

Майборода Максим Володимирович

аспірант

Державний університет інформаційно комунікаційних технологій, Київ, Україна

ORCID ID: 0009-0006-7467-2426

m.mayboroda@duikt.edu.ua

ВАРІАЦІЙНИЙ КВАНТОВИЙ АЛГОРИТМ РОЗВ'ЯЗКУ ЛІНІЙНИХ СИСТЕМ ДЛЯ СИСТЕМ ПІДТРИМКИ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ**Анотація.** У роботі запропоновано гібридний квантово-класичний підхід до розв'язання задачі балансу

навантажень у комп'ютерних системах реального часу з орієнтацією на оцінку та керування надійністю. Раніше запропоновані квантові алгоритми для розв'язання систем лінійних рівнянь не можуть бути реалізовані в найближчій перспективі через необхідну глибину схем. Підхід базується на використанні варіаційного квантового розв'язувача лінійних систем (VQLS) для обробки великих розріджених лінійних систем, що виникають унаслідок просторово-часової дискретизації моделей розподілу навантаження та потоків задач між обчислювальними вузлами.

Розглянуто алгоритмічну схему переходу від інженерної моделі real-time системи до квантово-реалізованої форми задачі, яка включає розклад матриці системи у вигляді лінійної комбінації операторів Паулі, підготовку квантового стану та оптимізацію варіаційного анзацу. Показано, що отриманий квантовий стан розв'язку доцільно використовувати не для повного відновлення вектора навантажень, а для безпосереднього оцінювання агрегованих і локальних метрик, таких як пікове навантаження та інтегральні показники стабільності, які безпосередньо пов'язані з відмовами та деградацією системи.

Запропонований підхід розглядається як інструмент квантового бенчмаркінгу класичних алгоритмів балансування навантажень, а також як потенційна основа для побудови систем керування надійністю комп'ютерних систем у режимі, близькому до реального часу.

Ключові слова. Надійність комп'ютерних систем, байєсівські нейронні мережі, ансамблеві методи, штучний інтелект, гібридні моделі, оцінка ризиків, відмовостійкість, моделювання невизначеності, прогнозування відмов, безпека програмного забезпечення, стійкість систем, нейронні мережі, дерева відмов, машинне навчання, квантові системи, квантові алгоритми, квантове машинне навчання, гібридні моделі.

Maksym Maiboroda

postgraduate student

State University of Information and Communication Technologies, Kyiv, Ukraine

ORCID ID: 0009-0006-7467-2426

m.mayboroda@duikt.edu.ua

A VARIATIONAL QUANTUM ALGORITHM FOR SOLVING LINEAR SYSTEMS FOR DECISION SUPPORT SYSTEMS

Abstract. A hybrid quantum-classical approach to solving the load balancing problem in real-time computer systems is proposed, with a focus on reliability assessment and control. The approach is based on the use of a Variational Quantum Linear Solver (VQLS) to process large sparse linear systems arising from the spatio-temporal discretization of load distribution models and task flows among computational nodes.

An algorithmic scheme is presented for transforming an engineering model of a real-time system into a quantum-realizable problem formulation. Previously proposed quantum algorithms for solving linear systems of equations cannot be implemented in the near term due to the required circuit depth. This scheme includes decomposing the system matrix into a linear combination of Pauli operators, preparing a quantum state corresponding to the right-hand side, and optimizing a variational ansatz. It is shown that the resulting quantum solution state is most effective when used not for full reconstruction of the load vector, but for direct estimation of aggregated and local metrics, such as peak load, slack to deadline violations, and integral stability indicators, which are directly related to system failures and performance degradation.

The proposed approach is considered as a tool for quantum benchmarking of classical load balancing algorithms, as well as a potential foundation for building reliability management systems for computer systems operating in a near-real-time regime.

Key words. Reliability of computer systems, Bayesian neural networks, ensemble methods, artificial intelligence, hybrid models, risk assessment, fault tolerance, uncertainty modeling, failure prediction, software security, system resilience, neural networks, fault trees, machine learning, quantum systems, quantum algorithms, quantum machine learning, hybrid models.

1. Вступ

Сучасні комп'ютерні системи характеризуються високою складністю архітектури, значною щільністю інтеграції електронних компонентів та постійним зростанням вимог до продуктивності й енергоефективності. У таких умовах питання забезпечення надійності набуває особливої актуальності, оскільки навіть незначні зміни фізичних параметрів елементної бази можуть призводити до деградації характеристик пристроїв, зниження продуктивності та виникнення відмов. Одним із ключових факторів, що впливають на надійність сучасних

© 2026 Майборода М.В.. Цей матеріал ліцензовано за умовами CC BY 4.0.

<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>

мікроелектронних компонентів, є розподіл електричного поля всередині напівпровідникових структур, який визначає інтенсивність процесів старіння, електроміграції, пробою діелектриків та інших деградаційних явищ.

Традиційно для розв'язання таких задач застосовуються прямі та ітераційні чисельні методи, зокрема метод Гауса, метод спряжених градієнтів, багаторівневі алгоритми та їх модифікації. Незважаючи на високу ефективність, зі збільшенням розмірності задачі та складності моделей виникає потреба у пошуку нових обчислювальних підходів, здатних забезпечити подальше підвищення швидкодії та масштабованості.

Одним із перспективних напрямів розвитку обчислювальних технологій є квантові обчислення. Останніми роками значну увагу привертають гібридні квантово-класичні алгоритми, орієнтовані на виконання складних оптимізаційних та чисельних задач на шумних квантових пристроях. Серед таких алгоритмів особливий інтерес становить Variational Quantum Linear Solver (VQLS), призначений для наближеного розв'язання систем лінійних рівнянь за допомогою параметризованих квантових схем та класичних процедур оптимізації. На відміну від традиційних методів, VQLS дозволяє працювати без повного відновлення вектора розв'язку, зосереджуючись на обчисленні фізично значущих спостережуваних, що відкриває перспективи його застосування в задачах аналізу та прогнозування надійності.

2. Постановка проблеми.

Системи, що використовуються в критично важливих сферах, таких як охорона здоров'я, торгівля, транспорт, комунальні послуги та національна безпека, повинні бути дуже надійними.[1] Зі зростанням складності сучасних комп'ютерних систем суттєво ускладнюється характер відмов і деградаційних процесів, особливо на рівні апаратних компонентів. Наявність функціональних залежностей між елементами механізмів, а також взаємодії між фізичними та програмними чинниками призводить до того, що класичні моделі управління надійністю дедалі частіше виявляються недостатніми для оперативної оцінки стану системи в умовах реального часу.

Одним із перспективних напрямків є інтеграція фізично обґрунтованих моделей із методами аналізу даних та машинного навчання, що дозволяє враховувати як детерміновані фізичні процеси, так і статистичну невизначеність, притаманну реальним умовам експлуатації[2]. Такі гібридні підходи демонструють кращу адаптивність до зашумлених або неповних даних і відкривають можливості для раннього виявлення деградації компонентів.

Особливо актуальним є перехід від повного чисельного розв'язання великих лінійних систем до оцінювання локальних або агрегованих характеристик, які безпосередньо пов'язані з деградаційними процесами та відмовами елементів. Такий підхід дозволяє зменшити обчислювальні витрати та створює передумови для реалізації систем керування надійністю в режимі online, де рішення приймаються під час роботи системи, а не лише на етапі проєктування або офлайн-аналізу.

У цьому сенсі використання гібридних квантово-класичних обчислювальних схем розглядається не як заміна класичних методів, а як їх доповнення, спрямоване на підвищення швидкодії та адаптивності систем забезпечення відмовостійкості в сучасних високонавантажених і критично важливих комп'ютерних системах.

3. Аналіз останніх досліджень і публікацій.

Неперервні моделі потоків задач і ресурсів у системах реального часу не придатні для прямого аналізу, тому вони дискретизуються за вузлами системи та часовими інтервалами[9]. Кожен вузол характеризується нормалізованим рівнем навантаження, а взаємодія між вузлами описується коефіцієнтами передачі навантаження.

Після дискретизації задача зводиться до розв'язання лінійної системи [26]

$$Ax = b, \#(1)$$

де матриця A є симетричним та додатно визначеним оператором, що походить від дискретного оператора Лапласа, а вектор b визначається зарядовими джерелами та граничними умовами. У подальшому фізичне походження цієї системи не відіграє ролі, і вона розглядається виключно як алгебраїчна задача розв'язання лінійної системи великої розмірності.

У межах варіаційного квантового розв'язувача лінійних систем матриця A представляється у вигляді лінійної комбінації тензорних добутоків операторів Паулі [3]

$$A = \sum_l c_l P_l, \#(2)$$

де $P_l \in \{I, X, Y, Z\}^{\otimes n}$, а коефіцієнти $c_l \in \mathbb{C}$. Розкладання квадратної матриці на суму Паулі є класичним кроком попередньої обробки, необхідним для реалізації багатьох квантових алгоритмів. Таке розкладання вимагає значних обчислювальних ресурсів для великих матриць [3]. Для матриць, отриманих із дискретизації оператора Лапласа, таке представлення можливе завдяки локальності вихідного диференціального оператора, що приводить до поліноміальної кількості Паулі-термів із простою локальною структурою. Це забезпечує реалізованість відповідних квантових схем із обмеженою глибиною та робить підхід сумісним із NISQ-пристроями.

Права частина системи кодується як нормалізований квантовий стан

$$|b\rangle = \frac{b}{\|b\|}, \#(3)$$

який готується за допомогою унітарного оператора підготовки стану. Таким чином, класична задача $Ax = b$ трансформується у квантову задачу знаходження стану $|x\rangle$, що наближено задовольняє рівняння

$$A|x\rangle \approx |b\rangle, \#(4)$$

Розв'язок шукається у варіаційному класі станів

$$|x(w)\rangle = U(w)|0\rangle, \#(5)$$

де $U(w)$ є параметризованою квантовою схемою, а w — набір класичних параметрів. Початкові значення параметрів ініціалізуються випадковим чином і надалі оптимізуються класичним алгоритмом на основі значень функції вартості, які оцінюються на квантовому процесорі. Анзац обирається як компроміс між виразністю та реалізованістю на шумному квантовому обладнанні.

4. Мета і задачі дослідження

Варіаційний квантовий розв'язувач лінійних систем формулює задачу як мінімізацію функції вартості, мінімум якої досягається тоді, коли варіаційний стан є наближеним розв'язком рівняння $Ax = b$. Функція вартості [6] визначається через очікувані значення Pauli-операторів і має вигляд

$$C = \frac{1}{2} - \frac{1}{2n} \frac{|\sum_{j=1, l}^n c_j c_l^* \mu(w; l, j)|}{|\sum_{l, l} c_l c_l^* \mu(w; l, l, -1)|}, \#(6)$$

де n — кількість кубітів, а величини $\mu(w; l, l, j)$ оцінюються за допомогою локальних тестів Адамара [7] (рис. 2). Оцінювання функції вартості (6) зводиться до вимірювання локальних операторів, що дозволяє використовувати неглибокі квантові схеми у поєднанні з класичними оптимізаторами.

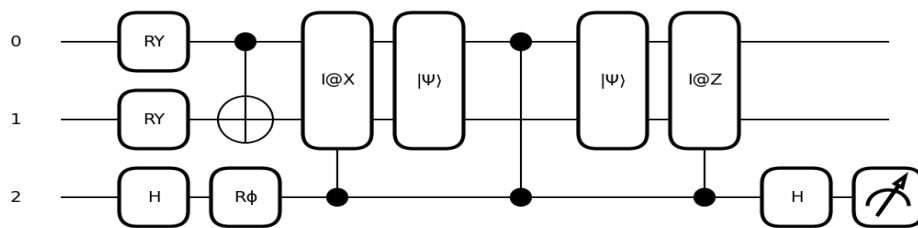


Рис. 1. Схема локального тесту Адамара

5. Результати досліджень.

Алгоритм показує абсолютну збіжність функції витрат (рис.1) на 30 кроках із заданою схемою тесту Адамара. Схема зумовлена розміром вхідних даних і неможливістю проводити експеримент на великих об'ємах через невисоку обчислювальну потужність машини на якій проводилися дослідження.

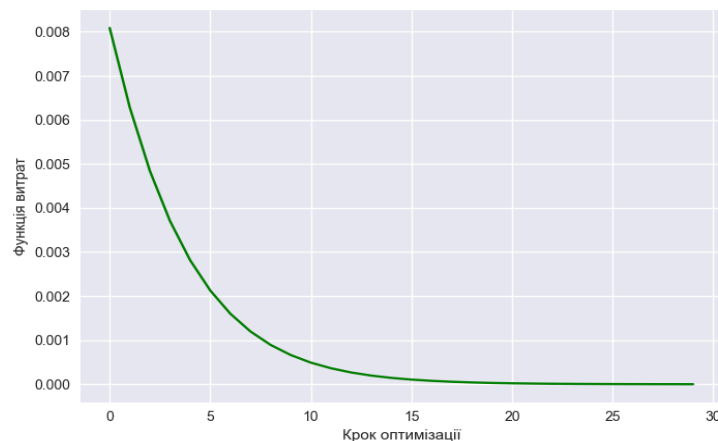


Рис. 2. Збіжність функції витрат квантового солвера

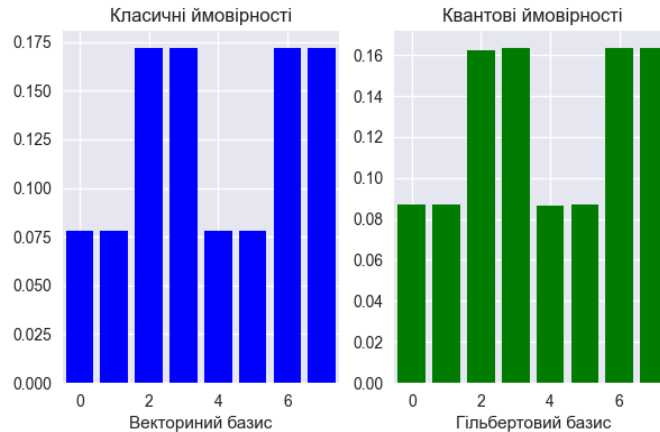


Рис.3 Розподіли ймовірності для класичного і квантових підходів

6. Висновки та перспективи подальших досліджень

У роботі запропоновано використання методу VQLS до оцінки надійності комп'ютерних систем, що базується на поєднанні фізичного моделювання оцінюваних систем та варіаційного квантового розв'язувача. Така система може бути використана як репрезентативний бенчмарк для варіаційного квантового розв'язувача лінійних систем, що дозволяє досліджувати можливості квантових обчислень у прикладних інженерних задачах.

Підхід спирається на можливості кодування операторів графових систем у вигляді лінійної комбінації операторів Паулі та побудови функції вартості VQLS та її мінімізації. Це дає наближений розв'язок фізичної задачі.

Порівняльний аналіз із класичними чисельним методом демонструє доцільність такого підходу для задач великої розмірності та складних інженерних моделей, зокрема в умовах гібридних квантово-класичних обчислень на шумних квантових платформах.

Отримані дані можуть бути інтерпретовані як інженерно значущі індикатори стану системи, що відображають рівень локального навантаження, ступінь нерівномірності його розподілу та чутливість вузлів до перевантажень.

Перспективою подальших досліджень є пошук квантових алгоритмів для розв'язку систем утворених моделлю Пуассона, яка описує розподіл електричного потенціалу в досліджуваній області.

Декларація про штучний інтелект

Автор не використовував штучний інтелект при створенні матеріалів статті.

Конфлікт інтересів

Автор заявляє про відсутність конфлікту інтересів та підтверджує, що під час підготовки цієї роботи не існувало жодних комерційних, фінансових чи інших взаємовідносин, які могли б бути розцінені як такі, що здатні вплинути на результати дослідження або їх інтерпретацію. Робота виконана відповідно до принципів академічної доброчесності, етичних норм проведення наукових досліджень та вимог редакційної політики щодо запобігання конфлікту інтересів.

Список використаної літератури

1. FAULT TOLERANT SYSTEMS Israel Koren C. Mani Krishn
2. Amari, S., Dill, G., Howald, E. A new approach to solve dynamic fault trees // *Reliability and Maintainability Symposium*. – 2003. – P. 374–379.
3. Pauli Decomposition via the Fast Walsh-Hadamard Transform Timothy N. Georges,¹ 2 Bjorn K. Berntson,¹ Christoph S'underhauf,¹ and Aleksei V. Ivanov¹, * 1Riverlane Ltd., St Andrews House, 59 St Andrews Street, Cambridge, CB2 3BZ, United Kingdom 2Department of Chemistry, Physical and Theoretical Chemistry Laboratory, University of Oxford, Oxford, OX1 3QZ, United Kingdom
4. Goetzberger, Adolf et.al. *Crystalline Silicon Solar Cells*. Chichester: John Wiley & Sons Ltd., 1998.
5. Green, Martin A. *Solar Cells: Operating Principles, Technology, and System Applications*. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, Inc., 1982. Full book ordering information at www.pv.unsw.edu.au.
6. Carlos Bravo-Prieto, Ryan LaRose, Marco Cerezo, Yigit Subasi, Lukasz Cincio, Patrick J. Coles. "Variational Quantum Linear Solver: A Hybrid Algorithm for Linear Systems." arXiv:1909.05820, 2019.
7. https://dojo.qulacs.org/en/latest/notebooks/2.2_Hadamard_test.html
8. E. Alpaydin, Introduction to Machine Learning, 4th ed. (The MIT Press, 2020).
9. Provatas, Nikolas; Elder, Ken (2010-10-13). *Phase-Field Methods in Materials Science and Engineering* (PDF). Weinheim, Germany: Wiley-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA. C.190
10. C. M. Bishop, Pattern Recognition and Machine Learning (Springer, 2006).
11. L. C. Evans, Partial differential equations (American Mathematical Society, 2010). [4] O. Bretscher, Linear Algebra With Applications, 5th ed. (Pearson, 2013).
12. Create Autoregressive Models. MathWorks. URL: <https://la.mathworks.com/help/econ/specify-ar-models.html> (дата звернення: 16.12.2024).

13. Autoregressive AR-X(p) model. *Statsmodels*. URL: https://www.statsmodels.org/dev/generated/statsmodels.tsa.ar_model.AutoReg.html (дата звернення: 16.12.2024).
14. Amari, S., Dill, G., Howald, E. A new approach to solve dynamic fault trees // *Reliability and Maintainability Symposium*. – 2003. – P. 374–379.
15. Fenton, N., Littlewood, B., Neil, M., Strigini, L., Sutcliffe, A., Wright, D. Assessing Dependability of Safety Critical Systems using Diverse Evidence // *IEEE Proceedings - Software Engineering*. – 1998. – Vol. 145, No. 1. – P. 35–39.
16. Marquez, D., Neil, M., Fenton, N. Improved reliability modelling using Bayesian networks and dynamic discretisation // *Submitted to IEEE Transactions on Reliability*. – 2007.
17. Montani, S., Portinale, L., Bobbio, A. Dynamic Bayesian networks for modeling advanced fault tree features in dependability analysis // *Proceedings of the Sixteenth European Conference on Safety and Reliability*. – Leiden : A.A. Balkema, 2005. – P. 1415–1422.
18. Weber, P., Jouffe, L. Reliability modeling with Dynamic Bayesian Networks // *5th IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes*. – Washington, D.C., USA, 2003.
19. Korb, K. B., Nicholson, A. E. *Bayesian Artificial Intelligence*. – London : CRC Press, 2004.
20. Aidemark, J. L., Vinter, J. P., Folkesson, P., Karlsson, J. GOOFI: A Generic Fault Injection Tool // *Dependable Systems and Networks Conference (DSN-2001)*. – 2001.
21. Arlat, J., Costes, A., Crouzet, Y., Laprie, J. C., Powell, D. Fault Injection and Dependability Evaluation of Fault-Tolerant Systems // *IEEE Transactions on Computers*. – 1993. – Vol. 42. – P. 913–923.
22. Banks, J., Carson, J. S. II, Nelson, B. L., Nicol, D. M. *Discrete-Event System Simulation*. – Upper Saddle River : Prentice Hall, 2001.
23. Fishman, G. S. *Discrete Event Simulation*. – Berlin : Springer-Verlag, 2001.
24. Martin, O. *Bayesian Analysis with Python: Introduction to Statistical Modeling and Probabilistic Programming Using PyMC3 and ArviZ*. – 2nd ed. – Birmingham : Packt Publishing, 2018.
25. Martin, O. *Bayesian Analysis with Python: A Practical Guide to Probabilistic Modeling*. – 2nd ed. – Birmingham : Packt Publishing, 2024.
26. Martin, O. A., Kumar, R., Lao, J. *Bayesian Modeling and Computation in Python*. – Sebastopol : O'Reilly Media, 2021.

References

1. FAULT TOLERANT SYSTEMS Israel Koren C. Mani Krishn
2. Amari, S., Dill, G., Howald, E. A new approach to solve dynamic fault trees // *Reliability and Maintainability Symposium*. – 2003. – P. 374–379.
3. Pauli Decomposition via the Fast Walsh-Hadamard Transform Timothy N. Georges,1, 2 Bjorn K. Berntson,1 Christoph S`underhauf,1 and Aleksei V. Ivanov1, * 1Riverlane Ltd., St Andrews House, 59 St Andrews Street, Cambridge, CB2 3BZ, United Kingdom 2Department of Chemistry, Physical and Theoretical Chemistry Laboratory, University of Oxford, Oxford, OX1 3QZ, United Kingdom
4. Goetzberger, Adolf et.al. *Crystalline Silicon Solar Cells*. Chichester: John Wiley & Sons Ltd., 1998.
5. Green, Martin A. *Solar Cells: Operating Principles, Technology, and System Applications*. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, Inc., 1982. Full book ordering information at www.pv.unsw.edu.au.
6. Carlos Bravo-Prieto, Ryan LaRose, Marco Cerezo, Yigit Subasi, Lukasz Cincio, Patrick J. Coles. “Variational Quantum Linear Solver: A Hybrid Algorithm for Linear Systems.” arXiv:1909.05820, 2019.
7. https://dojo.qulacs.org/en/latest/notebooks/2.2_Hadamard_test.html
8. E. Alpaydin, Introduction to Machine Learning, 4th ed. (The MIT Press, 2020).
9. Provatas, Nikolas; Elder, Ken (2010-10-13). *Phase-Field Methods in Materials Science and Engineering* (PDF). Weinheim, Germany: Wiley-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA. C.190
10. C. M. Bishop, Pattern Recognition and Machine Learning (Springer, 2006).
11. L. C. Evans, Partial differential equations (American Mathematical Society, 2010). [4] O. Bretscher, Linear Algebra With Applications, 5th ed. (Pearson, 2013).
12. Create Autoregressive Models. MathWorks. URL: <https://la.mathworks.com/help/econ/specify-ar-models.html> (дата звернення: 16.12.2024).

13. Autoregressive AR-X(p) model. *Statsmodels*. URL: https://www.statsmodels.org/dev/generated/statsmodels.tsa.ar_model.AutoReg.html (дата звернення: 16.12.2024).
14. Amari, S., Dill, G., Howald, E. A new approach to solve dynamic fault trees // *Reliability and Maintainability Symposium*. – 2003. – P. 374–379.
15. Fenton, N., Littlewood, B., Neil, M., Strigini, L., Sutcliffe, A., Wright, D. Assessing Dependability of Safety Critical Systems using Diverse Evidence // *IEEE Proceedings - Software Engineering*. – 1998. – Vol. 145, No. 1. – P. 35–39.
16. Marquez, D., Neil, M., Fenton, N. Improved reliability modelling using Bayesian networks and dynamic discretisation // *Submitted to IEEE Transactions on Reliability*. – 2007.
17. Montani, S., Portinale, L., Bobbio, A. Dynamic Bayesian networks for modeling advanced fault tree features in dependability analysis // *Proceedings of the Sixteenth European Conference on Safety and Reliability*. – Leiden : A.A. Balkema, 2005. – P. 1415–1422.
18. Weber, P., Jouffe, L. Reliability modeling with Dynamic Bayesian Networks // *5th IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes*. – Washington, D.C., USA, 2003.
19. Korb, K. B., Nicholson, A. E. *Bayesian Artificial Intelligence*. – London : CRC Press, 2004.
20. Aidemark, J. L., Vinter, J. P., Folkesson, P., Karlsson, J. GOOFI: A Generic Fault Injection Tool // *Dependable Systems and Networks Conference (DSN-2001)*. – 2001.
21. Arlat, J., Costes, A., Crouzet, Y., Laprie, J. C., Powell, D. Fault Injection and Dependability Evaluation of Fault-Tolerant Systems // *IEEE Transactions on Computers*. – 1993. – Vol. 42. – P. 913–923.
22. Banks, J., Carson, J. S. II, Nelson, B. L., Nicol, D. M. *Discrete-Event System Simulation*. – Upper Saddle River : Prentice Hall, 2001.
23. Fishman, G. S. *Discrete Event Simulation*. – Berlin : Springer-Verlag, 2001.

24. Martin, O. *Bayesian Analysis with Python: Introduction to Statistical Modeling and Probabilistic Programming Using PyMC3 and ArviZ*. – 2nd ed. – Birmingham : Packt Publishing, 2018.
25. Martin, O. *Bayesian Analysis with Python: A Practical Guide to Probabilistic Modeling*. – 2nd ed. – Birmingham : Packt Publishing, 2024.
26. Martin, O. A., Kumar, R., Lao, J. *Bayesian Modeling and Computation in Python*. – Sebastopol : O'Reilly Media, 2021.

Надійшла до редакції: 02.05.2026

Прийнята до друку: 15.09.2026

Опубліковано: 30.09.2026