

Чичкар'ов Євген Анатолійович

доктор технічних наук, професор, професор кафедри комп'ютерних наук

Національний університет біоресурсів і природокористування України, Київ, Україна

ORCID 0000-0002-4362-5129

ye.chyckarov@nubip.edu.ua

Веремійчук Іван Андрійович

аспірант

Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», Київ, Україна

ORCID: 0009-0009-2279-7659

i.veremiichuk@gmail.com

**РОЗПІЗНАВАННЯ КОЛЬОРОВИХ ЗОБРАЖЕНЬ З ВИКОРИСТАННЯМ КВАТЕРНІОННИХ
ЗГОРТКОВИХ НЕЙРОННИХ МЕРЕЖ**

Анотація. У статті розв'язано актуальну науково-практичну проблему підвищення параметричної ефективності та стійкості систем комп'ютерного зору до кольорних і хроматичних спотворень шляхом застосування апарату алгебри кватерніонів Гамільтона. Запропоновано декілька архітектур кватерніонних згорткових нейронних мережі (QCNN) для класифікації кольорових зображень та обґрунтовано ефективність обраних рішень. Реалізовано кастомний згортковий шар QConv2D, який здійснює некомутативний добуток Гамільтона $W \otimes X$ у середовищі TensorFlow/Keras 3 із підтримкою XLA-компіляції та специфікації keras.ops. Запропоновано стабілізовану архітектуру Stable QCNN, яка поєднує в собі параметризоване занурення кольорового простору через Conv2D(4, 1x1), функцію активації GELU, нормовану кватерніонну ініціалізацію ваг та навчання з різними швидкостями. Щоб перевірити результати, ми провели детальне порівняння чотирьох типів моделей: Standard CNN, Basic QCNN, Improved QCNN та Stable QCNN. Тестування проходило на трьох різних наборах даних з додаванням різних типів спотворень, а саме на CIFAR-10-C, SVHN з адитивним хроматичним шумом та Oxford Flowers-102. Доведено, що кватерніонне представлення кольору забезпечує вищу стійкість до високочастотного гаусового та незалежного хроматичного зашумлення каналів порівняно зі скалярними CNN. Під час тестів на датасеті SVHN при високому рівні шуму $\sigma = 0.4$ з'ясувалося, що скалярна модель Standard CNN втратила аж 71.76% точності. Натомість чисто кватерніонна мережа Basic QCNN виявилася набагато стійкішою, показавши падіння лише на 31.82%. До того ж вона потребує у 3.4–3.6 рази менше параметрів (всього 0.67M замість 2.27M) і навчається у 4.2–4.4 рази швидше. Наприклад, на одну епоху витрачається лише 31.4 с замість 138.1 с.

На датасеті Oxford Flowers-102 гібридна модель Improved QCNN досягла точності Top-1 80.34% та Top-5 95.05%. Досліджено оптимальний баланс між глибиною і шириною мережі для досягнення максимальної точності при обмежених обчислювальних витратах.

Ключові слова: кватерніонні згорткові нейронні мережі, QCNN, добуток Гамільтона, Keras 3, TensorFlow, комп'ютерний зір, хроматичний шум, CIFAR-10-C, SVHN, Oxford Flowers-102, параметрична ефективність.

Yevgen Chyckarov

Doctor of Technical Sciences, Professor, Professor in the Department of Computer Science

National University of Life and Environmental Sciences of Ukraine, Kyiv, Ukraine

ORCID 0000-0002-4362-5129

ye.chyckarov@nubip.edu.ua

Ivan Veremiichuk

Graduate Student

Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute, National Technical University of Ukraine, Kyiv, Ukraine

ORCID: 0009-0009-2279-7659

i.veremiichuk@gmail.com

**RECOGNITION OF COLOR IMAGES USING QUATERNION CONVOLUTIONAL
NEURAL NETWORKS**

Abstract. This article addresses the pressing scientific and practical problem of enhancing the parametric efficiency and robustness of computer vision systems against color and chromatic distortions by employing the framework of Hamilton quaternion algebra. Several quaternion convolutional neural network (QCNN) architectures for color image classification are proposed, and the effectiveness of the selected solutions is substantiated. A custom QConv2D convolutional layer was implemented to perform the non-commutative Hamilton product $W \otimes X$ within the TensorFlow/Keras 3 environment, supporting XLA compilation and the 'keras.ops' specification. A stabilized architecture, Stable QCNN, is proposed; it combines parameterized color space embedding via Conv2D(4, 1x1), the GELU activation function, normalized quaternion weight initialization, and differential learning rates. To validate the results, a detailed comparison of four model types was conducted: Standard CNN, Basic QCNN, Improved QCNN, and Stable QCNN. Testing was performed on three distinct datasets subjected to various types of distortions: CIFAR-10-C, SVHN with additive chromatic noise, and Oxford Flowers-102. It is demonstrated that quaternion color representation ensures greater robustness against high-frequency Gaussian noise and independent chromatic channel noise compared to scalar CNNs. Tests on the

© 2026 Чичкар'ов В.А., Веремійчук І.А. Цей матеріал ліцензовано за умовами CC BY 4.0.

<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>

SVHN dataset at a high noise level of $\sigma = 0.4$ revealed that the scalar Standard CNN model suffered a significant accuracy loss of 71.76%. In contrast, the purely quaternionic Basic QCNN network proved far more robust, showing a performance drop of only 31.82%. Moreover, it requires 3.4–3.6 times fewer parameters (just 0.67M versus 2.27M) and trains 4.2–4.4 times faster; for instance, a single epoch takes only 31.4 seconds instead of 138.1 seconds.

On the Oxford Flowers-102 dataset, the hybrid Improved QCNN model achieved a Top-1 accuracy of 80.34% and a Top-5 accuracy of 95.05%. The optimal balance between network depth and width was investigated to achieve maximum accuracy within limited computational constraints.

Keywords: quaternion convolutional neural networks, QCNN, Hamilton product, Keras 3, TensorFlow, computer vision, chromatic noise, CIFAR-10-C, SVHN, Oxford Flowers-102, parametric efficiency.

1 Вступ

Одним із головних викликів для сучасного штучного інтелекту є те, як зробити системи комп'ютерного зору максимально точними та стійкими під час роботи з кольоровими фото чи відео. Зараз для класифікації, сегментації та пошуку об'єктів на цифрових зображеннях найчастіше використовують згорткові нейронні мережі (CNN). Зазвичай такі мережі обробляють багатоканальні дані, наприклад RGB-зображення, за допомогою згорткових фільтрів із дійсними параметрами. При роботі згорткової мережі для кожного вхідного каналу фільтр має свій набір ваг, а потім усі отримані результати просто об'єднуються під час процесу згортання.

Звичайно, така операція дає змогу враховувати інформацію з усіх каналів. Але зв'язки між ними моделюються не через якусь спеціальну алгебраїчну структуру, а просто за допомогою набору незалежних дійсних коефіцієнтів. Через це в такому підході немає чіткого алгебраїчного механізму, який би дозволяв врахувати співвідношення між каналами чи фазові характеристики кольорового сигналу [1] [2].

Звичайні згорткові мережі демонструють високу чутливість до зміни умов освітлення, кольорних шумів, хроматичних аберацій та нелінійних спотворень гами [3]. На практиці це призводить до помітного погіршення точності класифікації при виході за межі підготовлених лабораторних вибірок.

В останні часи активно розвивається напрям багатовимірних алгебраїчних структур у глибокому навчанні, зокрема використання алгебри кватерніонів Гамільтона, який надає нові підходи для вирішення цієї проблеми.

Одним з таких підходів до представлення багатоканальних даних є використання кватерніонних згорткових нейронних мереж (Quaternion Convolutional Neural Networks, QCNN). У них компоненти кольорового сигналу об'єднуються в алгебраїчну структуру, яка має свої чіткі правила операцій.

Кватерніонні згорткові нейронні мережі (Quaternion Convolutional Neural Networks, QCNN) дозволяють представляти триканальний RGB-сигнал у вигляді чистого кватерніона $q = 0 + R \cdot i + G \cdot j + B \cdot k$. Основою кватерніонної згортки в класичних реалізаціях QCNN є добуток Гамільтона, що застосовується для обробки вхідних ознак і параметрів фільтрів [1, 2]. Використання QCNN дає змогу враховувати крос-канальні залежності на кожному шарі мережі та може виконувати роль структурного регуляризатора. Структуроване спільне використання вагових коефіцієнтів у кватерніонному ядрі може зменшувати кількість незалежних параметрів порівняно з відповідною параметризацією у просторі дійсних чисел, залежно від способу побудови та налаштування архітектури [4], [5].

Для реалізації та розгортання обчислень із використанням кватерніонів зазвичай використовують фреймворк TensorFlow разом із сучасним високорівневим API Keras 3 [6]. Завдяки інтеграції апарату кватерніонної алгебри у TensorFlow, а також підтримці компіляції через XLA (Accelerated Linear Algebra) та обчислень у змішаній точності (mixed float16) [7], можна створювати дуже швидкі та стабільні системи для аналізу й обробки кольорових зображень.

2 Постановка проблеми/задачі

Хоча використання кватерніонних згорткових нейронних мереж (QCNN) теоретично виглядає дуже перспективним для роботи з кольоровими сигналами, на практиці їх застосування в класифікації зображень все ще супроводжується багатьма труднощами. Щоб QCNN дійсно приносили користь, потрібно розв'язати цілий комплекс питань, що стосуються і самої архітектури мереж, і методів навчання, і обчислювальних процесів.

Основна наукова проблема цієї статті полягає в тому, щоб розробити та довести на практиці стабільну, ефективну за кількістю параметрів і стійку до кольорових спотворень архітектуру QCNN. Також важливо зрозуміти, за яких саме умов кватерніонна архітектура може дати реальну перевагу в роботі чи швидкості обчислень порівняно зі звичайними CNN, що працюють з дійсними числами.

Цю проблему можна розділити на кілька конкретних наукових і технічних завдань:

1. Більшість існуючих досліджень QCNN перевіряють точність лише на чистих зображеннях. Проте реальні системи розпізнавання стикаються з шумами та різними фотометричними завадами. Тому важливо перевірити гіпотезу про те, чи справді міжканальні та фазові залежності в кватерніонному просторі Гамільтона роблять моделі стійкішими до різних спотворень.
2. У складних багатокласових задачах, де даних небагато, завжди є баланс між здатністю моделі навчатися та ризиком перенавчання. Для QCNN тут додається ще кілька проблем: ризик недонавчання, нестабільність градієнтів та неефективне використання параметрів через особливості кватерніонної алгебри. Це змушує шукати спеціальні схеми ініціалізації ваг, нові способи кодування кольору та методи стабілізації пошуку екстремуму.
3. Оскільки стандартні інструменти TensorFlow/Keras 3 розраховані на дійсні тензори, реалізація

кватерніонної згортки повинна підтримувати некомутативний добуток Гамільтона, специфікації keras.ops та XLA-компіляцію. Якщо використовувати сторонні розширення, які не зовсім сумісні, це призводить до конфліктів типів і заважає відтворювати результати експериментів.

4. Потрібно окремо дослідити, як саме різні структурні елементи впливають на точність і стійкість QCNN. Зокрема, варто порівняти базову модель з класичним кодуванням кольору та функцією активації ReLU проти стабілізованої версії (Stable QCNN), яка використовує параметризоване кодування фаз, функцію GELU, нормалізацію BatchNormalization та спеціальну ініціалізацію.
5. Щоб зрозуміти, наскільки кватерніонна згортка чутлива до хроматичного шуму, недостатньо просто виміряти точність. Важливо подивитися, як саме деградує модель, коли рівень кольорового шуму в RGB-каналах поступово зростає.
6. Для розпізнавання дрібнозернистих об'єктів потрібно підібрати оптимальну глибину та ширину мережі QCNN. Також важливо визначити, яку саме точність можна отримати з такою архітектурою, і оцінити, наскільки складною вона є в обчисленнях та яку кількість ресурсів потребує.

3 Аналіз останніх досліджень і публікацій

Задача розпізнавання кольорових зображень традиційно вирішується за допомогою згорткових нейронних мереж (CNN), які обробляють канали RGB як окремі, слабо пов'язані виміри вхідного тензора. Такий підхід призводить до втрати частини кореляційної інформації між кольоровими каналами, оскільки стандартна дійснозначна згортка не враховує внутрішню структурну залежність компонент кольору.

Останніми роками активно розвивається альтернативний напрям - використання кватерніонних згорткових нейронних мереж (QCNN). У таких мережах кожен піксель кольорового зображення розглядається як єдине гіперкомплексне число, або кватерніон. Сама операція згортки тут відбувається за правилами кватерніонної (гамільтонової) алгебри. Завдяки такому підходу вдається зберігати та враховувати взаємозв'язок між каналами R, G та B упродовж усього процесу обчислень.

3.1 Теоретичні основи та узагальнення кватерніонних і гіперкомплексних мереж

Теорія та практика застосування кватерніонних нейронних мереж розглянуто в роботі [1].

Коли ми говоримо про застосування кватерніонних нейронних мереж у таких галузях, як комп'ютерний зір, розпізнавання мовлення чи навчання представлень, автори [1] насамперед зосередилися на математичній базі, зокрема на алгебрі кватерніонів та диференціюванні. Вони також розібрали основні типи архітектур, такі як згорткові та рекурентні мережі, а також механізми уваги. Згодом у більш розгорнутому огляді [8] дослідники систематизували ключові архітектури. До них віднесли кватерніонні згорткові мережі (QCNN), рекурентні мережі (QRNN або QLSTM), варіаційні автокодувальники, механізми уваги та гіперкомплексні моделі. Дослідження показують, що в певних практичних задачах кватерніонні мережі можуть працювати навіть краще за традиційні підходи.

Також важливим етапом у розвитку цієї парадигми стало впровадження концепції параметризованого гіперкомплексного множення [4].

Такий підхід дає змогу зберегти всі переваги спільного використання ваг, які ми бачимо в добутку Гамільтона, але при цьому не прив'язуватися до фіксованої розмірності. Замість цього він формалізує гіперкомплексне множення через суму добутків Кронекера. Саме на цій основі було створено ціле сімейство компактних згорткових моделей [5]. У них правила згортки та структура фільтрів визначаються безпосередньо з даних, а не через жорстко задану алгебраїчну систему, що робить їх дуже гнучкими при роботі у просторах довільної вимірності. У роботі [9] цей метод розширили для класифікації графів, створивши параметризовані гіперкомплексні графові нейронні мережі. До речі, під час навчання таких мереж адаптивне вивчення правил алгебраїчного множення працює як свого роду регуляризація, що допомагає значно знизити ризик перенавчання.

Паралельно з цим розвивається напрям узагальнення кватерніонної алгебри до октоніонної, що представляє собою восьмивимірний гіперкомплексний простір. У дослідженні [10] автори запропонували глибокі октоніонні мережі як розширення кватерніонних моделей. Це корисно у випадках, коли потрібно кодувати міжпросторові кореляції між понад чотирма вхідними каналами. Водночас у роботі [11] розглядається питання обчислювальної компактності кватерніонних архітектур. На думку дослідників, кватерніонні мережі, як і їхні дійсні аналоги, потребують спеціальних стратегій регуляризації. Це необхідно, щоб уникнути перенавчання та створювати легковагові моделі, які можна було б використовувати у вбудованих системах.

3.2 Кватерніонні методи опрацювання і розпізнавання кольорових зображень

Сучасні дослідження свідчать, що використання кватерніонних методів для роботи з кольоровими зображеннями стає дуже перспективним напрямком у сфері обробки даних та машинного навчання. В основі цього підходу лежить гіперкомплексна алгебра Гамільтона. Вона дозволяє аналізувати багатоканальні дані цілісно, замість того щоб розбивати їх на окремі компоненти.

Наприклад, у роботі [12] запропоновано метод низькорангової апроксимації для чистих кватерніонних матриць. Його застосували до задач обробки кольорових зображень, де кожен піксель природно представляється чистим кватерніоном без дійсної частини. Розвитком цього напрямку стала регуляризація на основі зваженої усіченої ядерної норми для низькорангового доповнення кватерніонних матриць. Цей підхід вже успішно використали для відновлення кольорових зображень [13]. Також у роботі [14] для подібних завдань застосували метод доповнення зображень на основі логарифмічної апроксимації в кватерніонному просторі. Усі ці

дослідження методологічно близькі до математичного апарату розв'язання кватерніонних лінійних і матричних систем, який ми використовуємо в методичній частині нашої роботи.

Практична ефективність кватерніонних згорткових мереж уже добре доведена в багатьох реальних задачах. Наприклад, використання мережі з механізмом уваги Габора [15] для розпізнавання міміки на кольорових фото показало, що такі моделі працюють краще за звичайні CNN. Це стається завдяки тому, що вони краще зберігають цілісність кольорової інформації.

У медицині також є цікаві результати. Гіперкомплексні мережі, як-от кватерніонні, кокватерніонні чи тесаринові, допомагають виявляти гострий лімфобластний лейкоз через аналіз зображень клітин крові. Зокрема, кокватерніонна модель досягла точності 96,51%, при цьому вона споживає лише близько 0,3% параметрів порівняно зі стандартною ResNet18 [16].

Також ці технології застосовують у дистанційному зондуванні. Так, розроблена мережа SQNet на основі покращених кватерніонних модулів дозволяє ефективно класифікувати гіперспектральні зображення навіть тоді, коли навчальних даних дуже мало [17]. Крім того, розвиток пішов і в бік генеративного моделювання, де з'явилися спеціальні кватерніонні генеративно-змагальні мережі (Quaternion GAN) [18].

У дослідженні повноцінно комплекснозначної згорткової мережі (FC-CNN) [19] було проведено систематичне порівняння ефективності гіперкомплексних та дійснозначних моделей на класичних наборах даних. На прикладі CIFAR-10, SVHN та CIFAR-100 запропонована архітектура показала приріст точності на 4-10% порівняно з моделями схожої складності. Зокрема, на наборі CIFAR-100 архітектура продемонструвала високі результати, при цьому кількість параметрів вдалося скоротити на 25%. Хоча це дослідження стосується комплексної, а не кватерніонної області, воно підтверджує важливий принцип. Багато досліджень показують, що алгебраїчне представлення кольорових і багатоканальних даних має переваги над дійснозначними моделями, оскільки дозволяє зберігати міжканальні кореляції при меншій або такій самій кількості параметрів. Така ж тенденція спостерігається і в самих кватерніонних мережах [2], [16], [17].

3.3 Набори даних і методи оцінки якості та стійкості класифікації

Сьогодні одним із ключових напрямків у дослідженні обробки зображень є вивчення того, наскільки різні архітектури систем розпізнавання здатні протистояти візуальним спотворенням та пошкодженням.

Для перевірки стійкості нейронних мереж до типових дефектів часто використовують CIFAR-10-C. Такі спеціалізовані бенчмарки вже стали стандартом у сучасних наукових роботах. Наприклад, коли тестують методи аугментації на кшталт Mixup або AugMix, зазвичай беруть саме вибірки CIFAR-10-C, CIFAR-100-C або ImageNet-C. Це дозволяє порівнювати стійкість різних архітектур за межами стандартного тестового розподілу [16, 18]. У нашій роботі ми використовуємо CIFAR-10-C, щоб перевірити гіпотезу: чи справді кватерніонне представлення кольору, яке зберігає цілісність міжканальних зв'язків, забезпечує кращу стійкість до змін кольору та яскравості, ніж класичне поканальне опрацювання в звичайних CNN.

Другим набором даних для оцінки переваг кватерніонного підходу став SVHN із доданим адитивним хроматичним шумом. Такий протокол випробувань уже використовували, наприклад, у роботі [16], де до зображень додавали шум зі стандартним відхиленням $\sigma \in \{10, 15, 25\}$. Це було зроблено для моделювання синтетичних зсувів розподілу та перевірки природної стійкості архітектур. Застосування цієї методики до QCNN підтверджує нашу ідею про те, що кватерніонне кодування робить систему стійкішою до шуму. Якщо порівнювати з класичними CNN, які працюють із кожним кольоровим каналом окремо, то такий підхід набагато краще справляється з перешкодами, що виникають у каналах незалежно один від одного.

Як приклад задачі дрібнозернистої класифікації ми обрали набір даних Oxford Flowers-102, що включає 102 категорії квітів [18]. У кожному класі міститься від 40 до 258 зображень. Вони дуже різні за масштабом, ракурсом та освітленням, тому дані мають високу внутрішню мінливість. До того ж класи дуже схожі між собою, що лише додає складності. Раніше для цієї вибірки вже довели високу ефективність згорткових архітектур: так, у дослідженні [19] трансферне навчання на базі DenseNet121 дозволило досягти точності 98,6%. Саме тому Oxford Flowers-102 є ідеальним середовищем для порівняння QCNN та класичних CNN. Це дає змогу побачити, наскільки добре вони розрізняють тонкі нюанси кольору та текстури під час донавчання готових моделей.

3.4 Визначення стану і актуальності наукової проблеми

Аналіз сучасних публікацій показав, що сфера досліджень і застосування кватерніонних та гіперкомплексних нейронних мереж постійно розширюється. Зараз їх дедалі частіше використовують для обробки та розпізнавання кольорових, багатоканальних і багатовимірних даних. Зокрема, дослідники зосереджуються на моделюванні зв'язків між каналами, створенні архітектур з ефективною кількістю параметрів, а також на використанні гіперкомплексних представлень у комп'ютерному зорі та обробці зображень [20], [21], [22]. Також відомі роботи підтверджують, що кватерніонні та гіперкомплексні мережі працюють краще за звичайні дійсні аналоги, якщо оцінювати їх за співвідношенням точності до кількості параметрів [4], [23].

Водночас більшість порівнянь QCNN та CNN, які було розглянуто в огляді, базувалися на чистих тестових вибірках, таких як CIFAR-10, стандартний SVHN або ImageNet. При цьому дослідники не перевіряли їхню стійкість до типових перешкод, як-от шум, розмиття чи зміна контрасту, і не аналізували, наскільки ефективно різні варіанти програмної реалізації кватерніонних операцій працюють з точки зору обчислень. Саме ця прогалина робить підкреслює актуальність цієї статті. В неї передбачена систематичне порівняння точності і стійкості QCNN та класичних CNN на трьох різних наборах даних: CIFAR-10-C для перевірки стійкості до

спотворень, SVHN із хроматичним шумом для аналізу зашумлення каналів, а також Oxford Flowers-102 для дрібнозернистої класифікації через трансферне навчання. Усі експерименти проводитимуться за допомогою інструментарію TensorFlow.

4 Мета і задачі дослідження

Метою дослідження є розробка та експериментальне обґрунтування стабільної й параметрично ефективної кватерніонної згорткової нейронної мережі (QCNN) для класифікації кольорових зображень, а також оцінювання її переваг та обмежень порівняно з класичними дійсніснозначними CNN за умов кольорних та хроматичних спотворень, обмеженого обсягу навчальних даних і різної обчислювальної складності.

Для досягнення поставленої мети сформульовано такі науково-практичні завдання:

1. Вивчити математичну базу алгебри Гамільтона та створити власний кватерніонний згортковий шар QConv2D, який буде коректно працювати з TensorFlow/Keras 3 та підтримувати XLA-компіляцію.
2. Обґрунтувати та впровадити комплексну систему стабілізації навчання для QCNN, використовуючи нормовану кватерніонну ініціалізацію, функцію активації GELU та адаптивні швидкості навчання.
3. Створити та порівняти результати роботи базових, стабілізованих і гібридних архітектур QCNN із класичними дійсніснозначними CNN, оцінюючи їхню точність, стійкість та споживання ресурсів.
4. Перевірити, наскільки розроблені моделі стійкі до синтетичних кольорних аберацій (на базі CIFAR-10-C) та до розщепленого адитивного шуму в RGB-каналах (на наборі SVHN).
5. Проаналізувати, як QCNN справляється з дрібнозернистим набором даних Oxford Flowers-102, особливо в умовах дефіциту даних (через навчання з нуля або трансферне навчання).
6. Дослідити, як глибина мережі та ширина фільтрів впливають на баланс між якістю класифікації та витратами ресурсів, і на основі цього підготувати практичні поради щодо проектування QCNN.

5 Результати дослідження

5.1 Загальна концепція та експериментальний стек

Методика дослідження базується на системному порівняльному аналізі ефективності, параметричної компактності та стійкості двох класів нейромережевих архітектур: класичних дійсніснозначних згорткових мереж (CNN) та розроблених кватерніонних згорткових нейронних мереж (QCNN).

Для забезпечення сумісності з сучасним апаратним забезпеченням, високої обчислювальної швидкодії та підтримки компіляції XLA (Accelerated Linear Algebra) програмну реалізацію експериментального середовища виконано мовою Python із використанням фреймворку Keras 3, що функціонує поверх бекенду TensorFlow. Низькорівневі кватерніонні операції та трансформації кольорних просторів реалізовано з використанням уніфікованого крос-платформного API keras.ops для маніпуляцій з векторними обертаннями та перевірки нормованості алгебраїчних структур. Обчислення проводилися у режимі змішаної точності (mixed_float16) з динамічним виділенням відеопам'яті (VRAM Growth) на графічних прискорювачах NVIDIA GPU (T4).

5.2 Архітектура створеної системи

5.2.1 Архітектура моделей для порівняльного аналізу

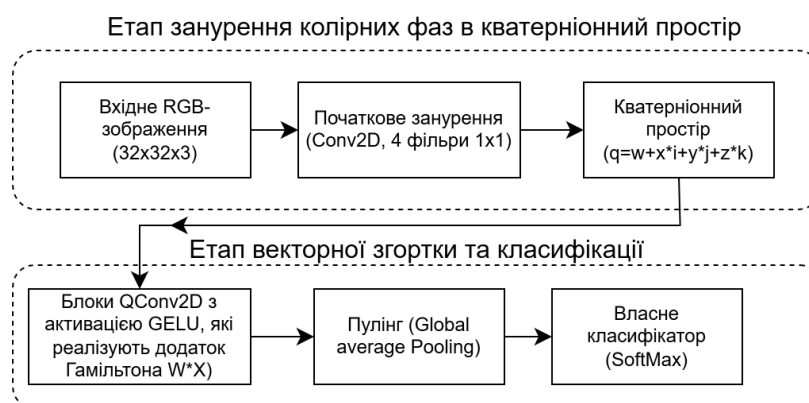


Рис. 1 Архітектура створеної моделі Stable QCNN

У межах дослідження реалізовано та зіставлено чотири варіанти архітектур:

1. Стандартна згорткова нейромережа (CNN), побудована на базі архітектури MobileNetV2 з попередньо навченими вагами ImageNet. Вона включає додатковий модуль для масштабування вхідних зображень (UpSampling2D), шар глобального пулінгу (GlobalAveragePooling2D) та фінальний класифікатор Dense з функцією активації Softmax. Модель було використано як стандартний скалярний орієнтир для порівняння параметричної ємності, швидкодії та стійкості до спотворень відносно кватерніонних архітектур.

2. Базова кватерніонна мережа (Basic QCNN) із фіксованим кодуванням кольорового простору $q = 0 + R \cdot i + G \cdot j + B \cdot k$, активацією ReLU та незалежною ініціалізацією Глорота дійсної та уявних компонент кватерніонних ваг [24], де дійсні та уявні частини кватерніонних ядер формуються випадковими скалярними значеннями з рівномірного розподілу без нормування в просторі H .

3. Оптимізована кватерніонна мережа (Stable QCNN), де параметризоване занурення кольорного простору $RGB \rightarrow H$ реалізоване через локальну згортку $Conv2D(4, 1 \times 1)$ з активацією GELU (Gaussian Error Linear Unit). Для ініціалізації ваг застосовується кватерніонний метод, що базується на модифікованій схемі Глорота. Навчання відбувається в один крок з диференційованими швидкостями навчання (10^{-3} для кватерніонного фронтенду та 10^{-5} для решти мережі). Схема архітектури Stable QCNN наведена на рис. 1.

4. Гібридна кватерніонна мережа (Improved QCNN) із залишковим з'єднанням $RGB + H$, що поєднує преднавчений на наборі даних ImageNet екстрактор ознак на основі архітектури MobileNetV2 та верхні кватерніонні згорткові шари QConv2D. У цій конфігурації первинний аналіз та виділення глибоких просторових паттернів здійснюється дійснозначним блоком MobileNetV2, після чого сформовані картографічні активації передаються до кватерніонного каскаду для векторного опрацювання міжфазових кольорно-текстурних співвідношень.

5.2.2 Математична модель кастомного шару QConv2D

Ключовим елементом системи є шар QConv2D, який реалізує некомутативний добуток Гамільтона $W \otimes X$ у чотиривимірному просторі H . Вхідний кольорний вектор $X = X_0 + X_1i + X_2j + X_3k$ (де X_0 — дійсна частина, а X_1, X_2, X_3 відповідають кольорним каналам R, G, B) обробляється кватерніонним ядром згортки $W = W_0 + W_1i + W_2j + W_3k$. Операція згортки розгортається за матричною схемою (1).

Така побудова зв'язує кольорні канали між собою через спільні вагові коефіцієнти, що за відповідної параметризації дозволяє кватерніонному ядру мати значно меншу кількість незалежних параметрів порівняно з еквівалентною дійснозначною параметризацією.

$$\begin{aligned} Re(W \otimes X) &= W_0 * X_0 - W_1 * X_1 - W_2 * X_2 - W_3 * X_3 \\ Im_i(W \otimes X) &= W_0 * X_1 + W_1 * X_0 + W_2 * X_3 - W_3 * X_2 \\ Im_j(W \otimes X) &= W_0 * X_2 - W_1 * X_3 + W_2 * X_0 + W_3 * X_1 \\ Im_k(W \otimes X) &= W_0 * X_3 + W_1 * X_2 - W_2 * X_1 + W_3 * X_0 \end{aligned} \quad (1)$$

де * позначає 2D-згортку.

5.3 Методика випробувань та тестові датасети

Для комплексної оцінки властивостей розроблених моделей експерименти проводилися на трьох тестових наборах даних різної природи.

Для перевірки стійкості моделей за межами чистих тестових розподілів використано бенчмарк CIFAR-10-C. Досліджувалися 15 типів спотворень CIFAR-10-C; для аналізу в роботі окремо розглядалися Gaussian Noise, Brightness, Contrast та інші групи спотворень на 5 рівнях інтенсивності. Мережі навчалися на чистому навчальному наборі CIFAR-10, після чого оцінювалося середнє падіння точності (Relative Accuracy Degradation) на спотворених вибірках.

Для ізольованого аналізу чутливості кватерніонної згортки до зашумлення окремих каналів задіяно датасет цифр Street View House Numbers (SVHN).

У тестовий потік впроваджено генератор адитивного хроматичного шуму (Gaussian Chromatic Noise):

$$I_{noisy}(x, y) = clip(I(x, y) + \eta(x, y), 0.0, 1.0), \quad \eta_{R,G,B} \sim N(0, \sigma^2) \quad (2)$$

Експерименти проводилися за змінної інтенсивності шуму $\sigma \in \{0.0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4\}$. Шум вносився незалежно в кожен кольорний канал для оцінки здатності некомутативного добутку Гамільтона зберігати фазовий кут вектора в просторі H .

Для оцінки параметричної ефективності в умовах суттєво обмеженого обсягу даних використано датасет Oxford Flowers-102 (102 класи, 2040 зображень для навчання). Досліджувалася здатність QCNN виділяти тонкі кольорно-текстурні відмінності пелюсток за умов тонкого налаштування та розгортання регуляризації AdamW з косинусним спадом швидкості навчання.

5.4 Метрики оцінки ефективності

Порівняльний аналіз здійснювався за такими критеріями:

- Точність класифікації (Тор-1 Ассюрасу, %), яка оцінювалася на чистих та спотворених тестових вибірках.
- Дельта стійкості (ΔAcc , %) - метрика відносної стійкості, що розраховується як абсолютна різниця між точністю класифікації набору даних за допомогою кватерніонної нейронної мережі або за допомогою еталонної згорткової мережі (Standard CNN) за фіксованого типу та рівня інтенсивності спотворення ($\Delta Acc = Acc_{QCNN} - Acc_{CNN}$). Позитивне значення $\Delta Acc > 0$ свідчить про приріст стійкості кватерніонної архітектури порівняно зі скалярним еталонним рішенням за однакових умов зашумлення.
- Обчислювальна складність, яка оцінювалася кількістю навчальних параметрів та підсумковий час навчання однієї епохи.

5.5 Результати досліджень та їх обговорення

Експериментальну перевірку розробленої методики та порівняльний аналіз ефективності нейромережових архітектур проведено у середовищі TensorFlow/Keras 3 із використанням прискорювачів NVIDIA GPU (середовище Google Collaboratory) у режимі змішаної точності (mixed_float16). Порівняльний аналіз було виконано за показниками точності класифікації, параметричної компактності, а також стійкості до синтетичних і хроматичних спотворень.

Щоб перевірити, наскільки стійкими є моделі до спотворень, які виходять за межі чистих навчальних даних, ми протестували архітектури, навчені на стандартному наборі CIFAR-10. Для цього використовували бенчмарк CIFAR-10-C, що включає 15 типів спотворень на 5 різних рівнях інтенсивності. Зокрема, ми розглянули Sev3 як помірний рівень шуму та Sev5 як максимально інтенсивний. У таблиці 1 наведено загальні показники точності моделей на еталонній вибірці CIFAR-10, а також усереднені результати за групами спотворень CIFAR-10-C.

Аналіз результатів обчислювальних експериментів, які наведено у таблиці 1, дозволив сформулювати ряд висновків (див. нижче).

Найбільш висока точність на неспотворених даних була досягнута на моделях із попередньо навченим на наборі даних ImageNet модулем виділення виділень ознак. При цьому гібридна Improved QCNN досягла найкращого показника точності (88,39%), випередив стандартну Standard CNN (87,04%). Чисто кватерніонні моделі навчалися з нуля, при 14-18 меншій кількості параметрів 58,49%. Збільшення епох навчання суто кватерніонних моделей досить слабо вплинуло на досягнуту точність.

У той же час в умовах сильного адитивного шуму гауса нативні кватерніонні архітектури продемонстрували помітно більш високу стійкість в порівнянні з дійснозначними моделями. Зокрема, Basic QCNN зберегла точність 19,90%, а Stable QCNN - 17,55%, тоді як точність Standard CNN впала до 10,75%. Подібний ефект може бути пов'язаний із структурованим моделюванням міжканальних залежностей у кватерніонному поданні, хоча для остаточного підтвердження цього причинного механізму потрібні додаткові контрольовані експерименти.

Під час дослідження того, як моделі поведуться під впливом низькочастотних і фотометричних спотворень, з'ясувалося, що варіанти з попередньо навченою базовою мережею загалом тримаються краще. Зокрема, Standard CNN показала 71,49%, а Improved QCNN 70,02%, тоді як у чистих QCNN точність впала помітніше. Що стосується стійкості до дрібного шуму, то тут результати базової MobileNetV2 та гібридної моделі виявилися майже однаковими. Також варто зауважити, що Improved QCNN краще справлялася з втратою контрастності, показавши 29,66%, що на 2,55% вище за результат Standard CNN.

Проаналізовано також вплив архітектури суто кватерніонних мереж на показники точності. Встановлено, що впровадження параметризованого занурення колірних фаз RGB\rightarrow H та активації GELU у Stable QCNN забезпечило стабільний приріст точності як на чистих даних (58,49% проти 56,64% у Basic QCNN), так і більш високу стійкість до гаусового шуму помірної інтенсивності (27,38% проти 25,20% відповідно).

Таблиця 1.

Порівняння точності (%) та підсумок властивостей архітектур CNN або QCNN на наборах даних CIFAR-10 та CIFAR-10-C

Архітектура	Точність класифікації, %				Основна характеристика
	CIFAR-10*	Gaussian Noise	Brightness	Contrast	
Basic QCNN	56,64	19,90	28,21	15,32	Висока стійкість до шуму при малій кількості ваг
Improved QCNN (Hybrid)	88,39	12,86	70,02	29,66	Максимальна точність на чистих даних та контрасті
Stable QCNN	58,49	17,55	26,17	15,22	Краще узгодження чистих і спотворених даних без ImageNet
Standard CNN (MobileNetV2)	87,04	10,75	71,49	27,11	Висока точність на чистих даних та суттєве зниження точності за сильного гаусового шуму

*- Чистий набір даних CIFAR-10

Оцінку стійкості векторної згортки до зашумлення окремих колірних каналів проведено на відомому наборі реальних зображень номерів будинків (цифр) Street View House Numbers (SVHN). Зображення цифр з цього набору спотворювалися за рахунок додавання адитивного гаусового хроматичного шуму зі змінним стандартним відхиленням $\sigma \in \{0.0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4\}$. Динаміка деградації точності розпізнавання за допомогою різних моделей залежно від інтенсивності хроматичного шуму представлена в таблиці 2.

На чистих даних найкращий за точністю результат (92.52%) було досягнуто з використанням гібридної моделі (Improved QCNN). Трохи гірша точність досягнуто з використанням еталонної моделі Standard CNN (91.71%). Ці результати підтверджують, що поєднання попередньо вивченого модуля виділення ознак на основі архітектури MobileNetV2 з кватерніонними згортками на верхніх шарах дозволяє максимально ефективно використовувати віддалені високорівневі ознаки. Чисті кватерніонні мережі (Basic QCNN і Stable QCNN), що навчалися з нуля та мають ультракомпактний розмір (0.67M параметрів), забезпечили нижчу точність на неспотворених даних (52,47% та 71,94% відповідно).

Таблиця 2

Точність розпізнавання на датасеті SVHN за різної інтенсивності хроматичного шуму

Архітектура	Обсяг ваг (М)	Час епохи (сек)	Точність розпізнавання (%) при додаванні хроматичного шуму інтенсивністю σ				Втрата точності $\Delta Acc = Acc_{\sigma=0.4} - Acc_{\sigma}$
			$\sigma=0,0$	$\sigma=0,1$	$\sigma=0,2$	$\sigma=0,4$	
Standard CNN	2,27	138,1	91,71	36,67	25,63	19,95	-71,76
Basic QCNN	0,67	31,4	52,47	39,53	28,91	20,65	-31,82
Improved QCNN	2,44	111,7	92,54	32,69	23,15	16,50	-76,04
Stable QCNN	0,67	33,0	71,94	49,59	24,74	19,66	-52,27

Знаження показника точності, який досягається з використанням чисто кватерніонних архітектур, зумовлено відсутністю масштабного преднавчання (ImageNet) та значно меншою параметричною ємністю (у 3.3 рази менше ваг у порівнянні зі Standard CNN). Обсяг вагових коефіцієнтів у кватерніонних згорткових нейронних мережах (QCNN) визначає компроміс між виражальною здатністю моделей та їхньою параметричною компактністю. Завдяки використанню некомутиативного добутку Гамільтона, QCNN потребують значно менше параметрів порівняно зі скалярними CNN однакової структури, забезпечуючи високу обчислювальну швидкість та низьку ресурсоемність. Збільшення параметричної ємності дозволяє мережі формувати багатші колірно-текстурні ієрархії у просторі H і суттєво підвищувати точність класифікації. Водночас подальше нарощування ваг призводить до ефекту насичення, коли значне збільшення кількості параметрів надає лише незначний приріст точності, що робить помірно компактні конфігурації QCNN найбільш раціональними за критерієм «якість - обчислювальна складність» (див. приклад нижче). Мережа Basic QCNN продемонструвала початкову точність 52.47% на неспотворених даних, яка при збільшенні інтенсивності шуму до $\sigma = 0.4$ знизилася до 20.65% ($\Delta Acc = -31.82\%$). Завдяки параметризованій ініціалізації та стабілізації, Stable QCNN забезпечила суттєво вищу початкову точність порівняно з Basic QCNN (71.94% на неспотворених даних та 49.59% при $\sigma = 0.1$), продемонструвавши падіння точності до 19.66% при збільшенні інтенсивності шуму до $\sigma = 0.4$ ($\Delta Acc = -52.27\%$). Попри загальну деградацію за максимального зашумлення, обидві чисті кватерніонні мережі виявилися значно стійкішими до хроматичного шуму порівняно з гібридною моделлю Improved QCNN ($\Delta Acc = -76.04\%$) та скалярним орієнтиром Standard CNN ($\Delta Acc = -71.76\%$). Цей висновок узгоджується з гіпотезою про більшу стійкість векторного представлення до незалежного зашумлення каналів у просторі H .

Аналіз параметричної ефективності та обчислювальних витрат показав, що чисті кватерніонні архітектури потребують у 3.4–3.6 рази менше параметрів, ніж скалярна та гібридна моделі (0.67M проти 2.27M–2.44M).

При цьому час обробки однієї епохи для чистих QCNN становить 31.4s–33.0s, що у 4.2–4.4 рази швидше за Standard CNN (138.1s). Гібридна модель Improved QCNN за рахунок кватерніонного стиснення верхніх шарів також продемонструвала прискорення обчислень (111.7s проти 138.1s, тобто майже на 20% швидше за скалярну мережу).

Ефективність моделей на дрібнозернистих колірно-текстурних вибірках з обмеженою кількістю навчальних прикладів оцінювалася на наборі Oxford Flowers-102 (102 класи, 2040 зображень у навчальному розподілі).

Результати випробувань та обчислювальні витрати наведено в таблиці 3. Варто підкреслити специфіку застосування преднавчених ваг ImageNet у кватерніонних мережах: через математичну несумісність алгебраїчної структури Гамільтона зі скалярними дійсними тензорами безпосереднє завантаження стандартних ваг ImageNet у чисті QCNN-шари є неможливим.

Таблиця 3

Результати класифікації на Oxford Flowers-102 (з архітектурами MobileNetV2)

Архітектура	Обсяг ваг (М)	Точність класифікації, %		Час навчання (сек/епоха)
		Top-1 Accuracy	Top-5 Accuracy	
Standard CNN (MobileNetV2)	2.39M	73.87	93.10	34.5s
Basic QCNN	0.42M	19.29	45.54	19.7s
Improved QCNN (MobileNetV2 Hybrid)	2.64M	80.34	95.05	25.6s
Stable QCNN	0.42M	23.99	51.10	21.3s

Аналіз результатів оцінювання точності класифікації (Top-1 та Top-5 Accuracy, %) і обчислювальної складності нейромережових архітектур на дрібнозернистому наборі даних Oxford Flowers-102 дозволив сформулювати декілька висновків.

Набір даних Oxford Flowers-102 містить від 40 до 250 зображень на категорію. Цього обсягу недостатньо для повноцінного тренування глибоких архітектур з нуля. Результати проведених експериментів підтвердили високу складність класифікації 102 класів квітів при неможливості трансферного навчання. Моделі, в яких було застосовано трансферне навчання на основі попереднього навченого модуля MobileNetV2 з частковим розморожуванням верхніх шарів, досягли помітної переваги в точності в порівнянні з мережами, які тренувалися повністю з нуля. Зокрема, гібридна архітектура Improved QCNN завдяки поєднанню

високорівневих скалярних ознак з кватерніонним пакунком QConv2D досягла точності Top-1 на рівні 80,34% та Top-5 на рівні 95,05%. У той же час еталонна справді суттєва мережа Standard CNN (MobileNetV2) також забезпечила високі показники (73,87% для Top-1 та 93,10% для Top-5), проте трохи нижча порівняно з гібридною кватерніонною моделлю.

Чисто кватерніонні мережі через відсутність зовнішніх попередньо навчених моделей досить складно навчати з нуля. Нативна кватерніонна модель Basic QCNN через проблеми згасання градієнтного потоку та неоптимальний розподіл початкових ваг показала досить низьку точність. Запропонована Stable QCNN із комплексним механізмом стабілізації (параметризоване занурення RGB→H, функція активації GELU та диференційоване згасання кроку) забезпечила кращу точність у порівнянні з Basic QCNN. Отриманий приріст точності доводить, що вдала кватерніонна ініціалізація та гладка активація дозволяють мережі самостійно будувати ефективні колірно-текстурні ієрархії навіть на малих вибірках без використання вагових коефіцієнтів ImageNet. Тому Stable QCNN становить інтерес як компактна повністю наскрізна архітектура, що не використовує зовнішнє попереднє навчання на ImageNet.

Для визначення оптимальної архітектурної конфігурації кватерніонної згорткової мережі Stable QCNN проведено серію експериментів із дослідження впливу глибини мережі (кількості згорткових шарів $L \in \{2, 3, 4\}$) та ширини каналів (базової кількості кватерніонних фільтрів у першому шарі $F \in \{64, 128, 256\}$) на точність класифікації дрібнозернистого набору даних Oxford Flowers-102 за умови навчання повністю з нуля (From Scratch).

Ілюстрацію залежності точності класифікації набору даних Oxford Flowers-102 від параметрів моделі Stable QCNN наведено на рис. 2. Отримані результати підтвердили, що зменшена ресурсоемність чистих кватерніонних мереж робить їх перспективними кандидатами для розгортання у вбудованих та мобільних системах із суворими обмеженнями на обсяг оперативної пам'яті та енергоспоживання.

Дослідження впливу параметрів Stable QCNN на точність класифікації набору даних Oxford Flowers-102 показало, що збільшення кількості кватерніонних шарів з $L=2$ до $L=4$ та ширини каналів з $F=64$ до $F=256$ забезпечує зростання точності Top-1 з 7.39% до 35.35% завдяки формуванню глибоких ієрархічних репрезентацій у просторі Гамільтона **H**.

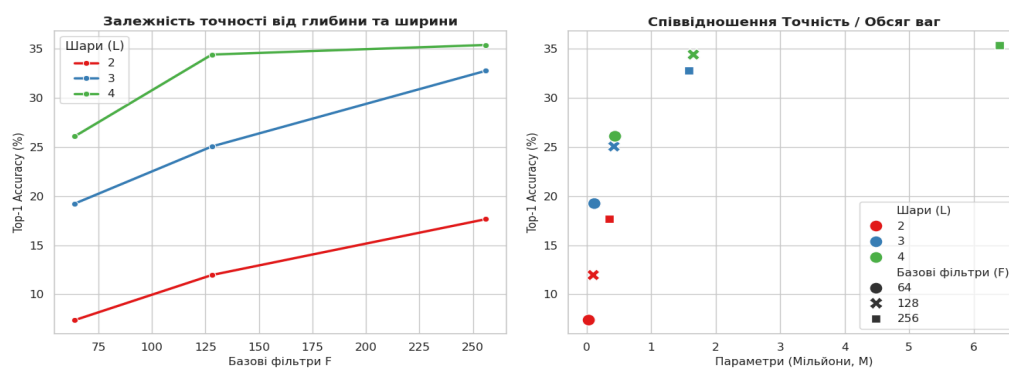


Рис. 2 Залежність точності класифікації набору даних Oxford Flowers-102 від параметрів моделі Stable QCNN

Водночас масштабування фільтрів супроводжується зростанням кількості ваг із 0.440М до 6.404М, причому перехід від $F=128$ до $F=256$ при $L=4$ демонструє ефект насичення із незначним приростом точності (+0.98%) ціною чотириразового збільшення обсягу ваг та подвоєння часу обчислень. В якості компромісного рішення було обрано конфігурацію $L=4$, $F=128$, яка при помірній параметричній складності (обсяг ваг 1.654М) та високій швидкодії (18.16 с/епоха) досягла точності 34.37% Top-1 та 63.92% Top-5, забезпечуючи ефективну автономну класифікацію без залучення преднавчання ImageNet.

6 Висновки та перспективи подальших досліджень

У статті розв'язано актуальну науково-практичну проблему підвищення параметричної ефективності та стійкості систем комп'ютерного зору до кольорних і хроматичних спотворень шляхом застосування апарату алгебри кватерніонів Гамільтона. Запропоновано декілька архітектур кватерніонних згорткових нейронних мереж (QCNN) для класифікації кольорових зображень та обґрунтовано ефективність обраних рішень. На підставі результатів експериментів встановлено, що кодування кольорового сигналу в просторі Гамільтона та використання некомутативного добутку Гамільтона забезпечують зменшення деградації точності для розглянутих моделей за умов незалежного зашумлення RGB-каналів адитивними гаусовими та розщепленими хроматичними спотвореннями, а також дозволяють досягти високої параметричної компактності порівняно з класичними дійсніснозначними CNN.

Основні наукові та практичні результати роботи полягають у наступному:

1. Обґрунтовано та розроблено методологію побудови кватерніонних згорткових нейронних мереж у середовищі TensorFlow/Keras3. Математичне кодування кольорового RGB-сигналу в просторі Гамільтона **H**

поєднано з кастомним згортковим шаром QConv2D, який реалізує некомутативний добуток Гамільтона та є повністю сумісним зі специфікацією keras.ops й інструментами XLA-компіляції.

2. Експериментальні дослідження на бенчмарку CIFAR-10-C підтвердили, що нативні кватерніонні моделі у проведеному експерименті демонструють вищу точність за сильного адитивного гаусового шуму порівняно з розглянутими дійснозначними/гібридними моделями. При критичному зашумленні (Гаусів шум, рівень інтенсивності 5) нативна Basic QCNN зберегла 19.90% точності, а стабілізована Stable QCNN — 17.55%, тоді як точність дійснозначної Standard CNN (MobileNetV2) впала до 12.86%, а гібридної Improved QCNN — до 10.75%. На чистих даних та за фотометричних спотворень (Brightness, Contrast) вищу точність утримують гібридна Improved QCNN (88.39% на чистих даних) та Standard CNN (87.04%) завдяки використанню предназначеного на наборі даних ImageNet модуля виділення ознак.

3. Оцінювання на датасеті SVHN показало різну чутливість розглянутих архітектур до розщепленого адитивного хроматичного шуму. Зі зростанням інтенсивності шуму до $\sigma = 0.4$ точність класичної Standard CNN (MobileNetV2) впала з 91.71% до 19.95% (падіння на 71.76 відсоткового пункту, або $\Delta Acc = -71.76\%$), а гібридної Improved QCNN — з 92.54% до 16.50% ($\Delta Acc = -76.04\%$). Натомість чиста нативна мережа Basic QCNN продемонструвала значно вищу стійкість до спотворень із падінням точності з 52.47% до 20.65% ($\Delta Acc = -31.82\%$). Стабілізована Stable QCNN забезпечила найвищу точність на спотворених вибірках серед кватерніонних моделей: за початкової точності 71.94% на неспотворених даних і 49.59% при $\sigma = 0.1$, її точність при $\sigma = 0.4$ становила 19.66% ($\Delta Acc = -52.27\%$). Це підтверджує суттєву перевагу кватерніонного кодування у збереженні колірно-фазових відношень у просторі H за умов інтенсивного зашумлення каналів.

4. Комплексний механізм стабілізації у Stable QCNN (параметризоване занурення колірних фаз $RGB \rightarrow H$, активація GELU та диференційоване згасання кроку) забезпечує покращення збіжності мережі при навчанні з нуля. На чистих даних CIFAR-10 Stable QCNN досягла 58.49% точності проти 56.64% у Basic QCNN та продемонструвала кращу стійкість до помірного гаусового шуму (остаточна точність 27.38% проти 25.20%).

5. На дрібнозернистому наборі даних Oxford Flowers-102 гібридна модель Improved QCNN (MobileNetV2 Hybrid) досягла 80.34% Top-1 та 95.05% Top-5 Accuracy, перевершивши еталонну Standard CNN (MobileNetV2) із 73.87% Top-1 та 93.10% Top-5 відповідно. Для автономного навчання Stable QCNN з нуля визначено раціональну компромісну конфігурацію $L=4$, $F=128$ (1.654M ваг, 18.16 с/епоха, 34.37% Top-1 та 63.92% Top-5 Accuracy). При подальшому збільшенні ширини до $F=256$ при $L=4$ спостерігається ефект насичення, про що свідчить слабкий приріст точності (лише +0.98%) при чотириразовому збільшенні кількості параметрів (до 6.404M) та подвоєнні часу обчислень (до 42.43 с/епоха).

6. Отримані результати підтверджують доцільність застосування QCNN як параметрично ефективного підходу для обробки кольорових зображень, особливо в умовах незалежних хроматичних і високочастотних шумових спотворень. Чисті кватерніонні мережі потребують значно менше параметрів порівняно зі скалярними аналогами та демонструють високу обчислювальну швидкість, що робить їх потенційно ефективними для розгортання у вбудованих та мобільних системах із обмеженнями на RAM і енергоспоживання.

Перспективи подальших досліджень полягають у розширенні математичного апарату та архітектурних можливостей кватерніонних нейронних мереж для обробки багатоканальних і просторово-часових даних. Зокрема, науковий та практичний інтерес становить адаптація розробленого шару QConv2D до концепції параметризованого гіперкомплексного множення та октоніонної алгебри для аналізу мультиспектральних і медичних зображень надвисокої вимірності. Перспективними напрямками є також дослідження механізмів квантування ваг та дистиляції знань для додаткового стиснення QCNN-моделей під час їх розгортання на пристроях з обмеженими ресурсами, а також розробка спеціалізованих кватерніонних блоків уваги (Quaternion Self-Attention) для інтеграції з архітектурами візуальних трансформерів.

Внесок авторів

Євген Чичкарьов - формулювання наукової проблеми, наукове редагування тексту, концептуалізація, методика дослідження, аналіз результатів;

Іван Веремійчук — проведення обчислювальних експериментів, емпіричне дослідження, аналіз джерел, підготовка огляду літератури, підготовка первинної версії рукопису.

Декларація про штучний інтелект

Під час підготовки цієї статті інструменти штучного інтелекту не використовувалися ані для отримання наукових результатів, ані для аналізу даних, написання основного змісту статті чи формулювання висновків.

Конфлікт інтересів

Автор заявляє про відсутність конфлікту інтересів та підтверджує, що під час підготовки цієї роботи не існувало жодних комерційних, фінансових чи інших взаємовідносин, які могли б бути розцінені як такі, що здатні вплинути на результати дослідження або їх інтерпретацію. Робота виконана відповідно до принципів академічної доброчесності, етичних норм проведення наукових досліджень та вимог редакційної політики щодо запобігання конфлікту інтересів.

Список використаної літератури

1. Parcollet, T., Morchid, M., & Linares, G. (2020). A survey of quaternion neural networks. *Artificial Intelligence Review*, 53(4), 2957–2982. <https://doi.org/10.1007/s10462-019-09752-1>

2. Zhou, Y., Jin, L., Liu, H., & Song, E. (2021). Color facial expression recognition by quaternion convolutional neural network with Gabor attention. *IEEE Transactions on Cognitive and Developmental Systems*, 13(4), 969–983. <https://doi.org/10.1109/TCDS.2020.3041642>
3. Gonzalez, M., Hajri, H., Cantat, L., & Petreczky, M. (2022). *Noisy learning for neural ODEs acts as a robustness locus widening*. arXiv. <https://doi.org/10.48550/ARXIV.2206.08237>
4. Zhang, A., Tay, Y., Zhang, S., Chan, A., Luu, A. T., Hui, S. C., & Fu, J. (2021). *Beyond fully-connected layers with quaternions: Parameterization of hypercomplex multiplications with 1/n parameters*. arXiv. <https://doi.org/10.48550/ARXIV.2102.08597>
5. Grassucci, E., Zhang, A., & Comminiello, D. (2024). PHNNs: Lightweight neural networks via parameterized hypercomplex convolutions. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 35(6), 8293–8305. <https://doi.org/10.1109/TNNLS.2022.3226772>
6. Keras Team. (n.d.). *Introducing Keras 3.0*. Keras.io. Retrieved August 26, 2026, from https://keras.io/keras_3/
7. TensorFlow. (n.d.). *Mixed precision*. TensorFlow Core Guide. Retrieved August 26, 2026, from https://www.tensorflow.org/guide/mixed_precision
8. Singh, S., Kumar, S., & Tripathi, B. K. (2025). A comprehensive analysis of quaternion deep neural networks: Architectures, applications, challenges, and future scope. *Archives of Computational Methods in Engineering*, 32(4), 2607–2634. <https://doi.org/10.1007/s11831-024-10216-1>
9. Le, T., Bertolini, M., Noé, F., & Clevert, D.-A. (2021). Parameterized hypercomplex graph neural networks for graph classification. In I. Farkaš, P. Masulli, S. Otte, & S. Wermter (Eds.), *Artificial neural networks and machine learning – ICANN 2021* (Lecture Notes in Computer Science, Vol. 12893, pp. 204–216). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-86365-4_17
10. Wu, J., Xu, L., Wu, F., Kong, Y., Senhadji, L., & Shu, H. (2020). Deep octonion networks. *Neurocomputing*, 397, 179–191. <https://doi.org/10.1016/j.neucom.2020.02.053>
11. Vecchi, R., Scardapane, S., Comminiello, D., & Uncini, A. (2020). Compressing deep-quaternion neural networks with targeted regularisation. *CAAI Transactions on Intelligence Technology*, 5(3), 172–176. <https://doi.org/10.1049/trit.2020.0020>
12. Song, G., Ding, W., & Ng, M. K. (2021). Low rank pure quaternion approximation for pure quaternion matrices. *SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications*, 42(1), 58–82. <https://doi.org/10.1137/19M1307329>
13. Yang, L., Kou, K. I., & Miao, J. (2021). Weighted truncated nuclear norm regularization for low-rank quaternion matrix completion. *Journal of Visual Communication and Image Representation*, 81, Article 103335. <https://doi.org/10.1016/j.jvcir.2021.103335>
14. Yang, L., Miao, J., & Kou, K. I. (2022). Quaternion-based color image completion via logarithmic approximation. *Information Sciences*, 588, 82–105. <https://doi.org/10.1016/j.ins.2021.12.055>
15. Zhou, Y., Jin, L., Liu, H., & Song, E. (2021). Color facial expression recognition by quaternion convolutional neural network with Gabor attention. *IEEE Transactions on Cognitive and Developmental Systems*, 13(4), 969–983. <https://doi.org/10.1109/TCDS.2020.3041642>
16. Vieira, G., & Valle, M. E. (2022, July 18–23). *Acute lymphoblastic leukemia detection using hypercomplex-valued convolutional neural networks* [Paper presentation]. 2022 International Joint Conference on Neural Networks (IJCNN), Padua, Italy. <https://doi.org/10.1109/IJCNN55064.2022.9892036>
17. Zhou, H., Zhang, X., Zhang, C., & Ma, Q. (2023). Quaternion convolutional neural networks for hyperspectral image classification. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 123, Article 106234. <https://doi.org/10.1016/j.engappai.2023.106234>
18. Grassucci, E., Cicero, E., & Comminiello, D. (2022). Quaternion generative adversarial networks. In R. Razavi-Far, A. Ruiz-Garcia, V. Palade, & J. Schmidhuber (Eds.), *Generative adversarial learning: Architectures and applications* (Intelligent Systems Reference Library, Vol. 217, pp. 57–86). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-91390-8_4
19. Sikdar, A., Udapa, S., & Sundaram, S. (2023, June 4–10). *Fully complex-valued deep learning model for visual perception* [Paper presentation]. ICASSP 2023 - 2023 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP), Rhodes Island, Greece. <https://doi.org/10.1109/ICASSP49357.2023.10095290>
20. Altamirano-Gomez, G., & Gershenson, C. (2024). Quaternion convolutional neural networks: Current advances and future directions. *Advances in Applied Clifford Algebras*, 34(4), Article 42. <https://doi.org/10.1007/s00006-024-01350-x>
21. Huang, C., Li, J., & Gao, G. (2023). Review of quaternion-based color image processing methods. *Mathematics*, 11(9), Article 2056. <https://doi.org/10.3390/math11092056>
22. Devadas, R. M., Hiremani, V., Preethi, S. T., S. R., & Gujjar, P. (2025). Hypercomplex neural networks: Exploring quaternion, octonion, and beyond in deep learning. *MethodsX*, 15, Article 103644. <https://doi.org/10.1016/j.mex.2025.103644>
23. Zhu, X., Xu, Y., Xu, H., & Chen, C. (2018). Quaternion convolutional neural networks. In V. Ferrari, M. Hebert, C. Sminchisescu, & Y. Weiss (Eds.), *Computer vision – ECCV 2018* (Lecture Notes in Computer Science, Vol. 11212, pp. 645–661). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-01237-3_39
24. Glorot, X., & Bengio, Y. (2010). Understanding the difficulty of training deep feedforward neural networks. In *Proceedings of the thirteenth international conference on artificial intelligence and statistics* (pp. 249–256). JMLR Workshop and Conference Proceedings.

References

1. Parcollet, T., Morchid, M., & Linares, G. (2020). A survey of quaternion neural networks. *Artificial Intelligence Review*, 53(4), 2957–2982. <https://doi.org/10.1007/s10462-019-09752-1>
2. Zhou, Y., Jin, L., Liu, H., & Song, E. (2021). Color facial expression recognition by quaternion convolutional neural network with Gabor attention. *IEEE Transactions on Cognitive and Developmental Systems*, 13(4), 969–983. <https://doi.org/10.1109/TCDS.2020.3041642>
3. Gonzalez, M., Hajri, H., Cantat, L., & Petreczky, M. (2022). *Noisy learning for neural ODEs acts as a robustness locus widening*. arXiv. <https://doi.org/10.48550/ARXIV.2206.08237>
4. Zhang, A., Tay, Y., Zhang, S., Chan, A., Luu, A. T., Hui, S. C., & Fu, J. (2021). *Beyond fully-connected layers with quaternions: Parameterization of hypercomplex multiplications with 1/n parameters*. arXiv. <https://doi.org/10.48550/ARXIV.2102.08597>

5. Grassucci, E., Zhang, A., & Comminiello, D. (2024). PHNNs: Lightweight neural networks via parameterized hypercomplex convolutions. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 35(6), 8293–8305. <https://doi.org/10.1109/TNNLS.2022.3226772>
6. Keras Team. (n.d.). *Introducing Keras 3.0*. Keras.io. Retrieved August 26, 2026, from https://keras.io/keras_3/
7. TensorFlow. (n.d.). *Mixed precision*. TensorFlow Core Guide. Retrieved August 26, 2026, from https://www.tensorflow.org/guide/mixed_precision
8. Singh, S., Kumar, S., & Tripathi, B. K. (2025). A comprehensive analysis of quaternion deep neural networks: Architectures, applications, challenges, and future scope. *Archives of Computational Methods in Engineering*, 32(4), 2607–2634. <https://doi.org/10.1007/s11831-024-10216-1>
9. Le, T., Bertolini, M., Noé, F., & Clevert, D.-A. (2021). Parameterized hypercomplex graph neural networks for graph classification. In I. Farkaš, P. Masulli, S. Otte, & S. Wermter (Eds.), *Artificial neural networks and machine learning – ICANN 2021* (Lecture Notes in Computer Science, Vol. 12893, pp. 204–216). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-86365-4_17
10. Wu, J., Xu, L., Wu, F., Kong, Y., Senhadji, L., & Shu, H. (2020). Deep octonion networks. *Neurocomputing*, 397, 179–191. <https://doi.org/10.1016/j.neucom.2020.02.053>
11. Vecchi, R., Scardapane, S., Comminiello, D., & Uncini, A. (2020). Compressing deep-quaternion neural networks with targeted regularisation. *CAAI Transactions on Intelligence Technology*, 5(3), 172–176. <https://doi.org/10.1049/trit.2020.0020>
12. Song, G., Ding, W., & Ng, M. K. (2021). Low rank pure quaternion approximation for pure quaternion matrices. *SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications*, 42(1), 58–82. <https://doi.org/10.1137/19M1307329>
13. Yang, L., Kou, K. I., & Miao, J. (2021). Weighted truncated nuclear norm regularization for low-rank quaternion matrix completion. *Journal of Visual Communication and Image Representation*, 81, Article 103335. <https://doi.org/10.1016/j.jvcir.2021.103335>
14. Yang, L., Miao, J., & Kou, K. I. (2022). Quaternion-based color image completion via logarithmic approximation. *Information Sciences*, 588, 82–105. <https://doi.org/10.1016/j.ins.2021.12.055>
15. Zhou, Y., Jin, L., Liu, H., & Song, E. (2021). Color facial expression recognition by quaternion convolutional neural network with Gabor attention. *IEEE Transactions on Cognitive and Developmental Systems*, 13(4), 969–983. <https://doi.org/10.1109/TCDS.2020.3041642>
16. Vieira, G., & Valle, M. E. (2022, July 18–23). *Acute lymphoblastic leukemia detection using hypercomplex-valued convolutional neural networks* [Paper presentation]. 2022 International Joint Conference on Neural Networks (IJCNN), Padua, Italy. <https://doi.org/10.1109/IJCNN55064.2022.9892036>
17. Zhou, H., Zhang, X., Zhang, C., & Ma, Q. (2023). Quaternion convolutional neural networks for hyperspectral image classification. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 123, Article 106234. <https://doi.org/10.1016/j.engappai.2023.106234>
18. Grassucci, E., Cicero, E., & Comminiello, D. (2022). Quaternion generative adversarial networks. In R. Razavi-Far, A. Ruiz-Garcia, V. Palade, & J. Schmidhuber (Eds.), *Generative adversarial learning: Architectures and applications* (Intelligent Systems Reference Library, Vol. 217, pp. 57–86). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-91390-8_4
19. Sikdar, A., Udupa, S., & Sundaram, S. (2023, June 4–10). *Fully complex-valued deep learning model for visual perception* [Paper presentation]. ICASSP 2023 - 2023 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP), Rhodes Island, Greece. <https://doi.org/10.1109/ICASSP49357.2023.10095290>
20. Altamirano-Gomez, G., & Gershenson, C. (2024). Quaternion convolutional neural networks: Current advances and future directions. *Advances in Applied Clifford Algebras*, 34(4), Article 42. <https://doi.org/10.1007/s00006-024-01350-x>
21. Huang, C., Li, J., & Gao, G. (2023). Review of quaternion-based color image processing methods. *Mathematics*, 11(9), Article 2056. <https://doi.org/10.3390/math11092056>
22. Devadas, R. M., Hiremani, V., Preethi, S. T., S. R., & Gujjar, P. (2025). Hypercomplex neural networks: Exploring quaternion, octonion, and beyond in deep learning. *MethodsX*, 15, Article 103644. <https://doi.org/10.1016/j.mex.2025.103644>
23. Zhu, X., Xu, Y., Xu, H., & Chen, C. (2018). Quaternion convolutional neural networks. In V. Ferrari, M. Hebert, C. Sminchisescu, & Y. Weiss (Eds.), *Computer vision – ECCV 2018* (Lecture Notes in Computer Science, Vol. 11212, pp. 645–661). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-01237-3_39
24. Glorot, X., & Bengio, Y. (2010). Understanding the difficulty of training deep feedforward neural networks. In *Proceedings of the thirteenth international conference on artificial intelligence and statistics* (pp. 249–256). JMLR Workshop and Conference Proceedings.

Надійшла до редакції: 27.05.2026

Прийнята до друку: 15.09.2026

Опубліковано: 30.09.2026