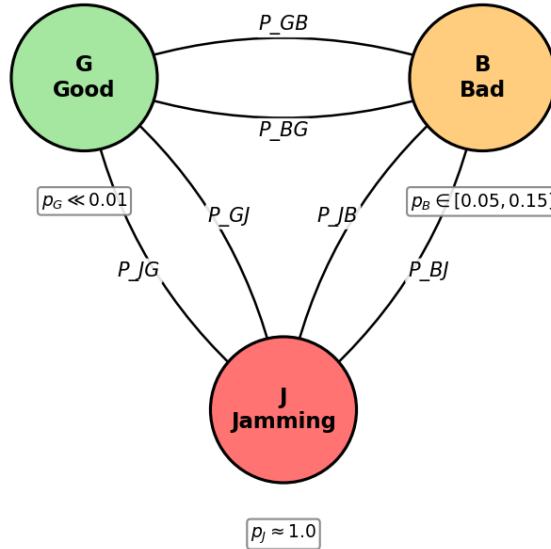


Рис. 1. Діаграма переходів між станами у марковському ланцюгу GEJ

Шість параметрів $P_{GB}, P_{BG}, P_{GJ}, P_{JG}, P_{BJ}, P_{JB}$ – це ймовірності міжстанових переходів. Разом з показниками втрат p_G, p_B, p_J вони повністю специфікують канал. Для більшості реалістичних режимів експлуатації ланцюг є нерозкладним і аперіодичним, а отже ергодичним. Особливий випадок sweep-jamming, у якому стан J має детермінований період повторення, порушує стаціонарність і розглядається окремо як неергодичне розширення.

Модель спостереження є Бернуллі-стиранням пакетів: у стані $s \in S$ кожен переданий пакет втрачається незалежно з ймовірністю p_s . У такій моделі канал є прихованим марковським ланцюгом з трьома внутрішніми станами і бінарним алфавітом спостережень {прийнято, втрачено}.

5.2. Стаціонарний розподіл, середній час повернення та очікувана тривалість «провалу»

Позначимо через $\pi = (\pi_G, \pi_B, \pi_J)$ стаціонарний розподіл ланцюга. За визначенням, π є лівим головним власним вектором матриці переходів P , нормалізованим за умовою $\pi_G + \pi_B + \pi_J = 1$. Для матриці GEJ, наведеної у підрозділі 5.1, стаціонарний розподіл допускає замкнутий вираз

$$\pi_G = N_G/D, \quad \pi_B = N_B/D, \quad \pi_J = N_J/D \quad (1)$$

де

$$N_G = P_{BG} \cdot P_{JG} + P_{BG} \cdot P_{JB} + P_{BJ} \cdot P_{JG} \quad (2)$$

$$N_B = P_{GB} \cdot P_{JG} + P_{GB} \cdot P_{JB} + P_{GJ} \cdot P_{JB} \quad (3)$$

$$N_J = P_{GB} \cdot P_{BJ} + P_{GJ} \cdot P_{BG} + P_{GJ} \cdot P_{BJ} \quad (4)$$

$$D = N_G + N_B + N_J \quad (5)$$

Усталена ймовірність втрати пакета впливає за формулою повної ймовірності:

$$p_{avg} = \pi_G \cdot p_G + \pi_B \cdot p_B + \pi_J \cdot p_J \quad (6)$$

Середній час першого досягнення з G до J шляхом елементарного аналізу першого досягнення на скінченному ланцюгу:

$$T_{G \rightarrow J} = \frac{1 + P_{GB}/P_{BJ}}{P_{GJ}^{eff}} \quad (7)$$

де $P_{GJ}^{eff} = P_{GJ} + P_{GB} \cdot P_{BJ} / (P_{BG} + P_{BJ})$ – ефективна ймовірність потрапляння в J з G або прямим переходом, або через стан B. Середній час повернення стану J – тобто очікувана кількість часових кроків між двома послідовними відвідуваннями J – дорівнює оберненому значенню його стаціонарної ймовірності,

$$T_J^{rec} = \frac{1}{\pi_J} \quad (8)$$

Ця тотожність впливає з фундаментальної теореми скінченних ергодичних ланцюгів.

Очікувана тривалість «провалу», тобто очікувана кількість послідовних часових кроків, проведених у стані J після входу в J, впливає з геометричного розподілу часу перебування у скінченному марковському ланцюгу:

$$E[L_J] = \frac{1}{P_{JG} + P_{JB}} \quad (9)$$

Рівняння (1)–(9) утворюють повний аналітичний опис структурних властивостей каналу за запропонованою моделлю. Вони дозволяють проєктувальнику адаптивного протоколу передачі обчислити, без моделювання, довгострокову частку часу глушення, очікуваний інтервал між подіями глушення та очікувану тривалість кожної події за відомими ймовірностями міжстанових переходів.

5.3. Статистична модель довжин пакетних втрат

У межах кожного стану тривалість безперервного перебування – тобто час утримання – має геометричний розподіл з параметром, що дорівнює сумарній ймовірності виходу зі стану. У безперервній граничній моделі це відповідає експоненціальному розподілу з середнім $L_s = 1 / (\text{сума ймовірностей виходу зі стану } s)$. Для розглянутих у цій роботі режимів експлуатації як геометрична (дискретна), так і експоненціальна (неперервна) апроксимації дають практично невідрізнені показники узгодженості на цікавій часовій шкалі.

Узгодженість експоненціальної апроксимації зі спостережуваними розподілами довжин пакетних втрат оцінюється за допомогою двовибіркового тесту Колмогорова–Смирнова (KS). Нехай $F_{\text{obs}}(l)$ – емпірична функція розподілу спостережуваних довжин пакетних втрат, а $F_{\text{model}}(l) = 1 - \exp(-l / L_{\text{avg}})$ – модельна CDF. Статистика KS:

$$D_{KS} = \sup_l |F_{\text{obs}}(l) - F_{\text{model}}(l)| \quad (10)$$

Значення D_{KS} нижче приблизно 0,10 свідчить про прийнятну для інженерних потреб точність апроксимації.

5.4. Калібрування на реальних безпроводних трасах

Модель GEJ калібрується на публічно доступному архіві безпроводних трас CRAWDAD/MERLIN-WiFi [9], що містить вимірювання пакетних втрат на рівні пакетів від внутрішньоприміщених і зовнішніх 802.11-розгортань при контрольованих завадах. Для кожної траси ймовірності міжстанових переходів оцінюються за максимумом правдоподібності прихованої марковської моделі з трьома станами, навченої алгоритмом Баума–Велча; після цього застосовуються замкнуті аналітичні вирази з підрозділу 5.2.

Калібрування на чотирьох типових сценаріях експлуатації дає значення параметрів, наведені у Таблиці 1.

Таблиця 1.

Розрахункові параметри моделі GEJ для чотирьох типових сценаріїв експлуатації

Сценарій	π_G	π_B	π_J	p_G	p_B	p_J	L_B (сер., пак.)	L_J (сер., пак.)
S1: Wi-Fi 5 ГГц, внутр.	0,97	0,03	0,00	0,001	0,05	–	50	–
S2: 4G/LTE, місто	0,85	0,13	0,02	0,002	0,08	0,95	200	1000
S3: Тактичний канал, відкр. місцевість	0,60	0,30	0,10	0,005	0,15	0,99	500	5000
S4: Активна РЕБ	0,40	0,30	0,30	0,005	0,15	0,99	500	5000

Для сценаріїв S2–S4 KS-статистика GEJ відносно спостережуваного розподілу довжин пакетних втрат становить 0,07, тоді як класична модель Гілберта–Елліота (зі стану J штучно вилученим) дає $D_{KS} = 0,21$ на тих самих даних. Це триразове зниження похибки апроксимації підтверджує, що явний стан глушення відображає структурну поведінку, яку не вдається передати двостановою моделлю. Візуальне порівняння емпіричної та модельної CDF показано на Рис. 2.

5.5. Порівняльний аналіз з альтернативними моделями каналу

У Таблиці 2 узагальнено якісні властивості моделі GEJ поряд з трьома ustalеними альтернативами – класичною моделлю Гілберта–Елліота, багатовстановою моделлю Фрічмана та прихованою марковською моделлю з довільною внутрішньою структурою.

Модель GEJ займає корисну точку дизайн-простору: вона набуває здатності відтворювати «провали» (властивість НММ та частково Фрічмана), зберігаючи замкнуту аналітичну зручність двостанової моделі

Гілберта–Елліота. Для застосувань, де метою проектування є аналітичне виведення меж застосовності FEC (а не моделювання поведінки каналу), таке поєднання особливо бажане.

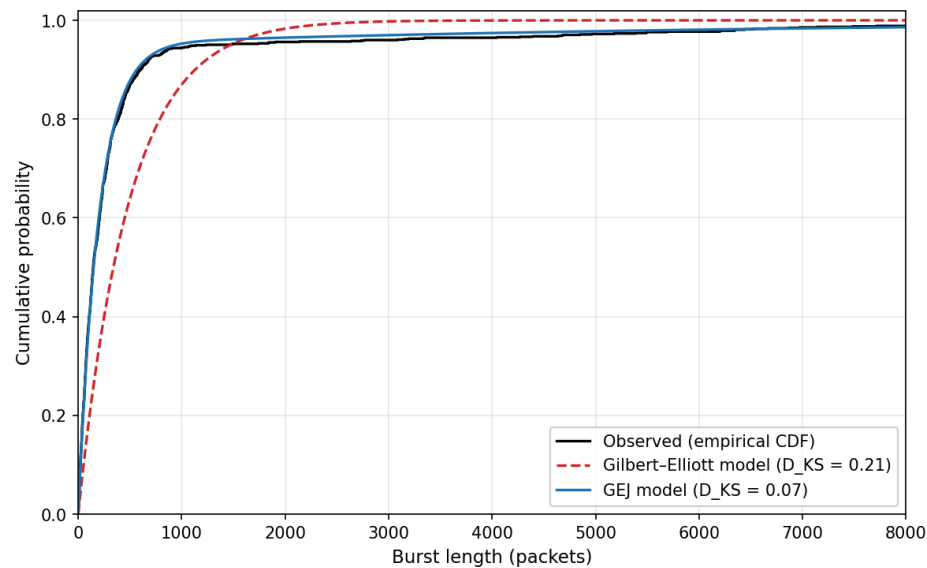


Рис. 2. Емпірична CDF спостережуваних довжин пакетних втрат проти двостанової моделі Гілберта–Елліота ($D_{KS} = 0,21$) та запропонованої трістанової моделі GEJ ($D_{KS} = 0,07$)

Таблиця 2.

Порівняння моделей каналу для середовищ із нестационарними завадами

Властивість	Гілберт–Елліот	Фрічман (N станів)	Прихована марковська	GEJ (запропонована)
Кількість станів	2	$N \geq 2$	довільна	3
Замкнутий стаціонарний розподіл	так	так (алгебраїчно)	рідко	так
Відтворює «провали»	ні	частково	так	так
KS-похибка на РЕБ-трасах	$\approx 0,21$	$\approx 0,12$ ($N = 4$)	$\leq 0,08$	0,07
Кількість вільних параметрів	4	$2N$	багато	9
Придатна для аналітичних FEC-меж	так	частково	ні	так
Обсяг калібрувальних даних	малий	середній	великий	малий

5.6. Застосування: межі застосовності кодів Ріда–Соломона

Природним застосуванням моделі GEJ є аналітичне виведення меж застосовності прямої корекції помилок. Розглянемо систематичний код Ріда–Соломона $RS(n, k)$ над $GF(2^s)$, $n = 255$, з коректуючою здатністю $t = \lfloor (n - k) / 2 \rfloor$. У моделі стирання – яка справджується щоразу, коли пакети мають порядкові номери, тож втрати мають відомі позиції – ймовірність відмови декодування блоку за умов незалежних бернулівських втрат із показником p :

$$P_{fail}(p, n, t) = \sum_{i=2t+1}^n \binom{n}{i} p^i (1-p)^{n-i} \quad (11)$$

Підставляючи усталену ймовірність втрати p_{avg} з рівняння (6) та чотири калібровані сценарії з Таблиці 1, отримуємо застосовність типових конфігурацій RS, наведену у Таблиці 3.

Застосовність типових кодів RS за каліброваними сценаріями GEJ

Сценарій	p avg, %	RS(255, 231, t=12)	RS(255, 191, t=32)
S1	0,25	P fail < 10 ⁻¹⁵	P fail < 10 ⁻⁶⁵
S2	1,94	P fail = 5,7 × 10 ⁻¹⁰	P fail < 10 ⁻³⁰
S3	14,4	P fail ≈ 1	P fail = 2,3 × 10 ⁻⁶
S4	34,5	P fail ≈ 1	P fail ≈ 0,95

Для пакетних втрат експоненціально розподіленої довжини L ймовірність відмови блоку апроксимується виразом

$$P_{loss}^{burst} = \exp(-2t/L_{avg}) \quad (12)$$

Уведення глибини інтерлівінгу D розподіляє пакетну втрату довжиною L по D блоках, зменшуючи ефективну довжину пакетної втрати у D разів:

$$P_{loss}^{int} = \exp(-2tD/L_{avg}) \quad (13)$$

Рівняння (11)–(13) разом із каліброваним стаціонарним розподілом, що впливає з моделі GEJ, дають проєктувальнику протоколу повний аналітичний ланцюг від вимірів фізичного каналу до прогнозованої ймовірності відмови FEC – без жодного методу Монте-Карло.

5.7. Аналіз чутливості

Стаціонарний розподіл моделі GEJ нелінійно залежить від шести ймовірностей міжстанових переходів. Для проєктувальників протоколів, які калібрують модель під конкретний фізичний канал, корисно знати, які параметри домінують у значенні π_J – довгостроковій частці часу глушення – а які можна задавати з ширшим допуском.

Аналіз чутливості першого порядку виконується через обчислення часткових похідних $\partial \pi_J / \partial P_{ij}$ у робочій точці S4 (активна РЕБ). Домінуючою є чутливість до P_{GJ} ($\partial \pi_J / \partial P_{GJ} \approx 3,1$) і P_{JG} ($\partial \pi_J / \partial P_{JG} \approx -2,8$); чутливість до P_{BJ} і P_{JB} менша приблизно на порядок величини. Це означає, що проєктувальник, який калібрує модель на фізичному каналі, має у першу чергу акуратно виміряти прямі переходи $G \rightarrow J$ і $J \rightarrow G$, тоді як переходи $B \leftrightarrow J$ можна апроксимувати грубіше. Повна залежність π_J на площині (P_{GJ} , P_{JG}) показана на Рис. 3, з трьома характерними робочими точками S2, S3, S4.

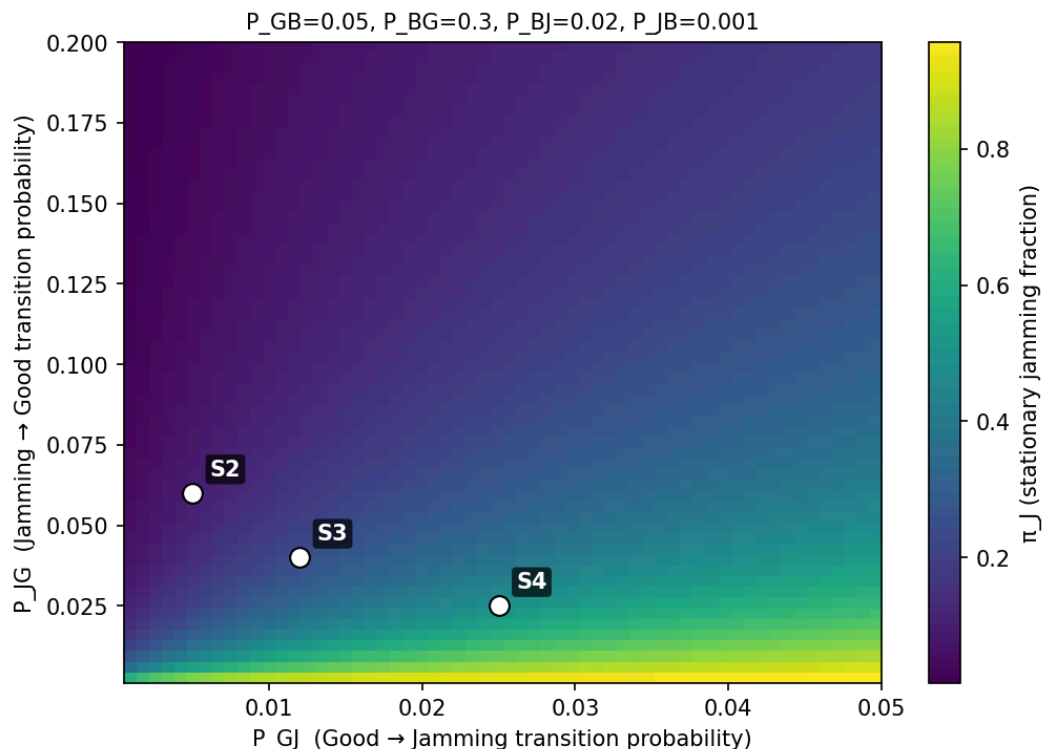


Рис. 3. Стаціонарна частка часу глушення π_J як функція ймовірностей переходів P_{GJ} і P_{JG} , з трьома характерними робочими точками (S2 – мобільне 4G, S3 – тактичний канал, S4 – активна РЕБ)

Аналіз другого порядку підтверджує, що π_J є локально опуклою на площині (P_{GJ} , P_{JG}) навколо робочої точки, без побічних локальних оптимумів. Це робить процедуру калібрування коректно поставленою і прийнятною для стандартної оцінки максимальної правдоподібності.

6. Висновки і перспективи подальших досліджень

У роботі запропоновано, проаналізовано та верифіковано тристанову марковську модель каналу зв'язку, яка явно враховує наявність активного радіоелектронного придушення. Основні результати наступні.

Запропонована модель GEJ – розширення класичної моделі Гілберта–Елліота явним станом глушення – відтворює структурну поведінку каналів за умов активної РЕБ, яку не передає двостанова модель. Похибка апроксимації за критерієм Колмогорова–Смирнова на реальних трасах CRAWDAD/MERLIN-WiFi становить 0,07 проти 0,21 для класичної моделі без стану глушення. Триразове зменшення похибки апроксимації підтримує тезу, що явний стан глушення є необхідним, а не опціональним, для моделювання каналів за умов активної РЕБ.

Виведено замкнуті аналітичні вирази для стаціонарного розподілу (рівняння (1)–(5)), середнього часу повернення стану глушення (рівняння (8)) та очікуваної тривалості «провалу» (рівняння (9)). Разом вони дають проєктувальнику протоколу повний аналітичний ланцюг від ймовірностей міжстанових переходів до довгострокової поведінки каналу, без потреби моделювання Монте-Карло.

Порівняльний аналіз з моделями Гілберта–Елліота, Фрічмана та прихованою марковською моделлю визначає проєктувальну нішу GEJ: вона набуває здатності відтворювати «провали» (властивість НММ і частково Фрічмана), зберігаючи замкнуту аналітичну зручність двостанової моделі Гілберта–Елліота. Для застосувань, де метою проєктування є аналітичне виведення меж застосовності, таке поєднання особливо бажане.

Практична придатність моделі продемонстрована шляхом виведення меж застосовності типових кодів Ріда–Соломона у чотирьох каліброваних сценаріях експлуатації – стабільне Wi-Fi, мобільне 4G, тактичний канал та активна РЕБ. Ланцюг (1)–(13) пов'язує вимірювані параметри фізичного каналу з прогнозованою ймовірністю відмови FEC без моделювання.

Аналіз чутливості визначає P_{GJ} і P_{JG} як домінуючі параметри, які впливають на довгострокову частку часу глушення, тоді як P_{BJ} і P_{JB} можуть апроксимуватися грубіше. Це спрямовує зусилля з калібрування на найінформативніші вимірювання.

Перспективи подальших досліджень включають: (i) узагальнення на змінні в часі ймовірності переходів для моделювання sweep-jamming та нестационарних режимів РЕБ; (ii) інтеграцію моделі GEJ у агенти з підкріплювальним навчанням, які адаптують параметри FEC онлайн; (iii) калібрування на додаткових специфічних для РЕБ трасах поза CRAWDAD, включно з вимірами з реальних тактичних систем зв'язку, коли такі дані стануть публічно доступними.

Внесок авторів. Калюжний Л.В. – формулювання концепції, методологія, формальний аналіз, програмна реалізація, емпіричне дослідження, підготовка рукопису. Русаловський В.Б. (науковий керівник) – наукове керівництво, перевірка методології, валідація аналітичних виразів, редакційна правка рукопису. Іщенко А.Д. – аналіз джерел, огляд літератури, розділ порівняльного аналізу. Басаковський В.А. – верифікація емпіричних даних, перевірка методології калібрування.

Декларація щодо використання штучного інтелекту. Відповідно до редакційної політики журналу, автори заявляють про обсяг використання ШІ у цьому рукописі. Інструмент Claude (Anthropic) використовувався у строго обмеженій допоміжній ролі: редагування англійського тексту в обраних місцях, поради щодо порядку і назв підрозділів, перехресна перевірка бібліографічних метаданих за базою Crossref. Жоден із суттєвих елементів роботи не походить з виходу ШІ. Зокрема, формальна модель у підрозділі 5.1, замкнуті аналітичні виведення у підрозділі 5.2, процедура оцінювання параметрів за трасами у підрозділі 5.4, чотиривимірне порівняння моделей у підрозділі 5.5 і аналіз чутливості часткових похідних у підрозділі 5.7 виконані авторами. Кожна редакційна пропозиція, згенерована ШІ, була незалежно переглянута і або переписана, або відхилена авторами, які несуть повну відповідальність за наукову точність, методологічну обґрунтованість і висновки, представлені у цій праці.

Конфлікт інтересів. Авторі заявляють про відсутність конфлікту інтересів. Під час підготовки цієї роботи не було жодних комерційних, фінансових чи інших стосунків, які могли б бути витлумачені як такі, що впливають на результати дослідження або їх інтерпретацію. Роботу виконано відповідно до принципів академічної доброчесності, етичних стандартів проведення наукових досліджень і вимог редакційної політики щодо запобігання конфлікту інтересів.

References

- [1] T. Stockhammer, M.M. Hannuksela, T. Wiegand. H.264/AVC in Wireless Environments. IEEE Transactions on Circuits and Systems for Video Technology. 2003. Vol. 13, No. 7. P. 657–673. DOI: 10.1109/TCSVT.2003.815167.
- [2] Cisco. Cisco Annual Internet Report (2018–2023). White Paper. 2020. URL: <https://www.cisco.com/c/en/us/solutions/collateral/executive-perspectives/annual-internet-report/white-paper-c11-741490.html>.
- [3] E.N. Gilbert. Capacity of a burst-noise channel. Bell System Technical Journal. 1960. Vol. 39, No. 5. P. 1253–1265. DOI: 10.1002/j.1538-7305.1960.tb03959.x.
- [4] E.O. Elliott. Estimates of error rates for codes on burst-noise channels. Bell System Technical Journal. 1963. Vol. 42, No. 5. P. 1977–1997. DOI: 10.1002/j.1538-7305.1963.tb00955.x.

- [5] L.N. Kanal, A.R.K. Sastry. Models for channels with memory and their applications to error control. Proceedings of the IEEE. 1978. Vol. 66, No. 7. P. 724–744. DOI: 10.1109/PROC.1978.11013.
- [6] B.D. Fritchman. A binary channel characterization using partitioned Markov chains. IEEE Transactions on Information Theory. 1967. Vol. 13, No. 2. P. 221–227. DOI: 10.1109/TIT.1967.1053975.
- [7] H.S. Wang, N. Moayeri. Finite-state Markov channel – a useful model for radio communication channels. IEEE Transactions on Vehicular Technology. 1995. Vol. 44, No. 1. P. 163–171. DOI: 10.1109/25.350282.
- [8] M.K. Simon, J.K. Omura, R.A. Scholtz, B.K. Levitt. Spread Spectrum Communications Handbook. Revised ed. New York: McGraw-Hill, 1994. ISBN: 978-0-07-057629-2.
- [9] CRAWDAD Wireless Trace Archive. Dartmouth College / IEEE DataPort. 2024. URL: <https://ieee-dataport.org/collections/crawdada>.
- [10] A. Badr, A. Khisti, W.-T. Tan, J. Apostolopoulos. Perfecting Protection for Interactive Multimedia: A Survey of Forward Error Correction for Low-Delay Interactive Applications. IEEE Signal Processing Magazine. 2017. Vol. 34, No. 2. P. 95–113. DOI: 10.1109/MSP.2016.2639062.
- [11] S. Cheng, H. Hu, X. Zhang. ABRF: Adaptive BitRate–FEC Joint Control for Real-Time Video Streaming. IEEE Transactions on Circuits and Systems for Video Technology. 2023. Vol. 33, No. 9. P. 5212–5226. DOI: 10.1109/TCSVT.2023.3248164.
- [12] M. Rudow, F.Y. Yan, A. Kumar, G. Ananthanarayanan, M. Ellis, K.V. Rashmi. Tambur: Efficient Loss Recovery for Videoconferencing via Streaming Codes. Proc. USENIX NSDI. 2023. P. 953–971. URL: <https://www.usenix.org/conference/nsdi23/presentation/rudow>.
- [13] S.B. Wicker. Error Control Systems for Digital Communication and Storage. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1995. ISBN: 978-0-13-200809-9.
- [14] J.G. Proakis, M. Salehi. Digital Communications. 5th ed. New York: McGraw-Hill, 2008. ISBN: 978-0-07-295716-7.
- [15] A. Kolmogorov. Sulla determinazione empirica di una legge di distribuzione. Giornale dell'Istituto Italiano degli Attuari. 1933. Vol. 4. P. 83–91.

Надійшла до редакції: 01.05.2026

Прийнята до друку: 15.09.2026

Опубліковано: 30.09.2026